दृढ़ पिण्ड गतिकी

दृढ़ पिण्ड :

दृढ़ पिण्ड कणों का वह निकाय है जिसमें कणों के प्रत्येक युग्म के मध्य दूरी अपरिवर्तित रहती है (समय के सापेक्ष)। याद रखें दृढ़ पिण्ड एक गणितीय अवधारणा है एवं कोई भी निकाय जो इस षर्त को सन्तुष्ट करता है तब तक दृढ़ पिण्ड कहा जायेगा जब तक वह इस शर्त को सन्तुष्ट करता है ।

- एक दृढ़ पिण्ड के कणों के प्रत्येक युग्म के लिए कणों के मध्य कोई दूर जाने का या पास आने का वेग नहीं होता ।
- दृढ़ पिण्ड के किसी भी बिन्दु के सापेक्ष उस दृढ़ पिण्ड के सभी बिन्दुओं का कोणीय वेग समान रहता है ।

I. षुद्ध स्थानान्तरीय गति :

यदि किसी भी समयान्तराल में प्रत्येक कण का विस्थापन समान हो तो वस्तु षुद्ध स्थानान्तरीय गति करती है । इस प्रकार की गति में सभी कणों के किसी क्षण $\vec{s},\vec{v}\,\&,\vec{a}$ समान होते है ।

II. षुद्ध घूर्णन गति :

एक पिण्ड का प्रत्येक बिन्दु एक वृत में गति करता है जिसका केन्द्र घूर्णन अक्ष पर होता है एवं प्रत्येक बिन्दु किसी समयावधि में समान कोण से घूमता है । ऐसी गति षुद्ध घूर्णन गति कही जाती है ।

III. संयुक्त स्थानान्तरीय व घूर्णन गति :

एक वस्तु संयुक्त स्थानान्तरीय व घूर्णन गति करती है । यदि वस्तु में सभी बिन्दु एक घूर्णन अक्ष के परितः घूर्णन करें एवं वस्तु की कोई भी सामान्य गति संयुक्त रूप से स्थानान्तरीय व घूर्णन गति होती है ।

☞ **एक अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण (I) :**

(i) n कणों के निकाय का अक्ष के प्रति जड़त्व आघूर्ण निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है :

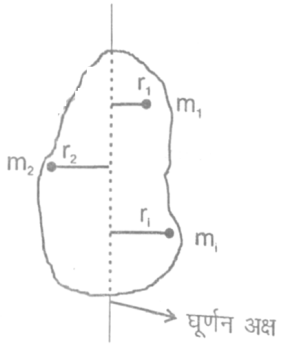
$$I = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + m_n r_n^{\,2}$$

अर्थात् $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

जहॉ r_i = यह द्रव्यमान m_i की घूर्णन अक्ष से लम्बवत् दूरी है ।

जड़त्व आघूर्ण का SI मात्रक Kgm^2 है।

जड़त्व आघूर्ण धनात्मक अदिष राषि है ।



(ii) सतत् निकाय के लिए :

$$I = \int r^2 (dm)$$

जहॉ dm = अल्पांष का द्रव्यमान

r = अल्पाषं की अक्ष से लम्बवत् दूरी

• जड़त्व आघूर्ण निर्भर करता है :

(i) वस्तु के पदार्थ के घनत्व पर

(ii) वस्तु की आकृति व आकार पर

(iii) घूर्णन अक्ष पर

संयुक्त रूप से हम कह सकते है कि यह घूर्णन अक्ष के सापेक्ष द्रव्यमान वितरण पर निर्भर करता है ।

- जड़त्व आघूर्ण नहीं बदलता है यदि द्रव्यमान :

  (i) घूर्णन अक्ष के समानान्तर विस्थापित किया जाये

  (ii) घूर्णन अक्ष के प्रति नियत त्रिज्या के साथ घुमाया जाये ।

(iii) एक बड़ी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण की गणना वस्तु के अल्पांष के जड़त्व आघूर्ण का समाकलन करके की जा सकती है ।

$$I = \int dI_{element}$$ जहॉ dI = एक अल्पांष का जड़त्व आघूर्ण

• चुना गया अल्पांष इस प्रकार होना चाहिए ताकि : या तो अल्पांष के प्रत्येक बिन्दु की अक्ष से लम्बवत् दूरी समान हो या घूर्णन अक्ष के परितः अल्पांष का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात हो ।

☞ **जड़त्व आघूर्ण पर दो मुख्य प्रमेय :**

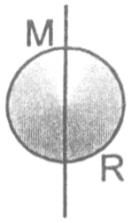
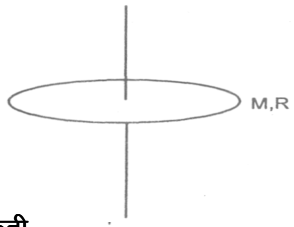
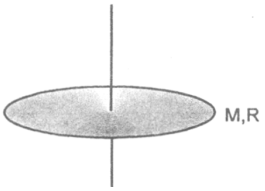
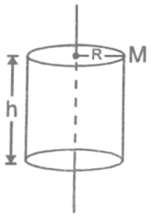
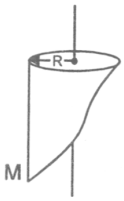
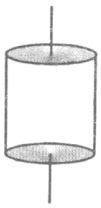
(i) समकोणीय अक्षों की प्रमेय[केवल समतलीय वस्तुओं के लिए उपयोगी (अर्थात् द्विविमीय वस्तुओं के लिए)]

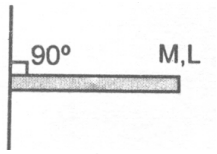
यदि अक्ष 1 व 2 वस्तु के तल में है एवं एक दूसरे के लम्बवत् है ।
अक्ष 3, अक्ष 1 व 2 के तल के लम्बवत् है ।
तो, $I_3 = I_1 + I_2$

(ii) समान्तर अक्षों की प्रमेय : (समतलीय व त्रिविमीय सभी प्रकार की वस्तुओं के लिए उपयोगी):

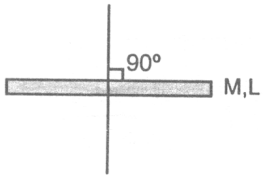
$I_{AB} = I_{cm} + Md^2$

☞ **कुछ महत्वपूर्ण सूत्रों की सूची :**

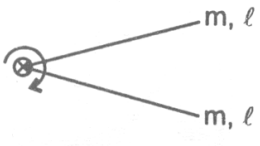
वस्तु	जड़त्व आघूर्ण
ठोस गोला 	$\frac{2}{5}MR^2$ (समरूप)
खोखला गोला	$\frac{2}{3}MR^2$ (समरूप)
वलय 	MR^2 (समरूप या असमरूप)
चकती 	$\frac{MR^2}{2}$ (समरूप)
खोखला बेलन  	MR^2 (समरूप या असमरूप)
ठोस बेलन 	$\frac{MR^2}{2}$ (समरूप)



$\frac{ML^2}{3}$ (समरूप)

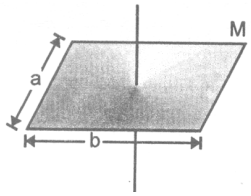


$\frac{MR^2}{12}$ (समरूप)



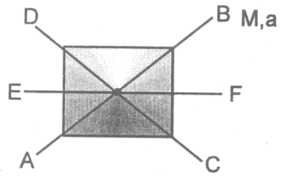
$\frac{2m\ell^2}{3}$ (समरूप)

आयताकार प्लेट



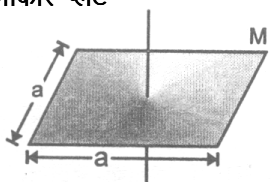
$I = \frac{M(a^2+b^2)}{12}$ (समरूप)

वर्गाकार प्लेट



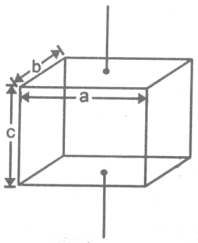
$I_{AB} = I_{CD} = I_{DF} = \frac{Ma^2}{12}$ (समरूप)

वर्गाकार प्लेट



$\frac{Ma^2}{6}$ (समरूप)

घनाव



$\frac{M(a^2+b^2)}{12}$ (समरूप)

☛ **घूर्णन त्रिज्या :** मापन का वह तरीका जिसमे घूर्णन कर रहे दृढ़ पिण्ड का द्रव्यमान घूर्णन अक्ष के सापेक्ष जिस प्रकार वितरित है। एक नये प्राचल द्वारा परिभाषित किया जाता है जिसे घूर्णन त्रिज्या कहते है ।

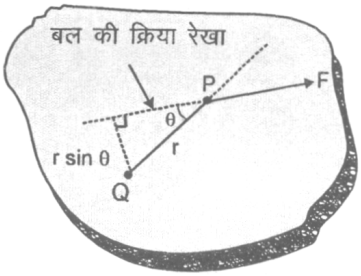
$$I = MK^2$$

जहां I वस्तु का कुल द्रव्यमान
$M =$ वस्तु का द्रव्यमान
$K =$ घूर्णन त्रिज्या

$$K = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

लम्बाई K घूर्णन अक्ष व वस्तु का ज्यामितीय गुण है ।
K का S.I. मात्रक मीटर है ।

☛ **बल आघूर्ण :**
बल आघूर्ण, वस्तु की घूर्णन गति में परिवर्तन लाने वाले बल की क्षमता को दर्षाता है ।



- **बिन्दु के प्रति बलाघूर्ण :**

एक बिन्दु के परितः बल $\vec{F}$ का आघूर्ण $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

यहॉ $\vec{F} =$ आरोपित बल
$P =$ बल का क्रिया बिन्दु
$Q =$ वह बिन्दु जिसके परितः हमें बलाघूर्ण ज्ञात करना है ।

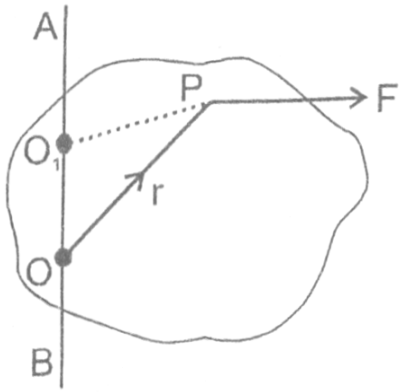
$$|\vec{\tau}| = rF\sin\theta \quad = r_{\perp}F \quad = rF_{\perp}$$

यहां $\theta =$ बल की दिषा व Q के सापेक्ष P के स्थिति सदिष के बीच कोण ।
$r_{\perp} =$ बिन्दु Q से बल की क्रिया रेखा की लम्बवत् दूरी
$F_{\perp} =$ बल भुजा

बलाघूर्ण का hl मात्रक Nm है ।

☛ बलाघूर्ण एक सदिष राषि है तथा इसकी दिषा दाहिने हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा ज्ञात की जाती है ।

- **एक अक्ष के परितः बलाघूर्ण :**



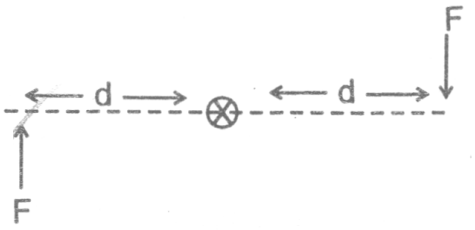
एक अक्ष AB के परितः बल F का बलाघूर्ण अक्ष AB के किसी बिन्दु के परितः $\vec{F}$ के बलाघूर्ण का अक्ष AB के अनुदिष घटक के रूप में परिभाषित किया जाता है ।

दिये गये चित्र में $\vec{F}$ का O के परितः बलाघूर्ण $\vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$ है ।

तो AB के परितः $\vec{F}$ का बलाघूर्ण τ_{AB}, $\vec{\tau}_0$ का रेखा AB के अनुदिष घटक है ।
एक अक्ष के परितः एक बल के बलाघूर्ण की चार स्थितियॉ होती है ।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

• बल युग्म :



समान परिणाम के बलों का युग्म जब विपरीत दिशा में आरोपित हो तो इसे बल युग्म कहते हैं ।

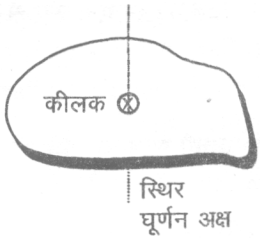
बल युग्म के कारण बल आघूर्ण = एक बल का परिणाम × उनकी बल रेखाओं के मध्य की दूरी

बल आघर्ण का परिणाम = $\tau = F(2d)$

☞ एक युग्म एक वस्तु पर परिणामी बल आरोपित नहीं करता है । भले ही यह बलाघूर्ण आरोपित करता है ।

☞ परिणामी बलाघूर्ण किसी भी बिन्दु के परितः एक बल युग्म के कारण समान रहता है ।

• बल का किया बिंदु :



बल का क्रिया बिन्दु वह बिन्दु है जिस पर कुल बल आरोपित करने पर यह स्थानान्तरण तथा घूर्णन गति दोनों में वही प्रभाव उत्पन्न करता है, जो किया बिन्दु पर आरोपित करने से पहले थे ।

• एक स्थिर अक्ष के परितः बलाघूर्ण

$\vec{\tau}_{ext})_{Hinge} = _{Hinge} \quad \vec{\alpha}$

घूर्णन गतिज उर्जा $= \frac{1}{2}.I.\omega^2$

$\vec{P} = M\vec{v}_{CM}$

$\vec{F}_{external} = M\vec{a}_{CM}$

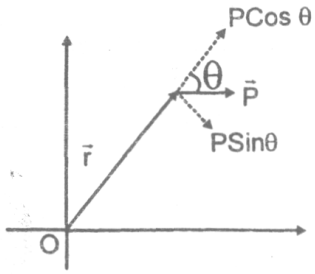
वस्तु पर कुल बाहय बल के दो घटक होते है । स्पर्ष रेखीय व अभिकेन्द्रीय ।

$\Rightarrow \quad F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r_{CM}} = m\omega^2 r_{CM} \qquad F_t = ma_t = m\alpha r_{CM}$

☞ **साम्यावस्था**

एक निकाय यांत्रिक साम्यायवस्था में है यदि यह स्थानान्तरीय के साथ–साथ घूर्णन–साम्यावस्था में भी है ।

इसके लिए : $\overrightarrow{F_{net}} = 0$



$\overrightarrow{\tau_{net}} = 0$ (प्रत्येक बिन्दु के परितः)

☞ **कोणीय संवेग** ($\vec{L}$)

• एक बिन्दु के परितः एक कण का कोणीय संवेग

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} \qquad \Rightarrow \quad L = rp\sin\theta$

या $|\vec{L}| = r_\perp \times P$ या $|\vec{L}| = P_\perp \times r$

जहाँ $\vec{P} =$ कण का संवेग

$\vec{r} =$ बिन्दु O जिसके परितः कोणीय संवेग की गणना करनी है के सापेक्ष कण का स्थिति5 सदिष ।

$\theta =$ सदिश $\vec{r}$ व $\vec{P}$ के मध्य कोण

$r_\perp =$ बिन्दु O से कण की गति की रेखा की लम्बवत् दूरी

$P_\perp = \vec{r}$ के लम्बवत् संवेग का घटक

कोणीय संवेग का SI मात्रक kgm^2/sec

• **स्थिर अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करते दृढ़ पिण्ड (वस्तु) का कोणीय संवेग :**

$L_H = I_H\omega$

$L_H = H$ अक्ष के सापेक्ष वस्तु का कोणीय संवेग

$I_H =$ दृढ़ पिण्ड का H अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण

$\omega =$ वस्तु का कोणीय वेग

• **कोणीय संवेग संरक्षण**

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

बल आघूर्ण कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर के बराबर होता है ।

जहाँ $\vec{\tau}$ व $\vec{L}$ समान अक्ष के परितः है ।

☞ यदि किसी कण या निकाय पर $\tau_{\text{बाह्य}} = 0$ हो तो कण या निकाय का कोणीय संवेग, उस बिन्दु या घूर्णन अक्ष के सापेक्ष नियत रहता है ।

बल आघूर्ण का आवेग : $\int \tau dt = \Delta J$

$\Delta J \rightarrow$ कोणीय संवेग में परिवर्तन

☞ **दृढ़ पिण्ड की संयुक्त स्थानान्तरण तथा घूर्णन गति :**

दृढ़ पिण्ड की गति को सामान्य रूप से स्थानान्तरण तथा घूर्णन गति की संयुक्त गति माना जा सकता है । किसी बिन्दु की स्थानान्तरण गति + इस बिन्दु के सापेक्ष घूर्णन गति ।

हम अपनी सुविधानुसार वस्तु के किसी बिन्दु को इसका द्रव्यमान केन्द्र मानते है ।

एक दृढ़ पिण्ड की सामान्य गति की षुद्ध गतिकि : एक दृढ़ पिण्ड के लिए पहले बताये अनुसार दृढ़ पिण्ड के लिए पहले बताये अनुसार दृढ़ पिण्ड के सभी बिन्दुओं के कोणीय गति विस्थापन (θ), कोणीय वेग (ω), कोणीय त्वरण (α) के मान उसी दृढ़ पिण्ड के किसी दूसरे बिन्दु के परितः समान रहते है ।

बिन्दु P का वेग : $v_P = v_{CM} + \omega r$

बिन्दु P का त्वरण : $a_P = a_{CM} + \alpha r$

• **शुद्ध लोटनी गति (या बिना फिसले लुढढ़कना) :**

षुद्ध लोटनी गति एक वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट वाली (उदा0 पहिया, चकती, वलय, गोलेा) दृढ़ वस्तु की किसी सतह पर सामान्य घूर्णन गति का विषेष प्रकार है ।

• **एक दृढ़ पिण्ड की सामान्य गति की गतिकी :**

यह गति द्रव्यमान केन्द्र की स्थानान्तरीय गति व द्रव्यमान केन्द से पारित अक्ष के परितः घूर्णन गति को मिलाकर होती है ।

(i) $\vec{\tau}_{cm} = I_{cm}\vec{\alpha}$ (ii) $\vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm}$

(iii) $\vec{P}_{system} = M\vec{v}_{cm}$ (iv) $\text{Total K.E.} = \frac{1}{2}Mv\,cm^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$

(v) $\vec{L}_{CM} = I_{CM}\vec{\omega}$

(vi) बिन्दु A के परितः कोणीय संवेग $+A$ के परितः द्रव्यमान केन्द्र का कोणीय संवेग

$$\vec{L}_A = I_{CM}\vec{\omega} + \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{cm}$$

☞ $\frac{dL_A}{dt} = \frac{d}{dt}(I_{cm}\vec{\omega} + \vec{r}_{cm} \times M\vec{v}_{cm}) \neq I_A\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ध्यान दें कि एक दृढ़ पिण्ड पर सामान्य गति में बलाघूर्ण की समीकरण केवल व केवल द्रव्यमान केन्द्र से पारित अक्ष के परितः लगाई जा सकती है ।

• **घूर्णन की तात्क्षणिक अक्ष**

ताक्षणिक अक्ष जिसके सापेक्ष किसी पिण्ड के लिए सयुक्त स्थानान्तरण तथा घूर्णन गति एक षुद्ध लौटनी गति दिखाई देती है ।

☞ **पलटना :** बहुत सी एक वस्तु पर इस एक सतह पर फिसलने के लिए लगाया जाता है । कुछ विषेष स्थितियों में वस्तु फिसलने से पहले पलट जाती है । इसको पलटनाय (toppling) कहते है ।

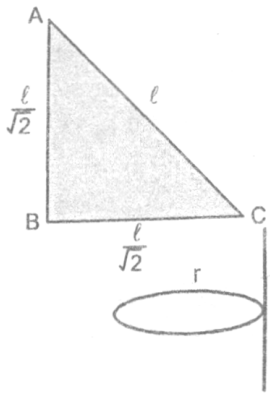
Exercise # 1

PART- : SUBJECTIVE QUESTIONS

SECTION (A) : गतिकी (KINEMATICS)

A1. 20 rad/s 2 से घूर्णन कर रही वस्तु को एक नियत बल–आघूर्ण $2 rad/s^2$ का मंदन प्रदान करता है । किस समय पर वस्तु की गतिज उर्जा के समान होगी यदि बल आघूर्ण लगातार आरोपित है ?

SECTION (B) जड़त्व आघूर्ण (MOMENT OF INERTIA)



B1. m द्रव्यमान व r त्रिज्या के गोले के युग्म का एक दूसरे के सम्पर्क बिन्दु से गुजरने वाली स्पर्ष रेखा के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करों ।

B2. एक m द्रव्यमान की समरूप त्रिभुजाकार प्लेट जिसके कोने ABC है। इनकी लम्बाई $\ell, \frac{\ell}{\sqrt{2}}$ तथा $\frac{\ell}{\sqrt{2}}$ है । इस प्लेट का बिन्दु Bसे गुजरने वाली व तल के लम्बवत् अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करों ।

B3. एक वृत्ताकार r त्रिज्या की वलय की इसके तल के लम्बवत् व इसके किसी कण से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष घूर्णन त्रिज्या ज्ञात करो ।

SECTION (C) : बल आघूर्ण (TORQUE)

C1. दो बल $\vec{F}_1 = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 6\hat{k}$ तथा $\vec{F}_2 = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ एक वस्तु पर बिन्दुओं (1, 1, 0) तथा (0, 1, 2) पर आरोपित है । वस्तु का बिन्दु (-1, 0, 1) के सापेक्ष बल–आघूर्ण ज्ञात करो ।

C2. एक M द्रव्यमान का कण u वेग से क्षैतिज से कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है । जब कण अधिकतम उॅचाई पर है, तो इसके भार का प्रक्षेपण बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण ज्ञात करो ।

SECTION (D) : घूर्णन साम्यावस्था (ROTATIONAL EQUILIBRIUM)

D1. एक 200g की समरूप मीटर छड़ को समान लम्बाई की दो उर्ध्वाधर रस्सियों की सहायता से लटकाया जाता है । जो छड़ से आलम्बित है। छड़ के बाऐं किनारे से 70cm दूरी पर एक छोटी 20g की वस्तु को रखा है, तो रस्सियों में तनाव ज्ञात करो ।($g=9.8\ m/s^2$)

D2. एक 16.0 kg द्रव्यमान व 10.0 m लम्बाई की समरूप सीढ़ी उर्ध्वाधर दीवार के सहारे इससे 37° के कोण पर रखी गई है । उर्ध्वाधर दीवार घर्षण रहित है । परन्तु मैदान खुरदरा है । 60.0 kg द्रव्यमान का व्यक्ति सीढ़ी के उपर चढ़ता है । यदि यह सीढ़ी के निचले सिरे से 8.00m की उॅचाई पर ठहरता है । जमीन द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्ब बल व घर्षण बल क्या होगा ? व्यक्ति के सुरक्षित काम करने के लिए न्यूनतम घर्षण गुणांक क्या होना चाहिए ?

SECTION (E) : स्थिर अक्ष के परितः घूर्णन $(\tau_H = I_H\alpha)$ [ROTATIONA ABOUT FIXED AXIS$(\tau_h = I_h\alpha)$]

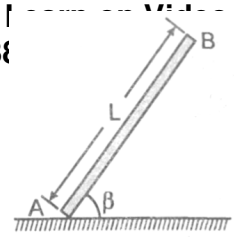
E1. एक मीटर लम्बाई की हल्की छड़ चित्रानुसार मध्य बिन्दु से आलम्बित है तथा 5kg व 2kg के दो पिण्ड इसके किनारों से चित्रानुसार लटकाए जाते है

(a) छड़ का प्रारम्भिक कोणीय त्वरण ज्ञात करो यह मानते हुए कि छड़ प्रारम्भ में क्षैतिज थी ।

(b) यदि छड़ का 1kg द्रव्यमान इसकी लम्बाई पर समान रूप से वितरित हो ।

(i) छड़ का प्रारम्भिक कोणीय त्वरण ज्ञात करो ।

(ii) 2 kg व 5 kg के ब्लॉक से जुड़ी हुई छड़ में तनाव ज्ञात करो ।



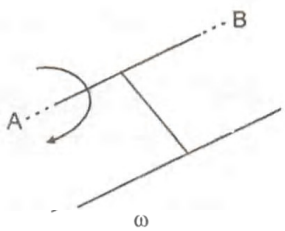
Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & l
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 5888

E2. एक समरूप m द्रव्यमान की छड़ AB जब $\beta = 60^\circ$ से स्वतंत्रतापूर्वक छोड़ी जाती है । माना कि किनारे A व सतह के मध्य घर्षण फिसलने से रोकने के लिए र्प्याप्त है । ज्ञात करो (छोड़ने के ठीक बाद)

(a) छड़ का कोणीय त्वरण

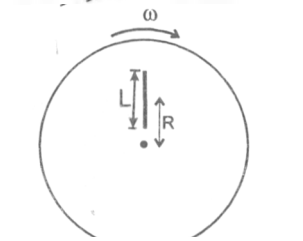
(b) Aपर अभिलम्ब प्रितिक्रिया बल व घर्षण बल

SECTION (F) : जड़त्व अक्ष के सापेक्ष घूर्णन (उर्ज़ा संरक्षण)
[ROTATION ABOUT FIXED AXIS (ENERGY CONSERVATION)]



F1. एक दृढ़ वस्तु तीन L लम्बाई की समरूप छड़ से मिलकर H आकृति की बनाई जाती है । यह वस्तु अक्ष AB के सापेक्ष घूर्णन के लिए स्वतंत्र है जब H का तल क्षैतिज में हो तो इसे छोड़ा जाता हैं तो इसका कोणीय वेग क्या होगा ? जब H का तल उर्ध्वाधर हो ।

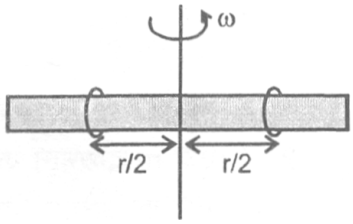
F2. अक्ष के परितः क्षैतिज तल में ω कोणीय वेग से घूमती चकती पर M द्रव्यमान तथा L लम्बाई की एक समान छड़ त्रिज्यीय दिषा में रखी है । छड़, चकती पर फिसलती नहीं है तथा छड़ का केन्द्र, चकती के केन्द्र से R दूरी पर है, तब छड़ की गतिज उर्ज़ा ज्ञात करों।



(SECTION) (G) : कोणीय संवेग तथा संरक्षण (ANGULAR MOMENTUM & ITS CONSERVATION)

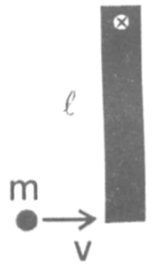
G1. 2kg द्रव्यमान का कण सरल रेखा 3x+4y=5 के अनुदिष 8m/s की चाल से गतिमान है । कण का कोणीय संवेग मूल बिन्दु के सापेक्ष ज्ञात करो । x और y मीटर में है ।

G2. दो मोती (प्रत्येक द्रव्यमान m) एक घर्षणरहित तार में स्वतंत्रतापूर्वक गति कर सकते हैं । तार उर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I है । जब मोती अक्ष से r/2 दूरी पर है, तो निकाय को ω_0 कोणीय वेग से घुमाया जाता है, जब मोती से r दूरी पर है, तो निकाय का कोणीय वेग क्या होगा ? **[JEE-90]**



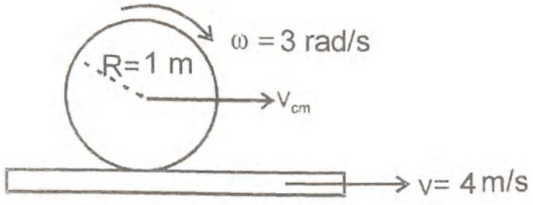
G3. एक M द्रव्यमान व R त्रिज्या का वृत्ताकार बोर्ड एक दृढ़ चिकनी सममतल सतह पर रखा जाता है तथा इसके केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष घूमने के लिए स्वतंत्र है । एक व्यक्ति बोर्ड की परिधि पर चिन्हित बिन्दु A पर खड़ा है । प्रारम्भ में बोर्ड व आदमी विरामावस्था में है । आदमी बोर्ड की परिधि पर बोर्ड के सापेक्ष एक नियम चाल v_0 से गति प्रारम्भ करता है, जब व्यक्ति चकती पर अपनी प्रारम्भिक बिन्दु से पहली बार गुजरता है, तो बोर्ड द्वारा तय किया गया कोण ज्ञात करो ।

G4._ एक बिन्दु द्रव्यमान m एक समरूप पतली ℓ लम्बाई व m द्रव्यमान की छड़ के सिरे पर क्षैतिज रूप से टकराता है तथा इससे चिपक जाता है, छड़ क्षैतिज चिकनी सतह पर रखी है एवं दर्षाये अनुसार इसका दूसरा सिरा कीलकित है । टक्कर के ठीक बाद निकाय का कोणीय वेग ज्ञात करो ।



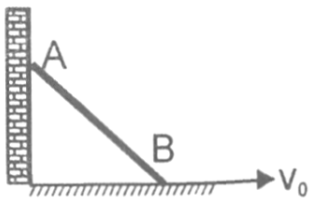
SECTION (H) : संयुक्त स्थानांतरीय + घूर्णन गति (गतिकी
COMBINED TRANSLATIONAL + ROTATIONAL MOTION (KINEMATICS)

H1_ एक पट्टा 4m/sec. के वेग से चल रहा हैं त्रिज्या 1m की एक चकती इस पर बिना फिसले लुढ़क रही है । इसकी कोणीय चाल 3rad/sec. है। चकती के द्रव्यमान केन्द्र का वेग ज्ञात करो । (चित्र देखें).



H 2_ छड़ AB का B किनारा फर्ष से θ कोण बनाता है । इसे चित्रानुसार v_0 वेग से खींचा जाता है । एक समान छड़ की लम्बाई को ℓ मानते हुए $\theta = 37^\circ$ के कोण पर निम्न का मान ज्ञात करो –

(a) किनारे A का वेग **(b)** छड़ का कोणीय वेग **(c)** छड़ के द्रव्यमान केन्द्र का वेग



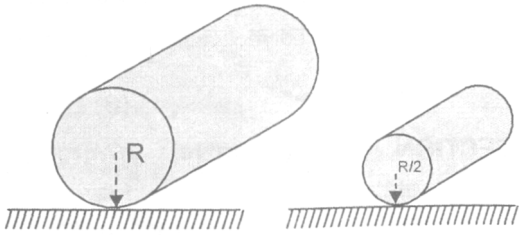
SECTION (I) : संयुक्त स्थानांतरीय + घूर्णन (बल गतिकी)
COMBINED TRANSLATIONAL & ROTATIONAL MOTION (DYNAMICS)

I 1. एक खुरदरे पथ पर एक गोलाकार गेंद को h उॅचाई पर स्थित बिन्दु से चित्रानुसार छोड़ा जाता है । यह मानते हुए कि यह कहीं भी नहीं फिसलती तो पथ के क्षैतिज भाग पर लुटकने पर इसका रेखीय वेग ज्ञात करो ।

I 2. θ कोण के नत तल के षीर्ष से एक खोखला गोला छोड़ा जाता है । **(a)** फिसलन को रोकने के लिए न्यूनतम घर्षण गुणांक क्या होना चाहिए **(b)** यदि घर्षण गुणांक **(a)** भाग में की गई गणना से आधा हो तो नीचे की ओर ℓ दूरी तय करने के बाद गेंद की गतिज उर्जा क्या होगी?

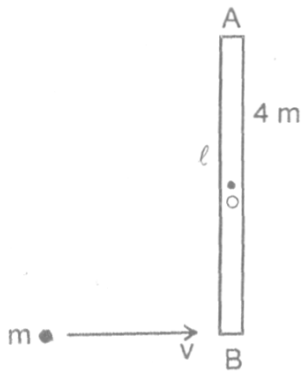
I 3. m द्रव्यमान की एक समरूप गेंद एक स्थिर क्षैतिज धरातल पर बिना फिसले लुढ़कती है । गेंद के केन्द्र के सापेक्ष इसके निम्नतम बिन्दु का वेग v है। गेंद की कुल गतिज उॅर्जा क्या होगी।

I 4. 'M' द्रव्यमान तथा अवितान्य पदार्थ की बनी हुई एक दरी इसकी लम्बाई के अनुदिष 'R' त्रिज्या के बेलन के रूप में लपेटी जाती है तथा खुरदरे फर्श पर रखी जाती है। जब एक हल्का सा धक्का दिया जाता है तो दरी बिना फिसले खुलनाषुरू हो जाती है । जब इसकी त्रिज्या R/2 है तो बेलनाकार भाग के अंक्ष का क्षैतिज वेग ज्ञात करो ।



SECTION (J) : कोणीय संवेग संरक्षण (संयुक्त स्थानान्तरीय एवं घूर्णन गति)
CONSERVATION OF ANGULAR MOMENTUM (COMBINED TRANSLATION & ROTATIONAL MOTION)

J 1_ लम्बाई ℓ व द्रव्यमान 4m की एक छड़ एक घर्षणरहित क्षैतिज सतह पर रखी है । जहॉ यह किसी भी तरफ जाने के लिए स्वतंत्र है । द्रव्यमान m की एक गेंद v चाल से चित्रानुसार छड़ के एक सिरे पर टकराती है । यदि टक्कर के तुरन्तर बात गेंद विराम पर आ जाती है तो टक्कर के तुरन्त बाद छड़ का कोणीय वेग वेग ज्ञात करो ।



J 2. M द्रव्यमान व L लम्बाई की एक समरूप छड़ क्षैतिज चिकनी मेज पर रखी गई है । M द्रव्यमान का एक कण v चाल से गति करता हुआ छड़ के लम्बवत एक किनारे पर लम्बवत् टकराता है तथा चिपक जाता है । (a) छड़ व कण निकाय के द्रव्यमान केन्द्र (c) का वेग ज्ञात करो । (b) टक्कर से पहले कण का c के सापेक्ष वेग ज्ञात करो । (c) टक्कर से पहले छड़ का c के सापेक्ष वेग ज्ञात करो । (d) टक्कर से पहले कण व छड़ का c के सापेक्ष कोणीय संवेग ज्ञात करो । (e) टक्कर के पष्चात् निकाय का द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली उॅर्ध्वाधर अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो (f) टक्कर के पष्चात् द्रव्यमान केन्द्र c का वेग तथा द्रव्यमान के सापेक्ष निकाय का कोणीय वेग ज्ञात करो ।

SECTION (K) : पलटना (TOPPLING)

K 1. एक **m** द्रव्यमान व **a** भुजा का घनाकार ब्लॉक खुरदरे θ कोण वाले तल पर नीचे की ओर समरूप चाल से फिसलता है । इसके केन्द्र के परितः ब्लॉक पर लगने वाले अभिलम्ब बल का बल आघूर्ण ज्ञात करो ।

PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

SECTION (A) : गतिकी (KINEMATICS)

A 1. एक पंखा 3000 rpm से घूम रहा है । यह बन्द किया जाता है । यह कोणीय वेग की एक समान ह्रास दर से घूमता हुआ 10 सैकण्ड में रूक जाता है । इस अन्तराल में लगाये गये कुल चक्कर होगें ।

(A) 150 **(B)** 250 **(C)** 350 **(D)** 300

SECTION (B): जड़त्व आघूर्ण (MOMENT OF INERTIA)

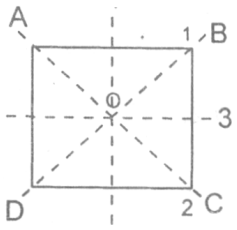
B 1. द्रव्यमान M व त्रिज्या r के एक समरूप अर्द्धवृत्ताकार तार का इसके केन्द्र से गुजरने वाली व तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा –

(A) Mr^2 **(B)** $\frac{1}{2}Mr^2$ **(C)** $\frac{1}{4}Mr^2$ **(D)** $\frac{2}{5}Mr^2$

B 2. माना कि समरूप ज्यामितिय आकृति की दो वस्तुओं के जड़त्व आघूर्ण I_1 तथा I_2 हैं । पहली एल्यूमिनियम व दूसरी लोहे से बनाई जाती है –

(A) $I_A < I_B$ **(B)** $I_A = I_B$

(C) $I_A > I_B$ **(D)** I_1 व I_2 के मध्य संबंध इनकी वास्तविक आकृति पर निर्भर करता है ।



B 3*. एक पतली समान मोटाई की समरूप वर्गाकार प्लेट ABCD का प्लेट के तल के लम्बवत् व इसके केन्द्र O से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा – **[REE-92]**

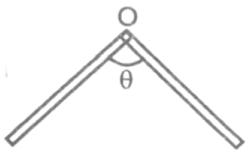
(A) $I_1 + I_2$ (B) $I_3 + I_4$

(C) $I_1 + I_3$ (D) $I_1 + I_2 + I_3 + I_4$

जहाँ $I_1, I_2, I_3,$ तथा I_4 क्रमषः अक्ष 1, 2, 3, व 4 के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है, जो तल में स्थित है ।

B 4. लम्बाई L व द्रव्यमान M की एक पतली छड़ मध्य बिन्दू O पर चित्रानुसार मुड़ी है । मध्य बिन्दू O व मुडी छड़ के तल के लम्बवत एक अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण है ।

(A) $2/3\ mL^2$ (B) $1/3\ mL^2$ (C*) $1/12\ mL^2$ (D) $1/24\ mL^2$



SECTION (C) : बल आघूर्ण (TORQUE)

C 1. यदि एक दृढ़ वस्तु पर दो बल $\mathbf{F_1 = 2i + 3j + 4k}$ **, (3,3,4)** पर तथा $\mathbf{F_2 = -2i - 3j - 4k}$**, (1, 0, 0)** पर लगाए जाते हैं, तो निम्न में से कौनसा (कोनसे) सत्य है ? – **[REE-94]**

(A) वस्तु साम्यावस्था में है । (B) वस्तु पर केवल एक युग्म लगता है ।

(C) वस्तु केवल एक बल के प्रभाव में है । (D) वस्तु एक बल व एक बलाघूर्ण के प्रभाव में है ।

C 2. एक बल $\vec{F} = 4i - 10j$ एक वस्तु पर एक बिन्दु पर जिसका घूर्णन अक्ष पर मूल बिन्दु के सापेक्ष स्थिति सादिष $-5i - 3j$ है । वस्तु पर कार्यरत बलाघूर्ण है :

(A) $38k$ (B) $-25k$ (C) $62\ k$ (D) इनमे से कोई नहीं

C 3. एक युग्म के बलाघूर्ण के लिए यदि अक्ष को इसके समान्तर विस्थापित किया जाये तो बलाघूर्ण :

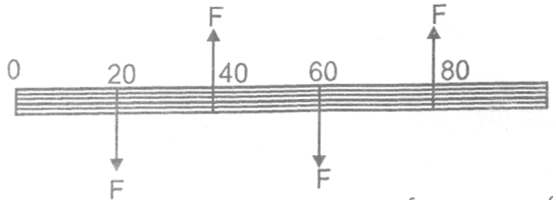
(A) बढ़ेगा (B) घटेगा (C) नियत रहता है (D) इनमें से कोई नहीं

SECTION (D) : घूर्णन साम्यावस्था (ROTATIONAL EQUILIBRIUM)

D 1. चित्रानुसार किसी छड़ पर चार समान व समान्तर बल छड़ के एक सिरे से क्रमषः **20cm, 40cm 60cm** व **80cm** की दूरीयों पर लगाये जाते हैं । इन बलों के प्रभाव में छड़ –

(A) स्थिर है **(B)** बलाघुर्ण अनुभव करती है

(C) रेखिक गति करती है **(D)** बलाघुर्ण अनुभव करती है व रखिक गति भी करती है



D 2. 5m लम्बी एक समरूप सीढ़ी एक दीवार पर चित्रानुसार लगी है । तो इसको फिसलने से रोकने के लिए μ का न्यूनतम मान क्या होना चाहिए ।

(A) $\mu = 1/2$ **(B)** $\mu = 1/4$ **(C)** $\mu = 1/3$ **(D)** $\varpi = 1/5$

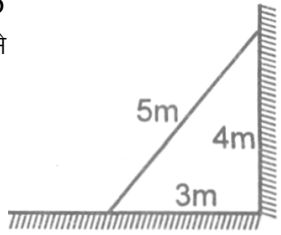
D3. _ दो आदमी एक समरूप क्षैतिज पट्टे को इसके दोनों किनारों पर से उठाते हैं । यदि उनमें से एक अचानक छोड़ देता है तो पट्टे द्वारा दूसरे व्यक्ति पर आरोपित बल :

(A) अपरिवर्तित रहेगा

(B) बढ़ेगा

(C) घटेगा

(D) उसके द्वारा पट्टे पर आरोपित बल से अलग होगा

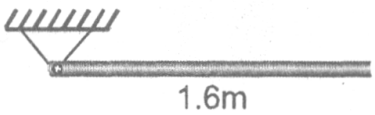


SECTION (E) : जडत्व अक्ष मके सापेक्ष घूर्णन ($\tau_H = I_H\alpha$) [ROTATION ABOUT FIXED AXIS ($\tau_H = I_H\alpha$)]

E 1. एक **M** द्रव्यमान व ℓ लम्बाई की समरूप छड़ का एक सिरा आलम्बित है । छड़ एक चिकने क्षैतिज तल पर रखी गई है तथा आलम्बित सिरे के सापेक्ष समान कोणीय वेग ω से घूर्णन करती है । दृढ़ आलम्ब द्वारा छड़ पर लगाए गए बल का क्षैतिज घटक होगा –

(A) $m\omega^2 l$ **(B)** शून्य **(C)** **mg** **(D)** $\frac{1}{2}m\omega^2 l$

E 2. 20 kg द्रव्यमान तथा 1.6m लम्बाई की एक एकसमान छड़ अपने एक सिरे के बिन्दु पर कीलकित है तथा उर्ध्वाधर तल में मुक्त रूप से झूल सकती है । छड़ को विराम से क्षैतिज स्थिति में छोड़ने के तुरन्तर बाद छड़ का कोणीय त्वरण :



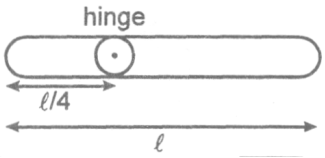
(A) $\frac{15g}{16}$ **(B)** $\frac{17g}{16}$ **(C)** $\frac{16g}{15}$ **(D)** $\frac{9}{15}$

SECTION (F) : जड़त्व अक्ष के सापेक्ष घूर्णन (उर्जा संरक्षण)
ROTATION ABOUT FIXED AXIS (ENERGY CONSERVATION)

F 1. एक मीटर छड़ उर्ध्वाधर रखी जाती है । इसका एक सिरा फर्ष पर है और यह गिरने दी जाती है । दूसरे सिरे की चाल जब यह फर्ष पर टकराती है ।

(A) $\sqrt{4g}$ **(B)** $\sqrt{3g}$ **(C)** $\sqrt{5g}$ **(D)** $\sqrt{g}$

F 2. एक समरूप छड़ चित्रानुसार कीलकित की गयी है । इसे क्षैतिज अवस्था से छोड़ा जाता है । छड़ के उर्ध्वाधर अवस्था में पहुँचने पर इसका कोणीय वेग है :



(A) $\frac{12g}{3\ell}$ **(B)** $\frac{2g}{3\ell}$ **(C)** $\frac{24g}{7\ell}$ **(D)** $\frac{3g}{7\ell}$

SECTION (G) : कोणीय संवेग तथा संरक्षण (ANGULAR MOMENTUM & ITS CONSERVATION)

G 1. एक कण $\times$–अक्ष के समान्तर समान वेग से गति करता है, मूल बिन्दु के सापेक्ष इसका कोणीय संवेग –

(A) शून्य है **(B)** नियत रहता है **(C)** लगातार बढ़ता है **(D)** लगातार घटता है

G 2. एक कण t=0 पर जमीन पर क्षैतिज से 45^0 के कोण पर बिन्दु P से V_o चाल से प्रक्षेपित किया जाता है । $t=v_o/g$ समय पर कण का P के सापेक्ष कोणीय संवेग का परिमाण क्या होगा – **[1984 6 marks]**

(A) $\frac{mv_o^2}{2\sqrt{2g}}$ **(B)** $\frac{mv_o^3}{\sqrt{2g}}$ **(C)** $\frac{mv_o^2}{\sqrt{2g}}$ **(D)** $\frac{mv_o^3}{2\sqrt{2g}}$

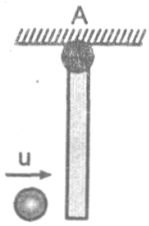
G 3.* यदि एक अदृढ़ निकाय पर बाह्य बल नहीं लगता है, कौनसी राषियॉ स्थिर रहनी चाहिए –

(A) कोणीय संवेग **(B)** रेखीय संवेग **(C)** गतिज उर्ंजा **(D)** जड़त्व आघूर्ण

G 4. **(A)** 'M' द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक पतली वलय इसकी अक्ष के सापेक्ष समान कोणीय वेग ω से घूर्णन करती है। दो वस्तुऐं प्रत्येक M द्रव्यमान की इसके व्यास विपरीत किनारों पर धीरे से रख दी जाती है। अब वलय का कोणीय वेग होगा – **[JEE-83]**

(A) $\frac{\omega M}{(M+m)}$ **(B)** $\frac{\omega M}{(M+2m)}$ **(C)** $\frac{\omega M}{(M-2m)}$ **(D)** $\frac{\omega(M+3m)}{M}$

G5_* दिये गये चित्र में एक गेंद एक छड़ पर प्रत्यास्थ रूप से टकराती है और छड़ बिन्दु A पर कीलकित है तो टक्कर के लिए कौनास/से कथन सत्य है/ हैं?



(A) निकाय (गेंद + छड़) का रेखीय संवेग संरक्षित है ।
(B) कीलकित बिन्दु A के परितः निकाय का कोणीय संवेग संरक्षित है ।
(C) निकाय की गतिज उर्ंजा संरक्षित है ।
(D) गेंद का रखीय संवेग संरक्षित है ।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

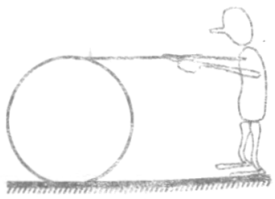
G6._ एक चिकना गोला A एक घर्षणरहित क्षैतिज सतह पर कोणीय चाल ω व द्रव्यमान केन्द्र के वेग V से गतिशील है । यहा प्रत्यास्थ रूप से इस जैसे ही एक गोले B जो विराम पर है, से टकराता है । सभी जगह घर्षण नगण्य है । टक्कर से बाद उनकी कोणीय चाल क्रमषः ω_A व ω_A हैं तो –

(A) $\omega_A < \omega_B$ **(B)** $\omega_A = \omega_B$ **(C)** $\omega_A = \omega$ **(D)** $\omega_B = \omega$

SECTION (H) : संयुक्त स्थानांतरीय + घूर्णन गति (गतिकी)

COMBINED TRANSLATIONAL + ROTATION MOTION (KINEMATICS)

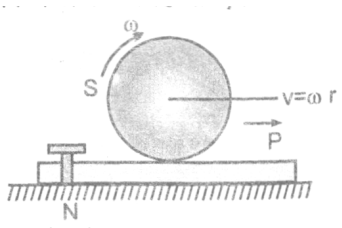
H 1.* जब एक साइकिल गतिशील हो तो जमीन द्वारा दोनों पहियों पर घर्षण बल होगा : **[JEE-90]**



(A) आगे के पहिये पर पीछे की ओर व पीछे के पहिये पर आगे की ओर ।
(B) आगे के पहिए पर आगे की ओर पीछे के पहिए पर पीछे की ओर ।
(C) दोनों पहियों पर पीछे की ओर ।
(D) दोनों पहियों पर आगे की ओर

H 2. खुरदरे क्षैतिज तल पर रखे गए एक बेलन पर नगण्य मोटाई की एक रस्सी कई बार लपेटी गई है । ℓ दूरी पर खड़ा व्यक्ति इसको खीचता है । कहीं भी फिसलन नहीं है, तो व्यक्ति के हाथ से गुजरने वाली रस्सी की लम्बाई होगी

(A) ℓ **(B)** 2ℓ **(C)** 3ℓ **(D)** 4ℓ



H 3._ एक गोला S एक प्लांक P पर बिना फिसले चल रहा है । P की उपरी सतह व गोले के मध्य घर्षण फिसलन रोकने के लिऐ पर्याप्त है । जबकि P की निचली सतह चिकनी है व सतह पर रखा ाहै । प्रारम्भ में P सतह से एक पिन N द्वारा जुड़ा है । यदि N अचानक हटा लिया जाये तो –

(A) S, P पर फिसलना प्रारम्भ करेगा
(B) P पीछें चलना प्रारम्भ करेगा
(C) S की चाल घटेगी व इसका कोणीय वेग बढ़ेगा
(D) S की चाल में कोई परिवर्तन नहीं आयेगा व P अब भी विराम पर रहेगा

H 4._ एक वस्तु को स्थानान्तरीय वेग दिया जाता है एवं पर्याप्त घर्षण वाली सतह पर रखा जाता है, तो :

(A) षुद्व घूर्णन से पहले वस्तु आगे की ओर गति करेगी **(B)** शुद्ध घुर्णन से पहले वस्तु पीछे की ओर गति करेगी
(C) वस्तु तुरंत षुद्व घूर्णन प्रारंभ करेगी **(D)** इनमें से कोई नहीं

SECTION (I) : संयुक्त स्थानांतरीय + घूर्णन (बल गतिकी)

COMBINED TRANSLATIONAL & ROTATIONAL MOTION (DYNAMICS)

I 1. समान द्रव्यमान व त्रिज्या का एक ठोस गोला, खोखला गोला तथा चकती एक नत तल के षीर्ष से एक साथ छोड़े जाते है । वस्तु व नत तल के मध्य घर्षण गुणांक समान है तथा षुद्व लोटनी गति के लिए पर्याप्त नहीं है । तली पर सबसे कम गतिज उर्जा प्राप्त करेगा –

(A) ठोस गोला **(B)** खोखला गोला **(C)** चकती **(D)** सभी समान गतिज उर्जा प्राप्त करेंगे

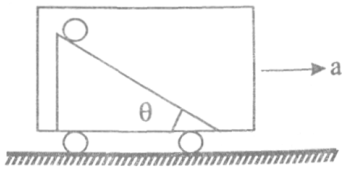
I 2. एक खोखला गोला व ठोस गोला जिनका द्रव्यमान व त्रिज्या समान है । एक खुरदरे नत तल पर लुढ़काए जाते हैं ।

(A) खोखला गोला तली पर पहले पहुँचेगा **(B)** ठोस गोला तली पर अधिक चाल से पहुँचेगा
(C) ठोस गोला तली पर अधिक गतिज उर्जा से पहुँगा **(D)** दोनों गोले तली पर समान रेखीय संवेग से पहॅचेगे

I 3. चित्र में एक चिकना नत तल दिखाया गया है । जो एक कार में जड़त्व किया गया है । कार क्षैतिज सड़क पर त्वरित होती है । नत तल का झुकाव कोण θ व कार का त्वरण निम्न प्रकार से संबंधित है – $a = g\tan\theta$. यदि गोले को नत तल पर षुद्व लोटनी गति दी जाए तो –

(A) यह लगातार षुद्व लोटनी गति करेगा **(B)** यह तल पर नीचे की ओर फिसलेगा
(C) इसका रेखीय वेग बढ़ेगा **(D)** इसका रेखीय वेग घटेगा

I 4. _ एक बेलन खुरदरे क्षैतिज फर्ष पर बिना फिसले लुढ़कता है । इसका द्रव्यमान केन्द्र v चाल से चल रहा है । यह चिकनी उर्ध्वाधर दीवार से प्रत्यास्थ टक्कर करता है । टक्कर के बाद :



(A) प्रारंभ में इसका द्रव्यमान केन्द्र v चाल से गति करेगा
(B) इसकी गति बिना फिसले लोटनी गति होगी
(C) प्रारंभ में इसकी गति फिसलने के साथ लोटनी गति होगी और किसी क्षण इसकी घूर्णन गति एक क्षण के लिए रूक जायेगी ।

SECTION (J) : कोणीय संवेग संरक्षण (संयुक्त स्थानान्तरीय एवं घूर्णन गति)
CONSERVATION OF ANGULAR MOMENTUM (COMBINED TRANSLATION & ROTATIONAL MOTION)

J 1. एक चिकने नत तल के उपरी सिरे से एक गोला मुक्त रूप से छोड़ा जाता है । जब यह नीचे की ओर गति करता है तो इसका कोणीय संवेग

(A) प्रत्येक बिन्दु के सापेक्ष संरक्षित होगा । **(B)** केवल संपर्क बिन्दु के सापेक्ष संरक्षित होगा ।

(C) केवल गोले के केन्द्र के सापेक्ष संरक्षित होगा ।

(D) गोले के केन्द्र से गुजरने वाली नत तल के समानान्तर रेखा पर स्थित किसी भी बिन्दु क सापेक्ष संरक्षित होगा ।

J 2.*_ एक क्षैतिज चकती इसके केन्द्र से पारित एक उÅर्ध्वाधर अक्ष के परितः मुक्त रूप से घूम रही है । समान द्रव्यमान व त्रिज्या की एक वलय, चकती पर धीरे से रख दी जाती हे । कुछ समय बाद, दोंनों एक समान कोंणीय वेग से घूमती है ।

(A) चकती व वलय के मध्य कुछ घर्षण है । **(B)** चकती + वलय का कोणीय संवेग संरक्षित है ।

(C) अंतिम उभयनिष्ठ कोणीय वेग, चकती के प्रारंभिक कोणीय वेग का $2/3^{rd}$ है ।

(D) अंतिम उभयनिष्ठ कोणीय वेग, चकती के प्रारंभिक कोणीय वेग का $1/3^{rd}$ है ।

J3. m द्रव्यमान व R त्रिज्या का एक वृत्ताकार लकड़ी का वलय समतलीय रूप से एक घर्षण रहित क्षैतिज तज पर स्थिर रखा हुआ है । समान द्रव्यमान m की एक गोली v वेग से गति करती हुयी । वलय से टकराकर इसमें धंस जाती है। वलय की मोटाइ R की तुलना में बहुत कम है । गोली क`वलय में धंस जाने के बाद निकाय का कोणीय वेग है ।

(A) $\frac{V}{4R}$ **(B)** $\frac{V}{3R}$ **(C)** $\frac{2V}{3R}$ **(D)** $\frac{3V}{4R}$

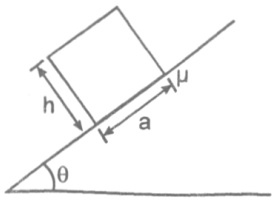
SECTION (K): पलटना (TOPPLING)

K 1. a भुजा व m द्रव्यमान का एक समरूप घन खुरदरी क्षैतिज मेज पर रखा गया हे । एक क्षैतिज बल 'F' केन्द्र के ठीक उपर आधार से $\frac{3a}{4}$ उÅंचाई पर लगाया जाता है । घन के भुजा के सापेक्ष लुढ़कने के लिए 'F' का न्यूनतम मान क्या होगा? (माना कि घन फिसलता नहीं है)

(A) $\frac{2}{3}mg$ **(B)** $\frac{4}{3}mg$ **(C)** $\frac{5}{4}mg$ **(D)** $\frac{1}{2}mg$

K 2._ $a \times a$ माप का वर्गाकार आधार व h उÅंचाई वाला एक गुटका एक नत तल पर रखा है ।

घर्षण गुणांक μ है । तल का झुकाव कोण (θ) धीरे से बढ़ाया जाता है । गुटका :–



(A) यदि $\mu > \frac{a}{h}$ है तो फिसलने से पहले पलट जायेगा **(B)** यदि $\mu < \frac{a}{h}$ है तो फिसलने से पहले पलट जायेगा

(C) यदि $\mu > \frac{a}{h}$ है तो पलटने से पहले फिसल जायेगा **(D)** यदि $\mu < \frac{a}{h}$ है तो पलटने से पहले फिसल जायेगा

Exercise # 2

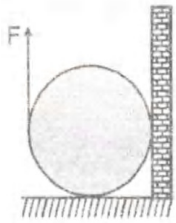
PART -1 : SUBJECTIVE QUESTION

1. एक ठोस वस्तु एक स्थिर अक्ष के परितः मंदित होते हुए कोणीय मन्दन $\beta \propto \sqrt{\omega}$ से घूम रही है, यहाँ ω कोणीय वेग है । यदि प्रारम्भ में इसका कोणीय वेग ω_0 हो तो घूर्णन के पूरे समय में इसका औसत कोणीय वेग ज्ञात करो।

2. एक समान छड़ जिसका द्रव्यमान m, लम्बाई ℓ है, एक अक्ष जो छड़ के सिरे से गुजरे व लम्बाई से $\theta = 45^\circ$ का कोण बनाए के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करें ।

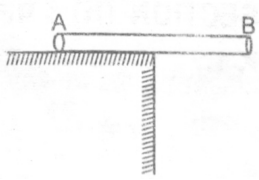
3. a त्रिज्या की चकती का पृष्ठीय घनत्व चकती के केन्द्र से दूरी पर निम्न प्रकार निर्भर करता है । $p(r) = A + Br$ । चकती के केन्द्र से पारित व तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो ।

4. एक बिन्दु जिसका त्रिज्या सदिश मूल बिन्दु O के सापेक्ष $r = ai + bj$ है, इस पर एक बल $F = Ai + Bj$ आरोपित किया जाता है । जहाँ a, b व A, B अचर है तथा i, j क्रमशः x व y अक्ष के इकाई सदिष है । बिन्दु O के सापेक्ष बल की भुजा ℓ व आघूर्ण N ज्ञात कीजिए ।

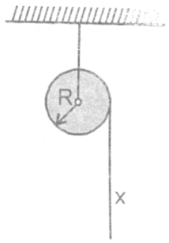


5. चित्र में उÿर्ध्वाधर बल F दर्षाया गया है जो W भार के एक समरूप बेलन के स्पर्श रेखीय लग रहा है । सभी सतह व बेलन के मध्य स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.5 है । W के पदों में, बेलन को बिना घुमाये इस पर लगने वाला अधितम बल ज्ञात कीजिए

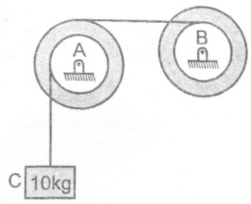
6. 2m द्रव्यमान का एक पीने का पाईप (drinking straw) एक टेबल पर समकोणीय रूप से इस प्रकार स्थित है । कि इसका आधा भाग टेबल से आगे तक फैला रहे । m द्रव्यमान की एक मक्खी, पाईप के आन्तरिक सिरे 'A' पर उतरती हैऔर पाईप के अनुदिष तब तक चलती रहती है, जब तक कि यह दूसरे सिरे 'B' पर न पहुॅच जाये । यह पाईप तब भी नहीं झुकता है, यदि एक अन्य मक्खी, पहली वाली मक्खी पर बैठ जाती है । वह अधिकतम द्रव्यमान ज्ञात कीजिए जो द्वितीय मक्खी रख सकती है । (यहाँ पाईप और टेबल के मध्य घर्षण को नगणय मानिए)



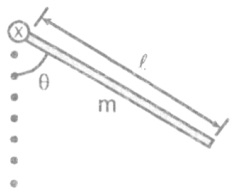
7. R त्रिज्या और M द्रव्यमान का एक एकसमान बेलन, एक स्थिर क्षैतिज अंक्ष O के परितः (चित्रानुसार) स्वतंत्रापूर्वक घूर्णन कर सकता है । ℓ लम्बाई और M द्रव्यमान की एक पतली डोरी को एक एकल परत में बेलन के चारों ओर लपेटा गया है । बेलन का कोणीय त्वरण, डोरी के लटके हुए भाग की लम्बाई x के फलन के रूप में ज्ञात कीजिए । डोरी के लपटे हुए भाग का गुरूत्वीय केन्द्र बेलन के अक्ष पर माना गया है ।



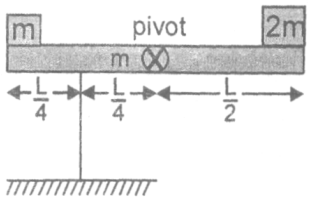
8. दर्शाई गई द्वि घिरनीयॉ प्रत्येक का केन्द्रीय द्रव्यमान जड़तव आघूर्ण $0.25\ kg\ m^2$ आन्तरकि त्रिज्या 100 mm व बाह्य त्रिज्या 150 mm है । माना A व B के अक्ष का घर्षण 0.45 N.m परिमाण के बलाघूर्ण के बराबर है तो बताओ –
(a) निकाय को विरामावस्था से छोड़ने के 3 sec बाद बेलन का वेग
(b) घिरनीयों से जुड़ी रस्सी में तनाव



9. दर्शाये गये चित्र में m द्रव्यमान तथा ℓ लम्बाई की एक छड़ की कीलकित किया जाता है । जब छड़ उÿर्ध्वाधर से θ कोण बनाती है, तक निकाय को छोड़ा जाता है । ज्ञात करो :
(a) निम्नतम स्थिति पर छड़ का कोणीय वेग
(b) छड़ को छोड़ने के तुरंत बाद कीलक के कारण अभिलम्ब प्रतिकया



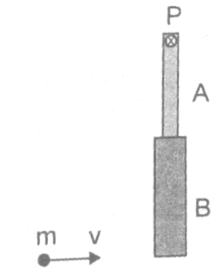
10. एक छड़ की लम्बाई L व द्रव्यमान m है । यह मध्य बिन्दु पर एक घर्षण रहित निलम्बन पर स्थिर है । छड़ के दायीं सिरे पर अतिरिक्त बिन्दु द्रव्यमान 2m तथा बायें सिरे पर अतिरिक्त बिन्दु द्रव्यमान m रखा है । छड़ को क्षैतिज स्थिति में रखने के लिए बायें सिरे से L/4 दूरी पर एक उर्ध्वाधर रस्सी चित्रानुसार जुड़ी हुई है । छड़ षुरू में क्षैतिज है –



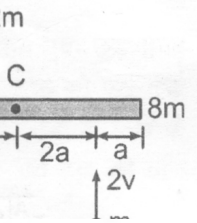
(a) रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिए ।
(b) निलम्बन द्वारा छड़ पर लगाया गया बल ज्ञात कीजिए ।
(c) यदि रस्सी काट दें तो रस्सी को काटने के ठीक बाद छड़ का कोणीय त्वरण क्या होगा ।
(d) जब छड़ 90^0 घूमकर उर्ध्वाधर हो जाए, तो 2m द्रव्यमान का रेखीय वेग क्या होगा ।

11. M द्रव्यमान व ℓ लम्बाई की उर्ध्वाधर एक समान छड़ उसके उर्परी सिरे से गुजरने वाली क्षैतिज घर्षण रहित निलम्बन के सापेक्ष घूम सकती है । एक क्षैतिज आती हुए m द्रव्यमान की गोली छड़ के निचले सिरे से टकराती है और चिपक जाती है । इसके परिणाम स्वरूप छड़, $\alpha(\alpha < 90^\circ)$ कोण से घूम जाती है । माना कि $m << M$, ज्ञात कीजिए –
(a) उड़ती हुई गोली का वेग ;
(b) इस टक्कर के दौरान ''गोली–छड़'' निकाय के संवेग में वृद्धि । संवेग में यह परिवर्तन किस कारण होगा ।
(c) गोली उर्परी सिरे से नीचे कितनी दूरी ×पर टकराए कि ''गोली–छड़'' निकाय का संवेग टक्कर के दौरान नियम रहे ।

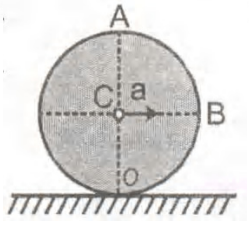
12. दो समरूप छड़े A तथा B प्रत्येक 0.6m लम्बाई व द्रव्यमान क्रमषः 0.01 kg व 0.02 kg की दृढ़ता पूर्वक किनारों से जोड़ी जाती है । चित्रानुसार निकाय की हल्की छड़ को बिन्दु P से कीलकित किया जाता है ताकि यह उर्ध्वाधर तल में स्वतंत्रतापूर्वक घूर्णन कर सके । एक 0.05 kg द्रव्यमान की छोटी वस्तु क्षैतिज दिषा में गति करती हुई निकाय के निचले किनारे से टकराती है तथा इससे चिपक जाती है । वस्तु का वेग क्या हो कि निकाय को क्षैतिज स्थिति तक उठाता जा सके। **[JEE-94]**



13. 6 a लम्बाई व 8m द्रव्यमान की एक समरूप छड़ एक चिकनी क्षैतिज मेज पर रखी है । दो बिन्दु द्रव्यमान n व 2m समान क्षैतिज तल में क्रमषः 2v व v चाल से दर्षाये अनुसार टकराते हैं एवं टक्कर के बाद छड़ से चिपक जाते है । ज्ञात करो ।
(a) निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग
(b) निकाय के द्रव्यमान केन्द्र के परितः छड़ का कोणीय वेग
(c) टक्कर के ठीक बाद निकाय की कुल गतिज ऊर्जा

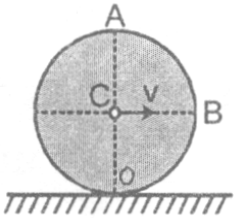


14. एक गेंद त्रिज्या R=10.0cm की एक झुके हुए तल पर बिना फिसले नीचे लुढ़कती है, जिससे इसका केन्द्र नियत त्वरण $a=2.50\ cm/s^2$ से गति करता है, गति षुरू होने के t=2.00s के बाद इसकी स्थिति चित्र में दर्षाए अनुसार है । बताओ :
(a) बिन्दु A, B तथा O का वेग ;
(b) इन बिन्दुओं का त्वरण

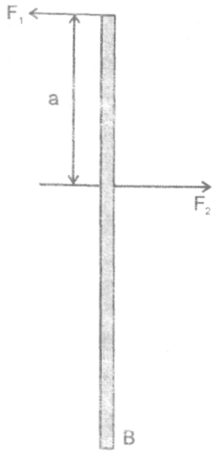


15. एक बेलन क्षैतिज तल पर बिना फिसले लुढ़कता हे । बेलन की त्रिज्या r है । चित्र में दर्षाए बिन्दु A व B द्वारा बनाये गए पथ की वकता त्रिज्या ज्ञात कीजिए

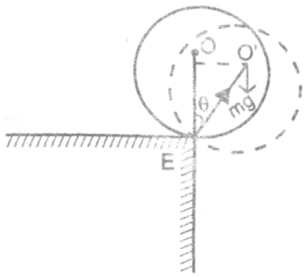
16. एक समरूप चकती जिसकी त्रिज्या R=0.2m है को खुरदरे धरातल पर 10 मीटर/सैकण्ड का वेग प्रदान करते है । कुछ समय पष्चात् इसकी गतिज उर्जा षून्य हो जाती है । प्रारम्भिक कोणीय वेग ज्ञात करो ।



17. एक पतली एक समान छड़ AB जिसका द्रव्यमान $m=1.0\ kg$ है, दो प्रति समान्तर बलों F_1 व F_2 के कारण $w=2.0\ m/s^2$ त्वरण से स्थानान्तरीय गति करती है । जिन बिन्दुओं पर यह बल लगते हैं, उनके मध्य की दूर $a=20cm$ है । यद्यपि यह जानते हैं कि $F_2= 5.0.N.$ है । छड़ की लम्बाई ज्ञात करो ।



18. एक आयताकार दृढ़ स्थिर ब्लॉक एक लम्बा क्षैतिज किनारा रखता है । एक ठोस समांगी बेलन जिसकी त्रिज्या r है, विरामावस्था में क्षैतिज रखा गया है कि इस बेलन की लम्बाई, किनारे के समान्तर इस प्रकार है कि बेलन का अक्ष तथा ब्लॉक का किनारा एक ही उÿर्ध्वाधर तल में है । यहॉ ब्लॉक के किनारे पर पर्याप्त घर्षण विद्यमान है ताकि एक छोटा सा विस्थापन, बेलन को किनारे पर बिना फिसले लुढ़का सकता है । बताओ : **[JEE-95]**

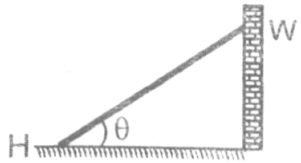


(a) कोण θ_c जिससे बेलन, किनारे को छोड़ने के पहले घूमेगा ।

(b) किनारे को छोड़ने से ठीक पहले बेलन के द्रव्यमान केन्द्र की चाल होगी ।

(c) दोलन की स्थानान्तरीय और घूर्णन गतिज उÿर्जाओं का अनुपात जब बेलन का द्रव्यमान केन्द्र किनारे के साथ क्षैतिज रेखा में हो ।

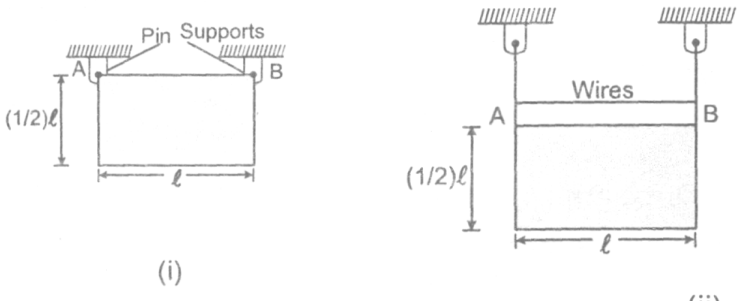
19. 'ℓ' लम्बाई की एक समरूप छड़ को चित्रानुसार रखा गया है। H क्षैतिज चिकनी सतह है तथा W चिकनी उÿर्ध्वाधर दीवार है । छड़ को इस स्थिति में छोड़ा जाता है । छोड़ने के ठीक बाद छड़ का कोणीय त्वरण ज्ञात करो ।



20. 'm' द्रव्यमान की एक समरूप पलेट दिखाए गए तरीके से लटकायी जाती है । प्रत्येक स्थिति के लिए B से संबंध हटाने के ठीक बाद ज्ञात करो ;

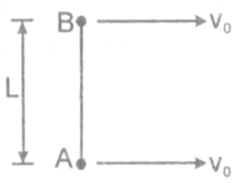
(a) प्लेट का कोणीय त्वरण

(b) इसके द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण



(i) (ii) (iii)

21. दो छोटी गेंदे Aव B, प्रत्येक का द्रव्यमान m है एक L लम्बाई की हल्की छड़ से दृढ़तापूर्वक चित्रानुसार जुड़ी है । यह निकाय एक घर्षण क्षैतिज तल पर v_o वेग से छड़ के लम्बवत् दिषा में गति करता है । सतह पर रखा m द्रव्यमान का एक कण P विरामावस्था में इस प्रकार रखा है कि वह गेंद A से चिपक जाता है, जब गेंद इससे टकराती है, ज्ञात कीजिए –

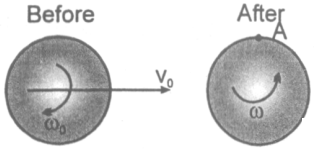


(a) टक्कर के बाद गेंद A व B की रेखिक चाल

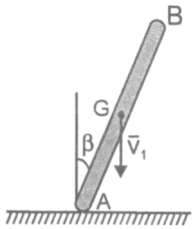
(b) (A+B+P) निकाय के द्रव्यमान केन्द्र C का वेग और

(c) टक्कर के बाद निकाय की C के सापेक्ष कोणीय चाल

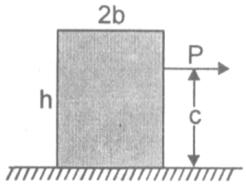
22. द्रव्यमान M, त्रिज्या R की एक समरूप चकती दांयी ओर V_0 वेग से गतिषील है एवं चकती के केन्द्र से पारित इसके तल के लम्बवत् अक्ष के परितः इसका कोणीय वेग ω_0 है । अचानक चकती का षीर्ष बिन्दु स्थिर कर दिया जाता है । नयी घूर्णन अक्ष के परितः कोणीय वयेग क्या होगा :



23. L लम्बाई की एक बेलनाकार छड़ उर्ध्वाधर से β कोण पर घर्षण रहित फर्ष पर A पर ऊर्ध्वाधर वे $\vec{v}_1$ से टकराती है तथा कोणीय वेग नहीं है । मानिये कि फर्ष A के साथ टक्कर पूर्ण प्रत्यास्थ है, टक्कर के तुरन्त बाद छड़ के कोणीय वेग के लिए व्यंजक ज्ञात करो ।



24. एक M द्रव्यमान, 2b चौड़ाई व h उर्ँचाई का आयताकार ब्लॉक क्षैतिज सममतल सतह पर रखा गया है, तो अधिकतम बल P व बल की किया रेखा की अधिकतम उर्ँचाई ज्ञात करो, जिस पर ब्लॉक का लुढ़कना एवं फिसलना साथ–साथ संभव न हो । घर्षण गुणांक μ है ।



25. एक समरूप m द्रव्यमान व a भुजा का घनाकार ब्लॉक खुरदरे θ कोण वाले तल पर नीचे की ओर समरूप चाल से फिसलता है । इसके केन्द्र के परितः ब्लॉक पर लगने वाले अभिलम्ब बल का बल आघूर्ण ज्ञात करो ।

(i) घन के भुजा के सापेक्ष लुढ़कने के लिए 'F' का न्यूनतम मान क्या होगा ? (माना कि घन फिसलता नहीं है)

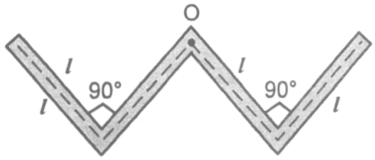
(ii) यदि μ_s का न्यूनतम मान क्या होना चाहिए तकि घन पलट जाए

(iii) यदि $\mu = \mu_{min}$, तो पलटने के लिए न्यूनतम बल ज्ञात करेा ।

(iv) न्यूनतम μ_s ताकि F_{min} के कारण पलट जाये ।

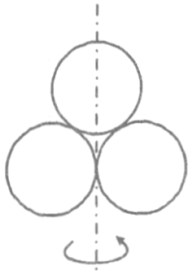
PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

1. एक 4/ लम्बाई 4m द्रव्यमान की पतली छड़ को चित्रानुसार मोड़ा जाता है । छड़ का O से निकलने वाली तथा कागज के समतल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण क्या ?



(A) $\frac{M\ell^2}{3}$ **(B)** $\frac{10M\ell^2}{3}$ **(C)** $\frac{M\ell^2}{12}$ **(D)** $\frac{M\ell^2}{24}$

2. तीन वलय प्रत्येक का द्रव्यमान m व त्रिज्या r है, इस प्रकार रखी है कि वे एक–दूसरे को स्पर्ष कर रही है । चित्र में दर्षाई गई अक्ष के सापेक्ष निकाय की घूर्णन त्रिज्या होगी –

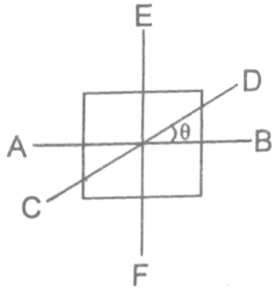


(A) $\sqrt{\frac{6}{5}}r$ **(B)** $\sqrt{\frac{5}{6}}r$ **(C)** $\sqrt{\frac{6}{7}}r$ **(D)** $\sqrt{\frac{7}{6}}r$

3. एक खोखले बेलन का द्रव्यमान M, बाहरी एवं आन्तरिक त्रिज्यायें क्रमषः R2 एवं R1 हैं । सममिति अक्ष के समान्तर एवं बाहरी सतह के स्पर्ष रेखीय अक्ष के परितः इसका जड़तव आघूर्ण है–

(A) $\frac{M}{2}(r_2^2 + R_1^2)$ **(B)** $\frac{M}{2}(r_2^2 - R_1^2)$ **(C)** $\frac{M}{4}(r_2 + R_1)^2$ **(D)** $\frac{M}{2}(3R_2^2 + R_1^2)$

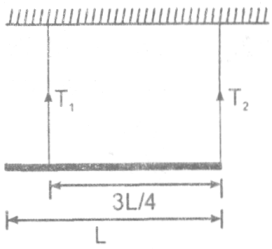
4. माना AB के परितः समरूप वर्गाकार प्लेट का जड़त्व आघूर्ण I है जो केन्द्र से गुजरती है और उसकी दो भुजाओं के समान्तर है । रेखा CD प्लेट के समतल में स्थित है तथा केन्द्र से गुजरती है एवं AB के साथ θ कोण बनाती है । CD अक्ष के परितः प्लेट का जड़त्व आघूर्ण है –



(A) I **(B)** $I\sin^2\theta$

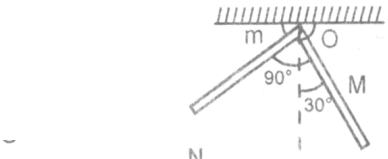
(C) $I\cos^2\theta$ **(D)** $I\cos^2(\theta/2)$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.co
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930



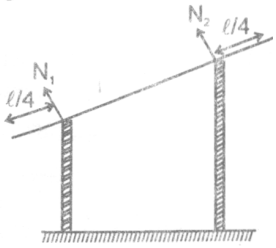
5. m द्रव्यमान व L लम्बाई की समरूप छड़ दो द्रव्यमानहीन रस्सियों से चित्रानुसार लटकी हुई है । यदि छड़ क्षैतिज अवस्था में स्थिर हो तो दोंनो रस्सियों में तनावों का अनुपात T_1 / T_2 होगा :

(A) 1:1 **(B)** 1:2 **(C)** 2:1 **(D)** 4:3



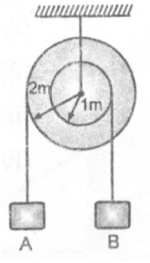
6. समान लम्बाई तथा भिन्न–भिन्न द्रव्यमान की समरूप छडें L- आकार में दृढ़ हुई है तथा यह चित्रानुसार O पर निलम्बित है । यदि प्रदर्षित व्यवस्था में वस्तु साम्यावस्था में हो तो M/m का अनुपात होगा :

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** $\sqrt{2}$ **(D)** $\sqrt{3}$



7. ℓ लम्बाई की एक समान छड़ को दो दीवारों पर सममित रूप से चित्रानुसार रखा है । छड़ साम्यावस्था में है । यदि N_1 तथा N_2 दीवार द्वारा छड़ पर लगाये अभिलम्बवत् बल हों तब –

(A) $N_1 > N_2$
(b) $N_1 > N_2$
(c) $N_1 = N_2$
(d) N_1 तथा N_2 उर्ध्वाधर दिषा में होगी ।



8. चित्र में प्रदर्षित घिरनी निकाय में, यदि बड़ी तथा छोटी घिरनी की त्रिज्या क्रमषः 2 मी. तथा 1 मी. हैं तथा ब्लॉक A का त्वरण 5 मी./सै^{2} नीचे की ओर है, तो ब्लॉक B का त्वरण होगा –

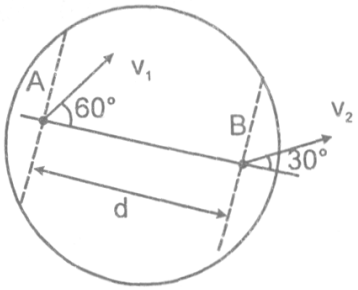
(A) 0 m/s^2 **(B)** 5 m/s^2 **(C)** 10 m/s^2 **(D)** 5/2 m/s^2

9. एक समरूपी **'m'** द्रव्यमान व **L** लम्बाई की पतली छड़ सिरों पर दो उर्ध्व दोरियों से क्षैतिज लटकी हुई है । यदि एक रस्सी को काट दिया जाता है तो काटने के तुरन्त बाद छड़ का कोणीय त्वरण क्या होगा ?

(A) $\frac{g}{2L}$ **(B)** $\frac{g}{L}$ **(C)** $\frac{3g}{2L}$ **(D)** $\frac{2g}{L}$

10.* एक दृढ़ पिण्ड षुद्ध घूर्णन गति कर रहा है ।

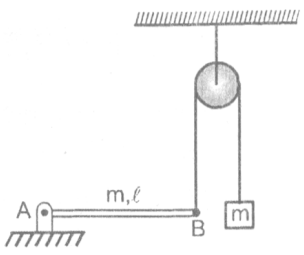
(A) घूर्णन अक्ष के लम्बवत् तल में पिण्ड में दो ऐसे बिन्दु हो सकते है जिनका वेग समान है ।
(B) घूर्णन अक्ष के लम्बवत् तल में दो ऐसे बिन्दु हो सकते है जिनका त्वरण समान है ।
(C) एक बेलन जिसकी अक्ष , घूर्णन अक्ष के सम्पाती है, के वक्रीय पृष्ठ पर स्थित सभी बिन्दुओं की चाल समान है ।
(D) पिण्ड पर स्थित किसी भी बिन्दु के सापेक्ष पिण्ड की कोणीय चाल समान है ।



11. चकती पर स्थित दो बिन्दु A व B का वेग किसी क्षण पर v_1 व v_2 है । चित्रानुसार दोनों बिन्दुओं को पृथक करने वाली रेखा से उनकी दिषाऐं क्रमषः 60^0 व 30^0 कोण बनाते है । तो चकती का कोणीय वेग है ।

(A) $\frac{\sqrt{3v_1}}{d}$ **(B)** $\frac{v_2}{\sqrt{3d}}$ **(C)** $\frac{v_2 - v_1}{d}$ **(D)** $\frac{v_2}{d}$

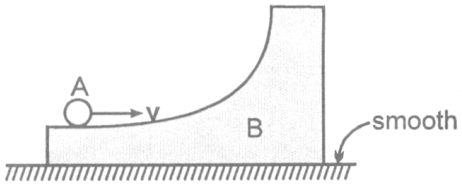
12. चित्र में दिखाये अनुसार एक एकसमान छड़ AB, क्षैतिज स्थिति में A सिरे पर कीलकित (hinged) है । यहॉ कीलकीत खूंटी (hinge) घर्षणरहित है तथा यह छड़ पर कोई घर्षण बल नहीं लगाती है । छड़ का दूसरा सिरा एक द्रव्यमान रहित रस्सी द्वारा चित्रानुसार एक ब्लॉक से जुड़ा है । घिरनी द्रव्यमान रहित तथा चिकनी है । ब्लॉक तथा छड़ का द्रव्यमान समान तथा प्रत्येक का द्रव्यमान m है । गुरूत्व के कारण तवरण g है । ब्लॉक को इस स्थिति से छोड़ने के तुरन्त बाद, रस्सी में तानाव तथा छड़ का कोणीय तवरण होगा –



(A) $\frac{3mg}{8}, \frac{g}{8\ell}$ **(B)** $\frac{5mg}{8}, \frac{3g}{8\ell}$

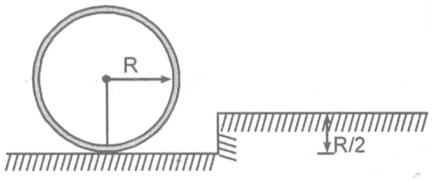
(C) $\frac{mg}{8}, \frac{5g}{8\ell}$ **(D)** $\frac{7mg}{8}, \frac{7g}{8\ell}$

13. चित्रानुसार वलय A पिण्ड B की क्षैतिज सतह पर बिना फिसले लुढ़क रही है । यदि B का द्रव्यमान A के समान है तथा सभी सतह चिकनी हो तथा B का प्रारम्भिक वेग शून्य है । A द्वारा B की सतह पर प्राप्त अधिकतम उर्ध्वाधर ऊँचाई ज्ञात करो ?



(A) $\frac{3v^2}{4g}$ **(B)** $\frac{v^2}{4g}$ **(C)** $\frac{v^2}{2g}$ **(D)** $\frac{v^2}{3g}$

14* m द्रव्यमान व R त्रिज्या (वलय की तरह माना जा सकता है) का पहियाँ बिना फिसले क्षैतिज तल में **v** नियत वेग से लुढ़क रहा है । जिस क्षण ये बिना फिसले उर्ध्वपर चढ़ता है तो R/2 उर्ध्वाँचाई प्राप्त करता है ।



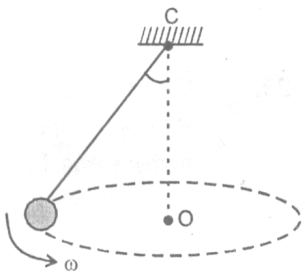
(A) सीढ़ी के सम्पर्क में आने के ठीक बाद वलय का कोणीय वेग 3v/4R है ।

(B) पहिये द्वारा सीढ़ी पर आवेग के ठीक बाद अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल $\frac{mg}{2} - \frac{9mv^2}{16R}$ है ।

(C) जब पहिया चढ़ता है तो पहिये द्वारा पर लगाया गया अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल बढ़ता है ।

(D) चढ़ाई के दौरान घर्षण बल अनुपस्थित होगा ।

15. चित्र में दर्षाये अनुसार एक षंक्वाकार लोलक में सरल लोलक क्षैतिज वृत्त पर घूम रहा है । **c** धुरी है । **o** उस वृत्त का केन्द्र है जिस पर लोलक की बॉब घूमता है तथा बॉब की नियत कोणीय चाल **ω** है ।



यदि c के परितः कोणीय संवेग $\vec{L}$ है, तब –

(A) $\vec{L}$ नियत है । **(B)** $\vec{L}$ की केवल दिषा नियत है ।

(C) $\vec{L}$ का केवल परिमाण नियत है । **(D)** उपरोक्त में कोई नहीं ।

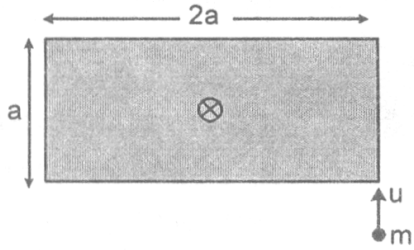
16. उपर्युक्त प्रष्न में, यदि $\vec{L}$ अक्ष CO के परितः कोणीय संवेग है तब,

(A) $\vec{L}$ नियत है । **(B)** $\vec{L}$ की केवल दिषा नियत है ।

(C) $\vec{L}$ का केवल परिमाण नियत है । **(D)** उपरोक्त में कोई नहीं ।

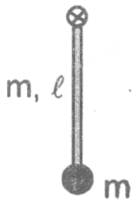
(A) $\vec{L}$ नियत है ।

17. क समरूप आयताकार m द्रव्यमान की प्लेट इसके द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली व प्लेट के लम्बवत् चिकने उर्ध्वाधर कीलक के सापेक्ष घूमने के लिए स्वतंत्र है । यह प्लेट चिकने क्षैतिज तल पर रखी गई है । m द्रव्यमान का एक कण चित्रानुसार 'u'चाल से गति करता हुआ प्लेट से टकराता है व इससे चिपक जाता हे । टक्कर के बाद पलेट का कोणीय वेग होगा :



(A) $\frac{12\,u}{5a}$ **(B)** $\frac{12u}{9a}$ **(C)** $\frac{3u}{2a}$ **(D)** $\frac{3u}{5a}$

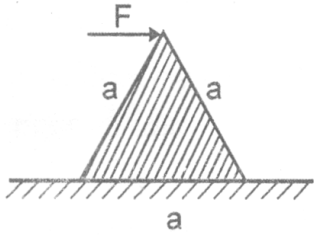
18. चत्र में दिखाये अनुसार एक छड़ एक सिरे पर कीलकित है तथा दूसरे निचले सिरे पर एक कण जुड़ा है । कण को दिया गया न्यूनतम वेग क्या होगा ताकि छड़ उर्ध्वाधर तल में वृत्तीय गति कर सके –



[छड़ की लम्बाई ℓ है, छड़ व कण का द्रव्यमान दोनों **m** माने]

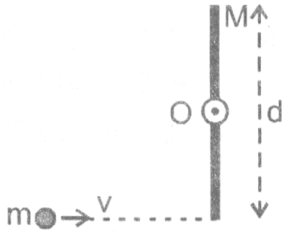
(A) $\sqrt{5g\ell}$ **(B)** $\sqrt{4g\ell}$ **(C)** $\sqrt{4.5g\ell}$ **(D)** इनमें से कोई नहीं

19.- **m** द्रव्यमान का एक समबाहु प्रिज्म घर्षण गुणांक μ के खुरदरे समतल पर रखा है । इस पर क्षैतिज बल F चित्रानुसार आरोपित होता है यदि घर्षण गुणांक इतना पर्याप्त है कि वह पलटन (topple करने) से पहले खिसकता नहीं हैं तो प्रिज्म को पलटने (topple करने) के लिए आवष्यक न्यूनतम बल होगा ।



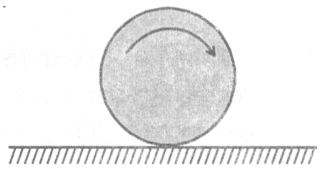
(A) $\frac{mg}{\sqrt{3}}$ **(B)** $\frac{mg}{4}$ **(C)** $\frac{\mu mg}{\sqrt{3}}$ **(D)** $\frac{\mu mg}{4}$

20. एक द्रव्यमान m एक छड़ के लम्बवत् v चाल से क्षैतिजतः गति कर रहा है । एकसमान छड़ की लम्बाई d है तथा द्रव्यमान M =6m है । छड़ को केन्द्र O पर किलकीत किया हुआ है तथा यह केन्द्र O से गुजरने वाली उÿर्ध्वाधर स्थिर अक्ष के परितः क्षैतिज तल में मुक्त रूप से घूर्णन कर सकती है । किलकीत बिन्दु घर्षण रहित है । कण टकराता है व छड़ के सिरे से चिपक जाता है । टक्कर के ठीक बाद निकाय की कोणीय चाल होगी –



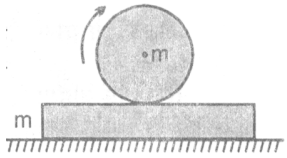
(A) 2v / 3d **(B)** 3v / 2g **(C)** v / 3d **(D)** 2v / d

21. चित्रानुसार m द्रव्यमान व r त्रिज्या की एक वस्तु ω कोणीय वेग से घूर्णन करती है तथा एक सतह पर रखी जाती है । जिसका पर्याप्त घर्षण है तो वस्तु गति करेगी :



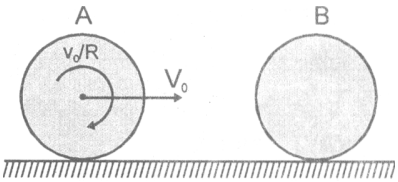
(A) पहले पीछे की ओर तथा बाद में आगे की ओर
(B) पहले आगे की ओर तथा बाद में पीछे की ओर
(C) हमेषा आगे की ओर
(D) इनमें से कोई नहीं

22. 'm' द्रव्यमान के एक गोले को एक केन्द्र से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष कुछ कोणीय वेग दिया जाता है तथा धीरे से m द्रव्यमान के तख्ते पर रख दिया जाता हैं दोनों के बीच घर्षण गुणांक μ है । तख्ता चिकने क्षैतिज तल पर रखा गया है । तख्ते के सापेक्ष गोले के केन्द्र का प्रारम्भिक त्वरण होगा :



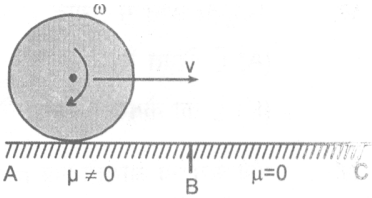
(A) षून्य **(B)** μg **(C)** (7/5)μg **(D)** 2μg

23. एक 'm' द्रव्यमान का चिकना खोखला समरूप गोला एक समतल चिकने धरातल पर बिना फिसले लुढ़कता है । यह एक अन्य समान त्रिज्या व द्रव्यमान वाले चिकने ठोस स्थिर गोले से प्रत्यास्थ रूप से टक्कर करता है । टक्कर के ठीक बाद **B** तथा **A** की गतिज उÿर्जाओं का अनुपात होगा –



(A) 5 : 2 **(B) 1 : 1** **(C) 2 : 3** **(D) 3 : 2**

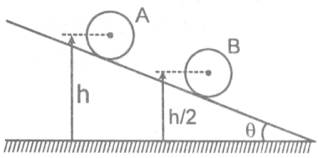
24. चित्रानुसार एक m द्रव्यमान की चकती ω कोणीय वेग से बिना फिसले लोटनी गति करती है । AB भाग खुरदरा व **BC** चिकना है । जब यह B को पार करती है, चकती में होगी :



(A) केवल स्थानान्तरीय गति **(B)** षुद्ध लोटनी गति

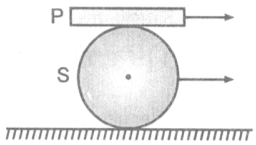
(C) केवल घूर्णन गति **(D)** इनमें से कोई नहीं

25. दो एक समान गेंदे A व B प्रत्येक द्रव्यमान m की चित्र में दर्षाये अनुसार एक स्थिर वेज पर रखी जाती है । गेंद B विराम पर रखी है एवं यह दोनों गेंदो के टकराने से ठीक पहले छोड़ी जाती है । गेंद A नत तल पर बिना फिसले लुढ़कती है और गेंद B से टक्कर के तुरंत बाद गेंद A की गतिज उÿर्जा होगी श



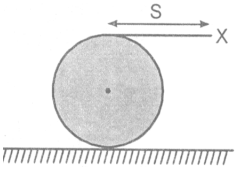
(A) $\frac{mgh}{7}$ **(B)** $\frac{mgh}{2}$ **(C)** $\frac{2mgh}{5}$ **(D)** $\frac{7mgh}{5}$

26. ब्लॉक P को क्षैतिज सतह पर घर्णन गति कर रहे बेलन S पर रखा जाता है । दोनो के द्रव्यमान समान है । सम्पर्क बिन्दु के बीच सापेक्ष गति नहीं है तो P की गतिज उÿर्जा व S की गतिज उÿर्जा का अनुपात होगा :



(A) 1 : 1 **(B)** 2 : 1 **(C)** 8 : 3 **(D)** 1 : 4

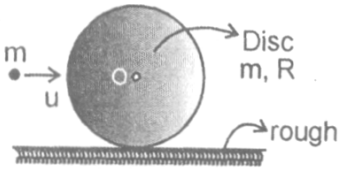
27. एक रस्सी का बड़ा गट्ठा मैदान में चित्रानुसार पड़ा है । सिरा X क्षैतिज दिषा में S दूरी तक खींचा जाता है । गट्ठा बिना फिसले लुढ़कता है । गट्ठे के द्रव्यमान केन्द्र द्वारा तय की गई दूरी होगी –



(A) 2 S **(B)** S **(C)** $\frac{S}{2}$ **(D)** $\frac{S}{4}$

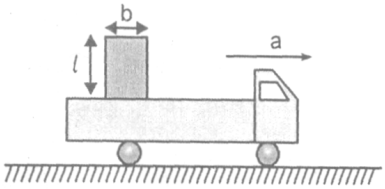
28. R त्रिज्या की एक एक–समान वलय को $V_o/2R$ कोणीय वेग का पष्च चक्रण कराके एक खुरदरे क्षेतिज तल पर फेंका जाता है । फेंकते समय केन्द्र का वेग V_o है । षुद्ध लोटनी गति प्रारम्भ होने पर वलय के केन्द्र का वेग होगा ।
(A) $V_0/2$ **(B)** $V_0/4$ **(C)** $3V_0/4$ **(D)** 0

29. एक बिन्दू द्रव्यमान **m,** चित्र में दर्षाये अनुसार एक खुरदरी सतह पर रखी द्रव्यमान **m** व त्रिज्या **R** की एक चकती से टकराता है । इसकी टक्कर पूर्णतया अप्रत्यास्थ है । टक्कर के बाद का कोणीय



(A) $\left(\frac{2u}{7R}\right)$ **(B)** $\left(\frac{7u}{2R}\right)$ **(C)** $\left(\frac{5u}{2R}\right)$ **(D)** $\left(\frac{2u}{5R}\right)$

30. एक ℓ तथा B विमाओं का एक ब्लॉक a त्वरण से चल रहे है, ट्रक पर रखा है । यदि बॉकस नहीं सरकता है और यह साम्यावस्था में रहे (ट्रक के सापेक्ष) तो ब्लॉक को अधिकतम कितना त्वरित कर सकते है ।



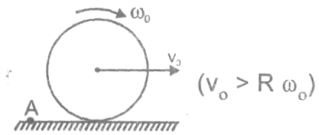
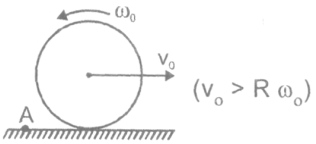
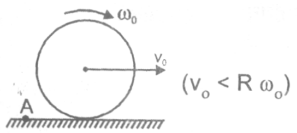
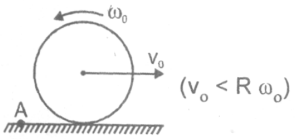
(A) $\frac{g\ell}{b}$ **(B)** $\frac{gb}{\ell}$ **(C)** g **(D)** इनमें से कोई नहीं

31. यदि दो एक समान समान्तर बलों की स्थिति परिवर्तित कर दें तो उनका परिणामी उनके बीच की दूरी के एक चौथाई से विस्थापित हो जाता है तो उनके परिमाणों का अनुपात होगा –
(A) 1 : 2 **(B)** 2 : 3 **(C)** 3 : 4 **(D)** 3 : 5

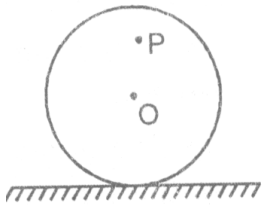
Exercise # 3

Part-1 : Match The Column

1. प्रत्येक स्थिति में, एक एकसमान चकती जिसका द्रव्यमान m तथा त्रिज्या R है जो कि घर्षणयुक्त स्थिर (fixed) क्षैतिज सतह पर लोटनी गति (roll) कर रही है । प्रारम्भ में t=0 पर चकती की कोणीय चाल ω_o है तथा चकती के द्रव्यमान केन्द्र का वेग v_o तथा ω_o का सम्बन्ध दिया गया है तथा घूर्णन की प्रारम्भिक प्रवृत्ति प्रत्येक स्थिति के लिए स्तम्भ – I में दी गई है तब स्तम्भ – I में दिये गये कथनों से सम्बन्धित स्तम्भ – II में परिणामों को सुमेलित करिए तथा अपने उत्तर को दी गई OMR में 4×4 की मैट्रिक्स में उचित बुलबुलों को काला कर दर्षाइयें ।

स्तम्भ –I		स्तम्भ –II
(A)		**(p)** बिन्दुA (चित्रानुसार) क परितः चकती का कोणीय संवेग संरक्षित होता हैं
(B)		**(q)** चकती के बिना फिसले लोटनी गति (rolling) शुरू करने के बाद चकती की गतिज उर्जा का मान इसकी प्रारम्भिक गतिज उर्जा से कम होगा ।
(C)		**(r)** चकती जब फिसलने के साथ लोटनी गति करती है तो उस समयान्तराल में चकती पर घर्षण बांयी ओर लगेगा ।
(D)		**(s)** जब चकती फिसलती हुई लोटनी गति (roll) करती है तो उस समयान्तराल के दौरान चकती पर कुछ समय के लिए घर्षण बल दांयी ओर कुछ समय के बांयी ओर होगा ।

2. एक एकसमान चकती (disc) एक खुरदरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले एकसमान कोणीय वेग से लुढ़कती (roll करती है) है बिन्दु O चकती (disc) का केन्द्र है तथा P चित्रानुसार चकती पर एक बिन्दु है । स्तम्भ –I की प्रत्येक स्थिति में एक कथन दिया गया है तथा स्तम्भ –II में संगत परिणाम दिये गये है । स्तम्भ –I में दिये कथनों को स्तम्भ –II में दिये गये कथनों से सुमेलित कीजिए ।

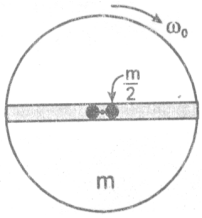


स्तम्भ **-I**	स्तम्भ **-II**
(A) चकती (disc) पर बिन्दु P का वेग	**(p)** समय के साथ परिमाण में परिवर्तित होता है
(B) चकती (disc) पर बिन्दु P का त्वरण	**(q)** हमेषा उस बिन्दु (स्तम्भ-I में चकती (disc) पर दिया गया बिन्दु) से चकती है केन्द्र की ओर निर्देषित होता है ।
(C) चकती (disc) पर बिन्दु p का स्पर्षरेखीय त्वरण	**(r)** हमेषा षून्य होता है ।
(D) चकती (disc) के खुरदरी क्षैतिज सतह के साथ सम्पर्क बिन्दु (चकती पर स्थित) का त्वरण	**(s)** अषून्य तथा परिमाण में नियम रहता है ।

PART-II : COMPREHENSIONS

अनुच्छेद # 1

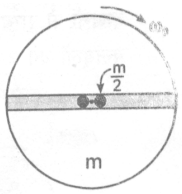
एक डिस्क (चकती) जिसका द्रव्यमान m तथा त्रिज्या R है यह क्षैतिज तल में उर्ध्वाधर चिकनी स्थिर अक्ष के परितः
क्षैतिज तल में घूमने के लिए स्वतन्त्र है यह अब डिस्क के केन्द्र से गुजरती है । यहॉ एक चिकना खॉचा (groove)



जो कि डिस्क के व्यास के अनुदिष है तथा दो छोटी गेंदे जिनका प्रत्येक का द्रव्यमान $\frac{m}{2}$ है इनको डिस्क के केन्द्र पर दोनों तरफ चित्रानुसार रखा जाता है । डिस्क को आरम्भिक कोणीय चाल ω_0 दी जाती है तथा मुक्त किया जात है ।

3. जब गेंदे डिस्क के किनारे पर पहुॅच जाती है उस समय डिस्क की कोणीय चाल होगी –

(A) $\frac{\omega_0}{2}$ **(B)** $\frac{\omega_0}{3}$ **(C)** $\frac{2\omega_0}{3}$ **(D)** $\frac{\omega_0}{4}$



4. जब प्रत्येक गेंद डिस्क को ठीक छोड़ती ही है उस समय प्रत्येक गेंद की जमीन के सापेक्ष चाल क्या होगी –

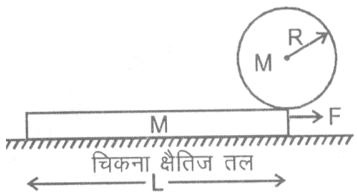
(A) $\frac{R\omega_0}{\sqrt{3}}$ **(B)** $\frac{R\omega_0}{\sqrt{2}}$ **(C)** $\frac{2R\omega_0}{3}$ **(D)** इनमें से कोई नही

5. उस दौरान के लिए जब गेंद डिस्क पर ही रहती है तो उसके लिए डिस्क द्वारा किसी एक गेंद पर किया गया कुल कार्य होगा –

(A) $\frac{2mR^2\omega^2_0}{9}$ **(B)** $\frac{mR^2\omega^2_0}{18}$ **(C)** $\frac{mR^2\omega^2_0}{6}$ **(D)** $\frac{mR^2\omega^2_0}{9}$

अनुच्छेद # 2

M द्रव्यमान की व R त्रिज्या की एक एकसमान चकती प्रारम्भ में एक क्षैतिज तख्ते के दाहिने सिरे पर उर्ध्वाधर खड़ी है । तख्ते का द्रव्यमान M तथा लम्बाई L चित्रानुसार है । तख्ता एक चिकने क्षैतिज धरातल पर है तथा चकती तथा तख्ते के मध्य घर्षण इतना पर्याप्त है कि चकती बिना फिसले तख्ते पर लौटनी गति करती है । तख्ते को दाहिनी तरफ एक नियत क्षैतिज बल लगाया जाता है जिसका परिमाण F है ।



6. तख्ते के त्वरण का परिमाण है –

(A) $\frac{F}{8M}$ **(B)** $\frac{F}{4M}$ **(C)** $\frac{3F}{2M}$ **(D)** $\frac{3F}{4M}$

7. चकती के कोणीय त्वरण का परिमाण है –

(A) $\frac{F}{4mr}$ **(B)** $\frac{F}{8mR}$ **(C)** $\frac{F}{2mR}$ **(D)** $\frac{3F}{2mR}$

8. प्रारम्भिक स्थिति से जब तक तख्ते के बांये सिरे के उÿर्ध्वाधर उÿपर चकती का केन्द्र आता है उस दौरान तक चकती के केन्द्र द्वारा तय की गई दूरी –

(A) $\frac{L}{2}$ **(B)** $\frac{L}{4}$ **(C)** $\frac{L}{8}$ **(D)** L

PART –III : ASSERTION / REASON

9. **वक्तव्य – 1 :** यदि दो अलग–अलग अक्ष एक दृढ़ वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र से समान दूरी पर है तो उन दोनों अक्षों के परितः वस्तु का जड़त्व आघूर्ण हमेषा समान होगा –

वक्तव्य –2 : समान्तर अक्ष प्रमेय से $I=I_{cm}+md^2$ जहॉ सभी पदों का सामान्य अर्थ है ।

(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकारण है ।

(B) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।

(C) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य हे ;

(D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है

10. **वक्तव्य–1 :** L लम्बाई की एकसमान पतली छड़ को इसके एक सिरे के परितः किलकीत (hinge) कर दिया जाता है तथा हिन्ज (hinge) के परितः बिना घर्षण के घूमने के लिए स्वतन्त्र है । गुरूत्व का प्रभाव नगण्य हे । छड़ पर हिन्ज से × दूरी पर एक बल F इस प्रकार लगाया जाता है कि बल हमेषा छड़ के लम्बाई के लम्बवत् होता है । जब × का मान षून्य से L तक बढ़ता है, तो हिन्ज द्वारा छड़ पर प्रतिक्रिया बल का घटक जो कि छड़ की लम्बाई के लम्बवत् है, बढ़ता है ।

वक्तव्य–2: वक्तव्य–1 में दी गई स्थितियों में जब ×षून्य से L तक बढ़ता है, तो छड़ का कोणीय त्वरण बढ़ता है ।

(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकारण है ।

(B) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकारण नही है ।

(C) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है ।

(D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ।

11. **वक्तव्य–1 :** एक दृढ़ चकती एक स्थिर खुरदरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले एकसमान कोणीय वेग से लुढ़क रही है । तो चकती पर न्यूनतम बिन्दु का त्वरण षून्य होगा ।

वक्तव्य–2 : एक स्थिर खुरदरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले लुढ़कती हुई एक दृढ़ चकती के लिए, चकती पर न्यूनतम बिन्दु का वेग हमेषा षून्य होता है ।

(A) वक्तव्य –1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण है

(B) वक्तव्य –1 सत्य हे, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।

(C) वक्तव्य –1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है ।

(D) वक्तव्य –1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ।

12. **वक्तव्य –1 :** एक चकती (disc) एक स्थिर खुरदरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले एक समान कोणीय वेग से लुढ़कती (roll करती) है तो चकती के अक्ष से समान दूरी पर चकती पर स्थित सभी बिन्दुओं के त्वरण का परिमाण (जमीन के निर्देष तंत्र से) समान होता है ।

वक्तव्य–2 : एक खुरदरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले एक समान कोणीय वेग से लुढ़कती हुई चकती के द्रव्यमान केन्द्र के निर्देष तंत्र में चकती पर समान त्रिज्याओं के वृत्त में घूर्णन करते हुये सभी बिन्दुओं का अभिकेन्द्रीय त्वरण समान होगा ।

(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण है ।

(B) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।

(C) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है ;

(D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है

13. **वक्तव्य–1** एक चकती एक सिर खुरदुरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले लुढ़क (roll) रही है । तो चकती पर ऐसा कोई बिन्दु नही है जिसका वेग उÿर्ध्वाधर दिषा में हो ।

वक्तव्य–2 लुढ़कने वाली (लोटनी) गति को स्थानान्तरीय तथा घूर्णन गति के संयोग के रूप में लिया जा सकता है । गति के स्थानान्तरीय भाग के कारण स्थिर जड़तव् खुरदरी क्षैतिज सतह पर लौटनी गति (rolling) करती हुई चकती के किसी भी बिन्दु के लिए क्षैतिज दिषा में वेग (स्थानान्तरणीय घटक) का अस्तितव होता है ।

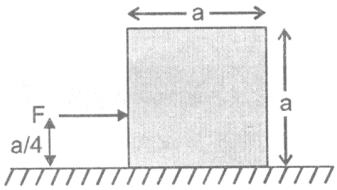
(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्रू–1 का सही स्पष्टीकरण है ।

(B) वक्तव्य–1 सत्य, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।

(C) वक्तव्य–1 सत्य हे, वक्तव्य–2 असत्य है ।

(D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ।

14. **वक्तव्य–1 :** एक एकसमान (भुजा a) घनाकार ब्लॉक एक चिकनी क्षैतिज सतह पर एक क्षैतिज बल F के कार्यरत होने से चित्रानुसार स्थानान्तरीय गति करता है । दिये गये प्रतिबन्ध के अन्तर्गत, क्षैतिज सतह ब्लॉक की निचली सतह पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया असमान रूप से आरोपित करती है ।



वक्तव्य–2 : वक्तव्य–1 में दिये गये घनाकार ब्लॉक के लिए, क्षैतिज बल घन को इसके केन्द्र के परितः दक्षिणावर्त दिषा में घुमाने की प्रवृत्ति रखता है । इसलिये धन का निचला दांया किनारा, निचले बांये किनारे द्वारा क्षैतिज सतह पर लगाये गये बल की तुलना में क्षैतिज सतह पर अधिक बल लगाता है ।

(A) वक्तव्य–1 सत्य हे, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण है ।

(B) वक्तव्य–1 सत्य हे, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।

(C) वक्तव्य–1 सत्य हे, वक्तव्य–2 असत्य है ।

(D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है ।

PART – IV : TRUE / FALSE

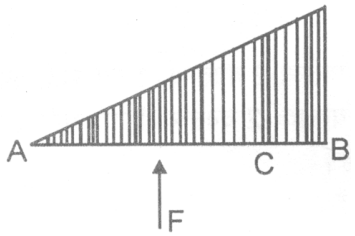
15. **सत्य/असत्य बताइये :**

(i) समरूप मोटाई व घनत्व की एक त्रिभुजाकार प्लेट कागज के तल के लम्बवत् एक अक्ष के परितः घुमाई जाती ह। :

(a) जब अक्ष A से पारित है

(b) जब अक्ष B से पारित है

स्मान बल F के प्रभाव में, जो चित्रानुसार AB के मध्य बिन्दु C पर आरोपित है । दोनों स्थितियों में कोणीय त्वरण समान होगा। **[1985; 3 M]**



(ii) S_1 : किसी भी बिन्दु के सापेक्ष निकाय पर सभी आन्तरकि बलों के कारण परिणामी बलाघूर्ण षून्य होता है ।

S_2 : एक स्थिर जड़वत अक्ष के परित घूर्णन करती हुई दृढ़ वस्तु के लिए हमेषा कोणीय त्वरण तथा कोणीय वेग की दिषा हमेषा समान होगी ।

S_3 : यदि दृढ़ वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष कुल बलाघूर्ण षून्य है, तो दृढ़ वस्तु का कोणीय चाल हमेषा षून्य होगी ।

S_4 : यदि कोई दृढ़ वस्तु किसी स्थिर जड़वत अक्ष के सापेक्ष घूर्णर कर रही है यहां घूर्णन अक्ष द्रव्यमान केन्द्र से गुजरती है, तब दृढ़ वस्तु पर किसी भी बिन्दु के सापेक्ष परिणामी बलाघूर्ण समान होगा

(A) TFFF (A) TTFT (C) FFFF (D) TFFT

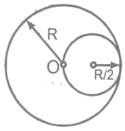
(iii) द्रव्यमान M व त्रिज्या R की एक पतली समरूप वृत्ताकार चकती इसके केन्द्र से पारित व तल के लम्बवत् अक्ष के परितः क्षैतिज ω से घूम रही है । समान विमाओं (माप) परन्तु द्रव्यमान M/4 की एक चकती धीरे से पहली चकती के समाक्षीय रख दी जाती है । अब निकाय का कोणीय वेग $2\omega!\sqrt{5.}$ है । **[1986 ; 3M]**

(iv) द्रव्यमान 0.3 kg व त्रिज्या 0.1 m की एक वलय व समान त्रिज्या की एक चकती को समान गतिज उÿर्जा देकर समतल क्षैतिज सतह पर एक साथ इस प्रकार छोड़ा जाता है ताकि वे छोड़ते ही एक दीवार की ओर लुढ़कना प्रारंभ करे । दीवार, वलय व चकती से समान दूरी पर है । दोनों स्थितियों में लोटनी घर्षण लगण्य है । चकती दीवार तक पहले पहूंचेगी। **[1989 ; 2M]**

(v) एक गोला खुरदरे नत तल पर बिना फिसले लुढ़कता है । वस्तु का कोणीय संवेग उस बिन्दु के सापेक्ष संरक्षित होगा जिसकी नत तल से दूरी गोले की त्रिज्या से अधिक होगी ।

PART – V : FILL THE BLANKS

16. रिक्त स्थान की पूर्ति करो :



(i) त्रिज्या R की एक पतली वृत्ताकार प्लेट से R/2 त्रिज्या की चकती काटी जाती है । यदि बची हुई प्लेट का द्रव्यमान M है तो प्लेट का इसके तल के लम्बवत् तथा O से पारित अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ....है ।

(ii) द्रव्यमान M का एक पत्थर एक डोरी के सिरे पर बंधा है । इसको क्षैतिज वृत्त में घुमाया जाता है । (गुरूत्वाकर्षण को नगण्य मानें) पत्थर का कोणीय संवेग वृत्त के परितः नियत रखते हुए डोरी की लम्बाई कम की जाती है तो डोरी में तनाव $T=Ar^n$ से दिया जाता है । जहॉ A एक नियतांक है, r वृत्त की तात्क्षणिक त्रिज्या है एवं n =..... **(1993 ; 2M)**

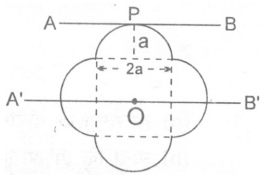
(iii) द्रव्यमान M व त्रिज्या R का एक बेलन एक क्षैतिज प्लेटफार्म पर रखा है। जो (x - y तल के समान्तर है) इसकी अक्ष y-अक्ष पर स्थित है एवं यह इसकी अक्ष के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र है। प्लेटफार्म को x- दिशा में $x - A\cos(\omega t)$ के अनुसार गति करवायी लाती है। बेलन व प्लेटफार्म के मध्य कोई फिसलन नहीं है। बेलन पर इसकी गति के दौरान कार्यरत अधिकतम बलाघूर्ण .... है। **(1988 ; 2M)**

(iv) भुजा a व द्रव्यमान m का एक समरूप घन खुरदरी क्षैतिज मेज पर रखा है। एक क्षैतिज बल F किसी एक फलक के लम्बवत् फलक के केन्द्र से ठीक नीचे, आधार से a/4 उंचाई पर आरोपित है। F का न्यूनतम मान जिसके लिए धन किनारे के परितः पलटना प्रारंभ करती है। वह है .....(यह मानते है कि धन फिसलता नहीं है।) **(1980 ; 2M)**

Exercise # 4

(JEE PROBLEMS (LAST 10 YEARS)

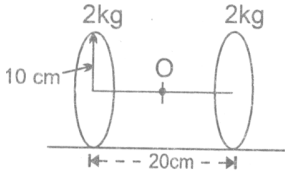
1. M द्रव्यमान की एक सममित पटल (लेमिना) एक वर्गाकार भाग व वर्ग के चारों किनारों पर एक–एक अर्द्ध वृत्ताकार भाग से मिलकर बनी है । वर्ग की भुजा 2a है । लेमिना के द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली व इसके तल के लम्बवत् अक्ष के परितः इसका जड़त्व आघूर्ण $1.6\ Ma^2$ है । लेमिना क तल में स्पर्ष रेखा AB के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण –––––––––– है ।
[JEE – 97' 2/100]



2. 2 kg द्रव्यमान व 10 cm त्रिज्या की दो पतली वृत्ताकार चकतियों को 20 cm लम्बाई की दृढ़ एवं द्रव्यमानरहित एक छड़ द्वारा जोडा गया है । छड़ की अक्ष, चकतियों के केन्द्रों से होकर जाती हुई तथा उनके तल के लम्बवत् है । इस समसयोजन को एक ट्रक पर इस प्रकार रखा जाता हे िकइस समायोजन की अक्ष क्षैतिज है तथा ट्रक की गति की दिषा के लम्बवत् के है । ट्रक के फर्ष के साथ इसका घर्षण पर्याप्त रूप से अधिक है, जिससे यह समायोजन बिना फिसले ट्रक पर लुढ़क सकता है । x- अक्ष ट्रक की गति की दिषा में तथा z- अक्ष उÿर्ध्वाधर उÿपर की ओर लीजिए । यदि ट्रक का त्वरण $9\ m/s^2$ है । गणना कीजिए – **[JEE-97,5/100]**

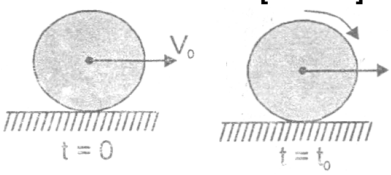
(a) प्रत्येक चकती पर घर्षण बल

(b) समायोजन के द्रव्यमान केन्द्र O के परितः प्रत्येक चकती पर कार्यरत घर्षण बल आघूर्ण का परिमाण एवं दिषा । बल–आघूर्ण को x, y व z अक्षों पर एकांक सदिष i , j & k के पदों में सदिष रूप में प्रदर्षित कीजिए ।



3. m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक समरूप चकती खुरदरे नत तल, जो क्षैतिज से 30^0 कोण बनाता है, पर उÿपर की ओर गतिषील है । यदि स्थैतिक व गतिज घर्षण गुणांक, प्रत्येक μ के बराबर है और केवल गुरूत्वीय व घर्षण बल ही कार्यरत हो, तब चकती पर कार्यरत घर्षण बल का परिमाण –––––––––– है और नत तल पर इसकी दिषा ––––––– ('उपर' या 'नीचे' लिखिए) । **[JEE-97]**

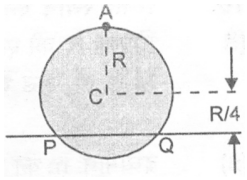
4. m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक समान चकती को एक खुरदरे क्षैतिज फर्ष पर v_o वेग से क्षैतिज दिषा में प्रक्षेपित किया जाता है, जिससे कि यह t=o समय पर षुद्ध फिसलन गति प्रारम्भ करती है । $t=_o$ सेकण्ड पष्चात् यह षुद्ध लुढ़कन गति आरम्भ करती है, जेसा चित्र में प्रदर्षित किया गया है । **[JEE-97]**



(a) $t=_o$ पर चकती के द्रव्यमान केन्द्र का वेग ज्ञात कीजिए ।

(b) घर्षण गुणांक μ मानते हुए t_o की गणना कीजिए । समय के फलन में, घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य समय के फलन के रूप में तथा समय t, जो T_o से बहुत है, में इसके द्वारा किया गया कुल कार्य ज्ञात कीजिए ।

5. एक समरूप वृत्ताकार चकती की त्रिजया R तथा द्रव्यमान m है । एक कण, जिसका द्रव्यमान भी m है, चित्र के अनुसार चकती के किनारे पर बिन्दु A पर जड़ा हुआ है । चकती एक क्षैतिज जीवा PQ के परितः घूमने. के लिए स्वतुंत्र है, जिसकी चकती के केन्द्र O से दूरी R/4 है । रेखा AC, PQ के लम्बवत् है । आरंभ में चकती को इस प्रकार उÿर्ध्वाधर रखते हैं ताकि बिन्दु A उसकी उच्चतम स्थिति में होता है । अब इसको गिरने देते हैं, जिससे यह PQ के परितः घूमना आरंभ कर देती है । जिस क्षण कण निम्नतम् स्थिति में पहुचता है, कण की रेखीय चाल ज्ञात कीजिए । **[JEE-98,8/200]**



6*. एक वस्तु के दिए गए बिन्दु के सापेक्ष बलाघूर्ण $\vec{\tau}$ निम्न के बराबर पाया गया है ' $\vec{A}\times\vec{J}$, जहॉ $\vec{A}$ कोई नियत सदिष एवं $\vec{J}$ वस्तु का, उसी बिन्दु के सापेक्ष कोणीय संवेग है, तो इसके अनुसार **[JEE-98,8/200]**

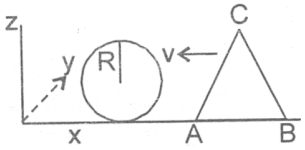
(A) $\frac{d\vec{J}}{dt}$ प्रत्येक क्षण पर $\vec{J}$ के लम्बवत होगा

(B) $\vec{J}$ का $\vec{A}$ की दिषा में घटक समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है

(C) $\vec{J}$ का परिणाम समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है

(D) $\vec{J}$ समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है

7. 'm' द्रव्यमान व त्रिभुजाकार अनुप्रस्थत काट का एक ब्लॉक (AB = BC = CA = 2R) नियम वेग $-v_i$ से R त्रिज्या के स्थिर गोले की तरफ चित्रानुसार चिकनी क्षैतिज टेबल पर गतिषील है । ब्लॉक स्थिर गोले के साथ पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करता है तथा बिना घूर्णन किये हुए समान पथ से वापस आ जाता है । सभी प्रकार के घर्षण नगण्य मानिये तथा यह मानना है कि ब्लॉक गोले के साथ बहुत कम समय Δt के लिए संपर्क में रहता है । इस दौरान गोला ब्लॉक पर नियम बल $\vec{F}$ आरोपित करता है ।



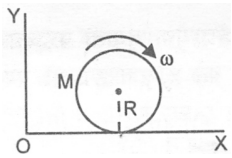
(a) Δt समय के दौरान ब्लॉक पर आरोपित बल $\vec{F}$ व टेबल द्वारा ब्लॉक पर आरोपित अभिलम्ब बल $\vec{N}$ ज्ञात कीजिए।

(b) माना कि 'h' आनत के द्रव्यमान केन्द्र व बल $\vec{F}$ की क्रिया रेखा के मध्य लम्बवत् दूरी । अभिलम्ब बल $\vec{N}$ के कारण ब्लॉक के केन्द्र के परितः Δt समय के दौरान बलाघूर्ण का परिमाण ज्ञात कीजिए । **[JEE-98,8]**

8. एक चिकना गोला 'A' घर्षणरहित क्षैतिज तल पर कोणीय चाल ω से गतिषील है और द्रव्यमान केन्द्र का वेग 'v' है । यह स्थिर अवस्था में रखे समरूप गोले 'B' से सीधी सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करता है । हर जगह घर्षण नगण्य मानिये । टक्कर के पष्चात्, उनकी कोणीय चाल क्रमषः ω_A व ω_B है । तब – **[JEE-99,2/200]**

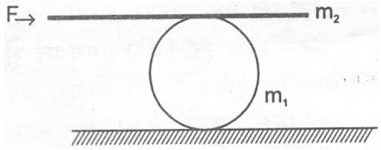
(A) $\omega_A < \omega_B$ **(B)** $\omega_A = \omega_B$ **(C)** $\omega_A = \omega$ **(D)** $\omega_B = \omega$

9. M द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक चकती क्षैतिज तल पर ω कोणीय चाल से चित्रानुसार लुढ़क रही है । मूल बिन्दु O के सापेक्ष चकती का कोणीय संवेग होगा – **[JEE-99,2/200]**



(A) $(1/2)MR^2\omega$ **(B)** $MR^2\omega$ **(C)** $(3/2)MR^2\omega$ **(D)** $2MR^2\omega$

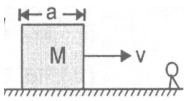
10. m_2 द्रव्यमान के गुटके की सहायता से एक व्यक्ति m_1 द्रव्यमान के बेलन को खिसकाता है । किसी भी स्पर्ष बिन्दु पर फिसलन नहीं है । व्यक्ति द्वारा लगाए बल का क्षैतिज घटक F है । ज्ञात कीजिए – **[JEE-99, 6+4/200]**



(a) गुटके तथा बेलन के द्रव्यमान केन्द्र के त्वरण तथा

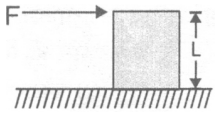
(b) स्पर्ष बिन्दुओं पर घर्षण बलों का परिमाण तथा दिषा

11. चित्रानुसार क्षैतिज चिकने समतल पर a भुजा का घनाकार पिण्ड v वेग से गति कर रहा है । यह बिन्दु O पर एक दृढ़ कील से टकराता है । O से टकराने के बाद पिण्ड की कोणीय चाल होगी –**[JEE-99,2/200]**



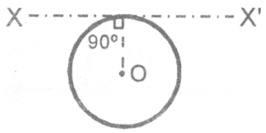
(A) $\frac{3v}{4a}$ **(B)** $\frac{3v}{2a}$ **(C)** $\frac{\sqrt{3v}}{\sqrt{2a}}$ **(D)** शून्य

12. L भुजा का एक घनाकार ब्लॉक μ घर्षण गुणांक वाली एक खुरदरी क्षैतिज सतह पर विरामावस्था में है । चित्रानुसार एक क्षैतिज बल F ब्लॉक पर आरोपित किया जाता है । यदि घर्षण गुणांक पर्याप्त रूप से अधिक है जिससे ब्लॉक पलटने (toppling) से पहले नहीं फिसले तो ब्लॉक के पलटने के लिए आवष्यक न्यूनतम बल है –



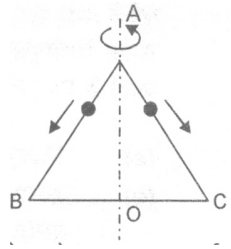
(A) अतिसूक्ष्म **(B)** $\frac{mg}{4}$ **(C)** $mg/2$ **(D)** $mg(1-\mu)$

13. L लम्बाई व एक समान घनत्व p के पतले तार को, एक वृत्ताकार लूप के रूप में मोड़ा गया है, जिसका केन्द्र चित्रानुसार **O** है । XX' अक्ष के सापेक्ष लूप का जड़त्व आघूर्ण है– **[JEE-2000 Scr' 1/35]**



(A) $\frac{pL^3}{8\pi^2}$ **(B)** $\frac{pL^3}{16\pi^2}$ **(C)** $\frac{5pL^3}{16\pi^2}$ **(D)** $\frac{3pL^3}{8\pi^2}$

14. एक समान तार से बना एक समबाहु त्रिभुज ABC जिसमें दो छोटे एक समान मोती (beads), प्रारम्भ में बिन्दु A पर है । अब त्रिभुज को AO अक्ष के सापेक्ष घुमाया जाता है तब मोतियों को एक साथ बिन्दु A से स्थिर अवस्था से छोड़ा जाता है, एक को AB के अनुदिष तथा दूसरे को AC के अनुदिष चित्रानुसार नीचे फिसलने दिया जाता है । यदि घर्षण नगण्य हो तो कौनसी राषियॉ मोतियों के नीचे फिसलने पर संरक्षित रहेगी – **[JEE – 2000 Scr; 1/35]**

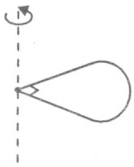


(A) कोणीय वेग एवं कुल उर्जा (गतिज+स्थितिज) **(B)** कुल कोणीय संवेग एवं कुल उर्जा
(C) कोणीय वेग एवं घूर्णन अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण**(D)** कुल कोणीय संवेग एवं घूर्णन अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण

15. क्षैतिज घर्षणहीन सतह पर M द्रव्यमान व L लम्बाई की एक छड़ AB रखी हुई है । m द्रव्यमान का एक कण सतह के अनुदिष गति करता हुआ छड़ के सिरे A से वेग v_o के द्वारा AB के लम्बवत् दिषा में टकराता है । टक्कर पूर्णातः प्रस्यास्थ है । टक्कर के बाद कण विरामावस्था में आ जाता है । **[JEE-200(Mains)3+3+3/100]**

(a) m/M का अनुपात ज्ञात कीजिए ।
(b) छड़ का एक बिन्दु P टक्कर के तुरन्त बाद विरामावस्था में आ जाता है, दूरी AP ज्ञात कीजिए ।
(c) टक्कर के बाद समय $\pi L/(3v_o)$ पर बिन्दु P की रेखीय चाल ज्ञात कीजिए ।

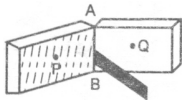
16. R त्रिज्या वाली एक समान चकती में से एक चौथाई भाग काटा जाता है । इस भाग का द्रव्यमान M है । इसे समतल के लम्बवत तथा मूल चकती के केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के परितः घूर्णन कराया जाता है । घूर्णन अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण होगा – **[JEE-01 (Scr.)' 3/105]**



(A) $\frac{1}{2MR^2}$ **(B)** $\frac{1}{4}MR^2$ **(C)** $\frac{1}{8}MR^2$ **(D)** $\sqrt{2}MR^2$

17. दो भारी धात्विक प्लेटों को एक दूसरे से 90^0 पर जोड़ा गया है । दोनों धात्विक प्लेटों को जोड़ने वाली रेख AB पर एक 30 kg द्रव्यमान की सतमलीय पट्टी निलम्बन (Hinge) पर लटकी है । यह निलम्बन घर्षणहीन है । द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली तथा AB के समान्तर अक्ष के परितः समतलीय पट्टी का जड़तव आघूर्ण 1.2 kg-m^2 है । दो रबर के अवरोध P तथा Q प्रत्येक धात्विक प्लेट पर रेखा AB से 0.5m दूरी पर जड़े हुए हैं । यह दूरी इस प्रकार चुनी गई है कि टक्कर के समय निलम्बन बिन्दु के कारण समतलीय पट्टी पर प्रतिक्रिया बल षून्य है । प्रारम्भ में समतलीय पट्टी एक अवरोध को 1 rad/sec के कोणीय वेग से टकराती है तथा वापस लोट जाती है । यदि प्रत्येक अवरोध के कारण पट्टी पर आवेग 6 N/s, हो तो–

(a) AB से समतलीय पट्टी के के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति ज्ञात कीजिए ?
(b) प्रथम टक्कर के बाद समतलीय पट्टी किस कोणीय वेग से वापस आएगी ?
(c) कितनी टक्करों के बाद समतलीय पट्टी विरामावस्था में होगी । **[JEE-01(Mains)8+1+1/100]**



18. एक बेलन नत तल पर उŸपर लुढ़कता है तथा कुछ उŸँचाई पर पहुँचता है और तब नीचे लुढ़कता है (इस पूरी गति में फिसलन नहीं है) बेलन पर कार्यरत घर्षण बल की दिषा होगी : **[JEE-02(Scr)3/90]**

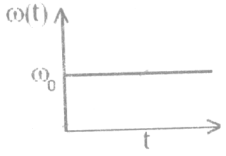
(A) नत तल के उŸपर जब उŸपर चढ़ता है तथा नत तल के नीचे जब नीचे उतरता है

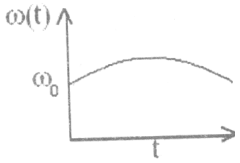
(B) दोनों स्थितियों में नत तल के उŸपर की ओर

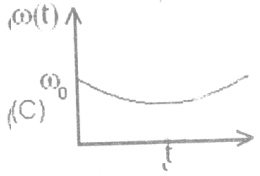
(C) नत तल के नीचे जब उŸपर चढ़ता है तथा नत तल के उŸपर जब नीचे उतरता है

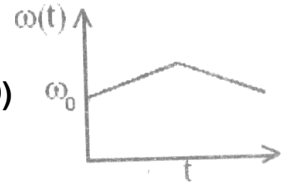
(D) दोनों स्थितियों में नत तल के नीचे की ओर

19. एक वृत्ताकार प्लेटफॉर्म उसके केन्द्र से गुजरने वाली उŸर्ध्व अक्ष के परितः क्षैतिज तल में घूर्णन के लिए स्वतंत्र है । एक कछुआ प्लेटॉर्म के किनारे पर बेठा हुआ है । अब प्लेटफार्म को कोणीय वेग ω_0 दिया गया है । जब कछुआ नियत वेग से (प्लेटफार्म के सापेक्ष) प्लेटफार्म की जीवा के अनुदिष गति करता है तो प्लेटफार्म का कोणीय वेग $\omega(t)$ समय t के साथ निम्नानुसार परिवर्तित होगा –: **[JEE-02(Scr)3/90]**

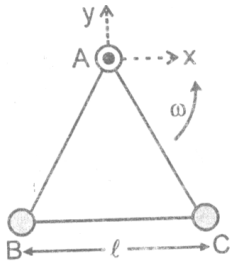
(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

20. तीन कण A , B और C प्रत्येक का द्रव्यमान m एक दूसरे से द्रव्यमानहीन दृढ़ छड़ों की सहायता से ℓ भुजा वाली दृढ़ त्रिभुजाकार वस्तु का निर्माण करते हैं । यह वस्तु क्षैतिज घर्षणरहित टेबल (x-y तल में) पर रखी गई है तथा इससे बिन्दु A पर इस प्रकार लटकाया हुआ है ताकि यह A से गुजरने वाली उŸर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष चित्रानुसार घर्षण रहित गति कर सके । वस्तु को A के परित टेबल पर इस प्रकार घूर्णन गति दी जाती है जिसका नियत कोणीय वेग ω है



(a) निलम्बन (hinge) द्वारा वस्तु पर आरोपित क्षैतिज बल का परिमाण ज्ञात कीजिए ।

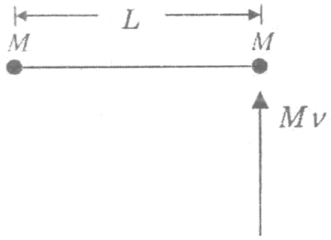
(b) समय T पर जब भुजा BC, x- अक्ष के समान्तर है, चित्रानुसार BC के अनुदिष B पर F बल आरोपित किया जाता है । T समय के ठीक पष्चात् निलम्बन के द्वारा वस्तु पर, आरोपित बल का **x**- घटक व y- घटक ज्ञात कीजिए । **[JEE Mains 02,(1+4)/60]**

21. एक कण क्षैतिज तल में एक समान वृत्तीय गति कर रहा है । कण का कोणीय संवेग नियम रहता है, जब मूल बिन्दु को लेते हैं **[JEE Sc. 2003' 3/84]**

(A) वृत्त के केन्द्र पर **(B)** वृत्त की परिधि के किसी भी बिन्दु पर

(C) वृत्त के भीतर किसी बिन्दु पर **(D)** वृत्त के बाहर किसी बिन्दु पर

22. दो कण, प्रत्येक का द्रव्यमान M, को L लम्बाई की द्रव्यमानहीन छड़ से जोड़ा गया है । निकाय चिकनी क्षैतिज सतह पर स्थित है । यदि छड़ के एक सिरे को चित्रानुसार आवेग Mv छड़ के लम्बवत् दिया जाता है । छड़ द्वारा प्राप्त किया गया कोणीय वेग है– **[JEE Sc. 2003' 3/84]**

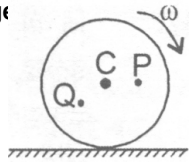


(A) $\frac{4v}{L}$ (B) $\frac{2v}{L}$ (C) $\frac{v}{L}$ (D) $\frac{v}{4L}$

23. एक प्लेटफार्म स्थिर अक्ष के परितः क्षैतिज तल में घूर्णन कर रहा है तथा एक लड़का केन्द्र पर बेठा हुआ है । निकाय की प्रारम्भिक गतिज उŸर्जा K है । यदि लड़का अपने हाथ फैलाये तब निकाय का जड़त्व आघूर्ण दुगना हो जाता है । निकाय की अंतिम गतिज उŸर्जा है – **[JEE Sc. 2004' 3/84]**

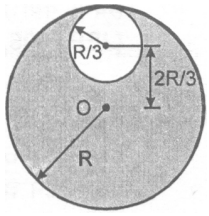
(A) K (B) $\frac{K}{2}$ (C) $\frac{K}{4}$ (D) 2K

24. चित्रानुसार एक चकती बिना फिसले हुए जमीन पर गतिषील है तब बिन्दु **P, C** और **Q** के वेगों के परिमाणों के मध्य संबंध है [दूरी CP=CQ] **[JEE Sc. 2004' 3/84]**



(A) Q > C > P (B) P > C > Q (C) C > Q > P (D) सभी समान होगें

25. एक वृत्ताकार चकती का द्रव्यमान 9 m है । चित्र में दर्षाए अनुसार इसमें से $\frac{R}{3}$ त्रिज्या की एक चकती को अलग करते हैं । षेष भाग का केन्द्र बिन्दु 'O' से गुजरने वाली चकती के तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा– **[JEE Sc. 2005' 3/54]**



(A) $8mR^2$ (B) $4\ mR^2$ (C) $\frac{40}{9}mR^2$ (D) $\frac{37}{9}mR^2$

26. एक कण घटती हुई चाल के साथ वृत्तीय पथ में गति करता है । निम्न मेंसे कौनसा सही है– **[JEE Sc. 2005' 3/54]**

(A) $\vec{L}$ नियत है

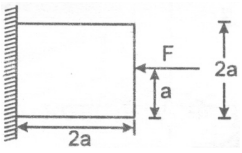
(B) $\vec{L}$ की केवल दिषा नियत है

(C) त्वरण $\vec{a}$ केन्द्र की तरफ है

(D) यह सर्पिलाकार चलेगा और अन्त में केन्द्र पर पहुॅचेगा ।

27. M द्रव्यमान व L लम्बाई की एक छड़, एक सिरे से उÿर्ध्वाधर स्थिति में साम्यावस्था में लटकी हुई है । m द्रव्यमान की एक गोली, v वेग से गति करते हुए छड़ के निचले सिरे से टकराती है और इससे चिपक जाती है । टक्कर के ठीक पष्चात् छड़ का कोणीय वेग ज्ञात कीजिए । **[JEE 2005' 2/60]**

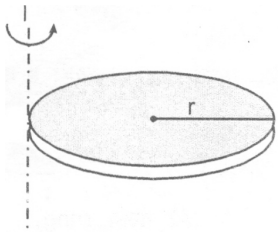
28. m द्रव्यमान के एक ब्लॉक को एक दीवार के विरूद्ध क्षैतिज बल F आरोपित करके स्थिर किया गया है । निम्न में से कौनासा विकल्प गलत है– **[JEE Sc. 2005' 3/54]**



(A) घर्षण बल =mg **(B)** अभिलम्ब प्रतिकिया बल बलाघूर्ण उत्पन्न नहीं करेगा

(C) F बलाघूर्ण उत्पन्न नहीं करेगा **(D)** अभिलम्ब प्रतिकिया =F

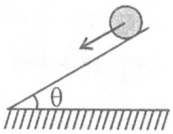
29. R त्रिज्या का एक ठोस गोला अपने ज्यामितीय अक्ष के परित I जड़त्व आघूर्ण रखता है । यदि इसे r त्रिज्या व t मोटाई की एक चकती के रूप में पिघलाया जाता है । यदि इसका स्पर्षज्या अक्ष के परितः (जो चकती के तल के लम्बवत् है) जड़त्व आघूर्ण भी I के बराबर है, तब r का मान बराबर है –: **[JEE 2006' 3/184]**



(A) $\frac{2}{\sqrt{15}}R$ **(B)** $\frac{2}{\sqrt{5}}R$

(C) $\frac{3}{\sqrt{15}}R$ **(D)** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}}R$

30* एक ठोस गोला θ नति कोण वाले आनत तल पर षुद्ध लौटनी गति कर रहा है– **[JEE 2006' 5/184]**



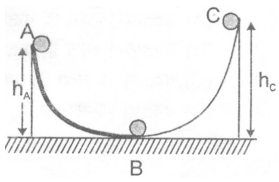
(A) गोले पर कार्यरत घर्षण बल $f = \mu mg\cos\theta$

(B) f क्षयी बल है ।

(C) घर्षण इसका कोणीय वेग बढ़ायेगा तथा इसका रेखीय वेग घटायेगा ।

(D) यदि θ घटेगाय, घर्षण भी घटेगा

31. एक गेंद चित्रानुसार स्थिर पर गति करती है । A से B तक गेंद बिना फिसले लुढ़कती है । यदि BC सतह घर्षण रहित हो तथा K_A, K_B व K_C गेंद की क्रमषः A,B व C पर गतिज उÿर्जाऐं हो, तब – **[JEE 2006' 5/184]**

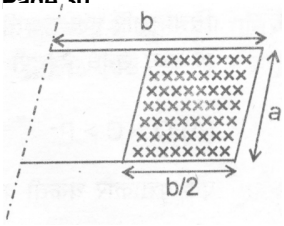


(A) $h_A > h_C$; $K_B > K_C$ **(B)** $h_A\ h_C$; $K_C > K_A$

(C) $h_A = h_C$; $K_B > K_C$ **(D)** $h_A < h_C$; $K_B > K_C$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

32. M की एक प्लेट (a×b) को इसके एक किनारे से निलम्बित किया जाता है । प्लेट पर इकाई क्षैत्रफल पर **m** द्रव्यमान की गेदें 100 गेदे/सैकड़ की दर से प्रत्यास्थ रूप से टकराती है । जिससे प्लेट क्षैतिज रूप में चित्रानुसार रहती है । गेंद की चाल क्या होगी ? (गेंदें प्लेट के आधे भाग पर टकराती हैं ।)



(दिया गय ा है M=3 kg, m=0.01 kg, b=2m, a=1 m, m=10 m/s^2) **[JEE 2006' 6/184]**

33. P_{i-iii} **: प्रश्न i से iii के लिए अनुच्छेद**

दो चकतियॉ A एवं B एक उर्ध्वाधर धुरी पर समाक्ष रूप से व्यवस्थित (mount) की गई है । उभयनिष्ठ अक्ष (common axis) के परितः उन चकतियों के जड़त्व आघूर्ण क्रमषः I तथा 2I है । स्प्रिंग को x_1 दूरी से दबाकर उसकी सम्पूर्ण स्थितिज उर्जा का उपयोग कर चकती A को 2ω प्रारम्भिक कोणीय वेग दिया जाता है । उतने ही स्प्रिंग गुणांक वाले एक दूसरे स्प्रिंग को x_2 दूरी से दबाकर चकती B को ω कोणीय वेग दिया जाता है । दोंनों चकतियॉ दक्षिणावर्ती (clockwise) दिषा में घूम रही है ।

(i) अनुपात x_1/x_2 है

(A) 2 **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\sqrt{2}$ **(D)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$

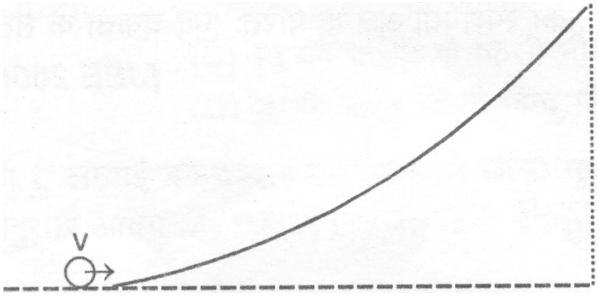
(ii) जब चकती **B** को चकती **A** के साथ सम्पर्क में लाया जाता है तो वे **t** समय में समान कोणीय वेग प्राप्त कर लेते है । इस अवधि में एक चकती पर दूसरी के द्वारा लगाया गया औसत घर्षण बल आघूर्ण है

(A) $\frac{2I\omega}{3t}$ **(B)** $\frac{9I\omega}{2t}$ **(C)** $\frac{9I\omega}{4t}$ **(D)** $\frac{3I\omega}{2t}$

(iii) उपरोक्त प्रकिया में होने वाला गतिज उर्जा का ह्रास **(loss)** है

(A) $\frac{I\omega^2}{2}$ **(B)** $\frac{I\omega^2}{3}$ **(C)** $\frac{I\omega^2}{4}$ **(D)** $\frac{I\omega^2}{6}$

34. एक समान घनत्व वाली एक छोटी वस्तु वेग **v** से प्रारम्भ कर एक वक्र सतह पर उर्पर की ओर लुढ़कती **(rolls)** है । आरम्भिक स्थिति की अपेक्षा यह $\frac{3v^2}{4g}$ की अधिकतम उर्चाई तक पहुॅचती है । वस्तु है ।



(A) वलय (ring) **(B)** ठोस गोला **(C)** खोखला गोला **(D)** चकती (disc)

35. **वक्तव्य –1**

यदि किसी वस्तु पर उसके संहति केन्द्र के परितः कोई बाहरी बल आघूर्ण नहीं है, तो संहति केन्द्र का वेग अचर रहेगा । क्योंकि **[JEE 2007]**

वक्तव्य – 2

एक वियुक्त (विलगित) निकाय (isolated system) का रेखीय संवेग अचर रहता है ।

(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण है ।

(B) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।

(C) वक्तव्य–1 सत्य हे, वक्तव्य–2 असत्य है ।

(D) वक्तव्य–1 असत्य हे, वक्तव्य–2 सत्य है ।

36. **वक्तव्य –1**

समान द्रव्यमान एवं साइज के दो बेलन, जिनमें से एक खोखला (धातु) और दूसरा ठोस (लकड़ का), एक नत समतल (Inclinedplane) पर समान उŸंचॉई से, बिना फिसले, एक साथ लुढ़काये जाते है । खोखला बेलन नत समतल की तली पर पहले पहुॅचेगा ।

तथा **[JEE 2008' 162/3]**

वक्तव्य –2

उŸंर्जा सरंक्षण के सिद्धान्त के अनुसार , जब दोंनो बेलन नत समतल की तली पर पहुॅचेंगे, उनकी गतिज–उŸंर्जा समान होगी।

(A) वक्तव्य –1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य –1 का सही स्पष्टीकरण है ।

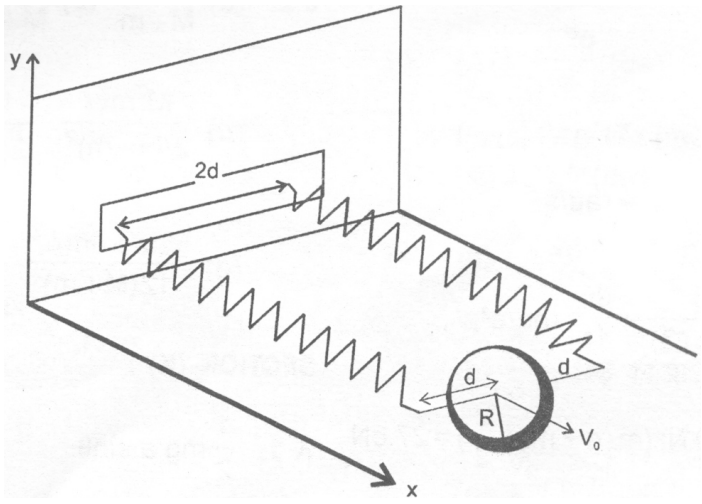
(B) वक्तव्य –1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है; वक्तव्य–2 वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।?

(C) वक्तव्य –1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है ।

(D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ।

प्रश्न 37 से 39 के लिए अनुच्छेद

एकसमान (uniform) पतली बेलनाकार डिस्क, जिसका द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है, दो सर्वसम द्रव्यमान रहित स्प्रिंग (spring) के द्वारा, जिनका स्प्रिंग स्थिरांक k है, दीवार से जुड़ी हैं (चित्र देखें) दोनों स्प्रिंग डिस्क के केन्द्र से व d की सममित (symmetric) दूरी पर, धुरी से संलग्न हैं । धुरी द्रव्यमान रहित है तथा दोनों स्प्रिंग और धुरी एक क्षैतिज समतल पर है । प्रत्येक की अतानित लंबाई L है । प्रारंभ में डिस्क का संहति केन्द्र साम्यावस्था में दीवार से L की दूरी पर है । डिस्क बिना फिसले $\vec{V}_o = V_o\hat{i}$ की गति से लुढ़कती है । घर्षण गुणांक μ है । **[JEE 2008' 162/3]**



37. जब डिस्क का संहति केन्द्र (centre of mass) इसकी साम्यावस्था से $\times$की दूरी पर विस्थापित है, डिस्क के उŸंपर लगने वाला कुल बाहरी बल निम्न है

(A) $-kx$ **(B)** $-2kx$ **(C)** $-\frac{2kx}{3}$ **(D)** $-\frac{4kx}{3}$

38. डिस्क का संहति केन्द्र सरल आवर्त गति करता है, जिसकी कोणीय आवृत्ति ω का मान निम्न है

(A) $\sqrt{\frac{k}{M}}$ **(B)** $\sqrt{\frac{2k}{M}}$ **(C)** $\sqrt{\frac{2k}{3M}}$ **(D)** $\sqrt{\frac{4k}{3M}}$

39. V_o का वह महत्त मान जिसके लिये डिस्क बिना फिसले लुढ़कती है

(A) $\mu g\sqrt{\frac{M}{k}}$ **(B)** $\mu g\sqrt{\frac{M}{2k}}$ **(C)** $\mu g\sqrt{\frac{3M}{k}}$ **(D)** $\mu g\sqrt{\frac{5M}{2k}}$

ANSWERS

Exercise-1

PART-1

SECTION (A) :

A 1. 20s

SECTION (B) :

B1. $\frac{14mr^2}{5}$ **B2.** $\frac{M\ell^2}{6}$ **B3.** $\sqrt{2}\,r$

SECTION (c) :

C 1. $-14\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$

C 2. $mu^2\sin\theta\cos\theta$ गति के तल के लम्बवत्

SECTION (D) :

D 1. 26/25 N बायीं रस्सी में तथा **28/25 N** दायीं रस्सी में

D 2. 76 g, 42 g, $\frac{21}{38}$

SECTION (E) :

E 1. (a) $\frac{2g(m_1-m_2)}{\ell(m_1+m_2)}\,\frac{60}{7}=8.4\,rad/s^2$

(b) (i) $\frac{2g(m_1-m_2)}{\ell(m_1+m_2+m_3/3)}=\frac{90}{11}rad/s^2$,

(iii) $m_1g-m_1\alpha\frac{\ell}{2})=29N;(m_2g+m_2\alpha\frac{\ell}{2})=27.6N$

E2. (a) $\frac{3g}{4L}$ **(CW)**

(b) $N=\frac{13mg}{16}\uparrow,F=\left(\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)mg\rightarrow$

DECTION (F) :

F 1. $\omega=\sqrt{\frac{9g}{4\ell}}$ **F 2.** $\frac{1}{2}m\omega^2\left(R^2+\frac{L^2}{12}\right)$

SECTION (G) :

G 1. 16 kg m²/s **G 2.** $\frac{\left(I+\frac{mr^2}{2}\right)\omega_o}{I+2mr^2}$

G 3. $\frac{4\pi m}{M+2m}$ **G 4.** $3v/4\ell$

SECTION (H) :

H 1. V_{CM} **= 7 m/s.**

H 2. (a) $\frac{4v_o}{3}$ **(b)** $\frac{5v_o}{3\ell}$ **(c)** $v_x=\frac{v_o}{2},v_y=\frac{2v_o}{3}$

SECTION (I) :

I 1. $\sqrt{\frac{10gh}{7}}$ **I 2. (a)** $\frac{2}{5}\tan\theta$ **(b)** $\frac{7}{8}mg\ell\sin\theta$

I 3. $\frac{7}{10}mv^2$ **I 4.** $\upsilon=\sqrt{\frac{14gR}{3}}$

SECTION (J) :

J 1. $\omega=3v/2\ell$

J 2. (a) $\frac{mv}{M+m}$ **(b)** $\frac{Mv}{M+m}$

(c) $-\frac{mv}{M+m}$ **(d)** $\frac{m^2mv\ell}{2(M+m)^2},\frac{Mm^2v\ell}{2(M+m)^2}$

(e) $\frac{M(M+4m)L^2}{12(M+m)}$ **(f)** $\frac{mv}{M+m},\frac{6mv}{(M+4m)L}$

SECTION (K) :

K 1. $\frac{1}{2}mga\sin\theta$

PART – II

SECTION (A) :

A1. B

SECTION (B) :

B1. A **B2.** C **B3.** A,B,C **B4.** C

SECTION (C) :

C1. A **C2.** C **C3.** C

SECTION (D) :

D1. B **D2.** C **D3.** C

SECTION (E) :

E1. D **E2.** A

SECTION (F) :

F1. B **F2.** C

SECTION (G) :

G1. B **G2.** D **G3.** B **G4.** B

G5. BC **G6.** C

SECTION (H) :
H1. AC **H2.** B **H3.** D **H4.** A

SECTION (I) :
I1. B **I2.** B **I3.** A **I4.** ACD

SECTION (J) :
J1. D **J2.** AB **J3.** B

SECTION (K) :
K1. A **K2.** AD

Exercise -2

PART -1

1. $<\omega>=\omega_o/3$ **2.** $\frac{m\ell^2}{6}$

3. $2\pi\left(\frac{Aa^4}{4}+\frac{Ba^5}{5}\right)$

4. N= (aB-bA) K, जहाँ **k, Z-** अक्ष का इकाई सदिष है ।
$\ell=\left|aB-bA\right|/\sqrt{A^2+B^2}$

5. $\frac{3W}{8}$ **6.** 3m

7. $\beta=2mg\times/R\ell(M+2m)$

8. (a) $\frac{213}{73}$ms$\downarrow$ (b) 40.9 N

9. (a) $\omega=\sqrt{\frac{3(1-\cos\theta)}{\ell}g}$

(b) $N_t=2mg\sin\theta$

and $N_c=mg\cos\theta$

$\therefore \quad N=\sqrt{N^2{}_t+N^2{}_c}$

10. (a) T=2mg (b) N=6mg (c) $\frac{3g}{5L}$ (d) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{6g}{5L}}$

11. (a) v=(M/m) $\sqrt{2/3\ell}\ \sin(\alpha/2)$;

(b) $\Delta p=M\sqrt{1/6g\ell}\sin(\alpha/2)$; **(c)** $x\approx 2/3\ell$

12. 6.3 m/s

13. **(i)** शून्य **(ii)** $\frac{v}{5a}$ **(iii)** $\frac{3}{5}mv^2$

14. (a) $v_A=2at=10.0$ cm/s,

$v_B=\sqrt{2}at=7.1cm/s, v_o=0;$

(b) $a_A=2a\sqrt{1+\left(\frac{2t^2a}{r}\right)^2}=5.6cm/s^2$

$a_a=a\sqrt{1+\left(1-\frac{at^2}{R}\right)^2}=2.5\,cm/s^2,$

$a_o=a^2t^2/R==2.5cm/s^2$

15. R_A=4r, $R_B=2\sqrt{2}r$

16. 100 rad/sec.

17. $\ell=2aF_2/mw=1.0$

18. **(a)** $\theta=\cos^{-1}\frac{1}{7}$

(b) $v=\sqrt{\frac{4}{7}gr}$ **(c)** $\frac{k_T}{k_R}=6$

19. $\alpha=\frac{3g\cos\theta}{2\ell}$

20. (i) (a) $\frac{1.2g}{\ell}$ (cw) (b) -03. $\left(\hat{i}+2\hat{j}\right)g$

(ii) $24g/17\ell$(cw) (b) $12g/17\downarrow$

(iii) $2.4g/\ell$(b)$0.5g\downarrow$

21. **(a)** $\frac{v_o}{2}, v_o$

(b) $\frac{2}{3}v_o$ छड़ की प्रारम्भि गति के अनुदिष

(c) $\frac{v_o}{2L}$

22. $\frac{2}{3}\left(\frac{v_o}{R}-\frac{\omega_o}{2}\right)$

23. $\omega=\frac{\overline{v_1}}{L}\frac{12\sin\beta}{3\sin^3\beta+1}$(cw)

24. $\rho_{max}=\mu mg, c_{max}=\frac{b}{\mu}$

25.

(i)$\frac{2}{3}$mg,(ii)$\mu_{min}=0$, (iii) $F=2mg$], (iv) $\mu_s=\frac{2}{3}$

PART – 1

1.	B	2.	D	3.	D	4.	A
5.	C	6.	D	7.	C	8.	D
9.	C	10.	CD	11.	D	12.	B
13.	B	14.	ABC	15.	C	16.	A
17.	D	18.	C	19.	A	20.	A
21.	C	22.	D	23.	D	24.	B
25.	A	26.	C	27.	C	28.	B
29.	A	30.	B	31.	D		

Exercise – 3

PART – I

1. (A) p,q,r (B) p,q,r (C) p,q (D) p,q,r
2. (A) p (B) q,s (C) p (D) q,s

PART – II

3.	B	4.	C	5.	D	6.	D
7.	C	8.	A				

PART – III

9.	D	10.	D	11.	D	12.	A
13.	B	14.	C				

PART – IV

15. (i) असत्य (ii) D (iii) असत्य
(iv) असत्य (v) सत्य

PART – V

16. (i) $13/24\ MR^2$ (ii) n= - 3
(iii) $\frac{M\omega^2 AR}{3}$ (iv) 2 mg

Exercise -4

JEE

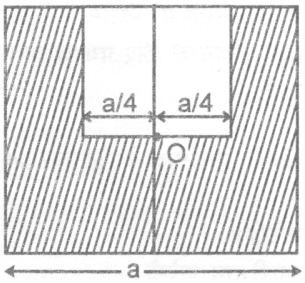
1. $4.8\ Ma^2$
2. (a) 6N
(b) $\vec{\tau}_1 = 0.6\hat{k} - 0.6\hat{j},\ \vec{\tau}_2 = -0.6\hat{k} - 0.6\hat{j}$
3. $\frac{mg}{6}$,up
4. (a) $v = \frac{2v_o}{3};\ t_o = \frac{v_o}{3\mu g}$ (b)
$w = -\mu mg\left(v_o t - \frac{3}{2}\mu g t^2\right);\ -\frac{1}{6}mv_o^{\ 2}$
5. $v = \sqrt{5gR}$ 6. ABC
7. (a)
$\vec{F} = \frac{2mV}{\Delta t}\hat{i} - \frac{2mV}{\sqrt{3\Delta t}}\hat{k};\ \vec{N} = \left(\frac{2mV}{\sqrt{3\Delta t}} + mg\right)\hat{k},$
(b) $\vec{\tau} = -\left(\frac{4mVh}{\sqrt{3\Delta t}}\right)\hat{j}$
8. C 9. C
10. (a) $a_a = \frac{4F}{3m_1 + 8m_2};\ a_p = \frac{8F}{3m_1 + 8m_2}$
(b) $4.8\ Ma^2$
11. A 12. C
13. D 14. B
15. (a) $\frac{m}{M} = \frac{1}{4}$ (b) $AP = \frac{2L}{3}$ (c) $v_p = \frac{v_o}{2\sqrt{2}}$
16. A
17. (a) x=0.1 m (b) $\omega = 1\ rad/s$ (c) never
18. B 19. B
20. (a) $\sqrt{3}m\omega^2\ell$ (B)
$F_y = \sqrt{3}\,m\omega^2\ell\ F_x = -F/4$
21. A 22. C
23. B 24. B
25. B 26. B
27. $\frac{3mv}{\ell(M+3m)}$ 28. B
29. A 30. C, D
31. A, B 32. V=10 m/s
33. (i) C (ii) A (iii) B 34. D
35. D 36. D
37. D 38. D

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

39. C

MQB

PART-1: OBJECTIVE QUESTIONS



1. चित्र में दर्षाये अनुसार 'a' भुजा की समरूप वर्गाकार प्लेट में से a/2 भुजा की एक वर्गाकार प्लेट चित्रानुसार काट देते है । षेष भाग का द्रव्यमान M है । प्लेट के तल के लम्बवत् व छायांकित भाग के 'o' (भुजा a के वर्ग का केन्द्र) से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा –

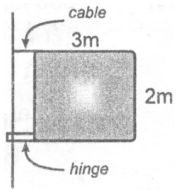
(A) $\frac{9}{64}Ma^2$ **(B)** $\frac{3}{16}Ma^2$ **(C)** $\frac{5}{12}Ma^2$ **(D)** $\frac{Ma^2}{6}$

2. एक समान एक चौथाई चकती (त्रिज्या **R,** द्रव्यमान **M**) का इसके द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा–

(A) $\frac{MR^2}{2} - M\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$ **(B)** $\frac{MR^2}{2} - M\left(\sqrt{2}\frac{4R}{3\pi}\right)^2$

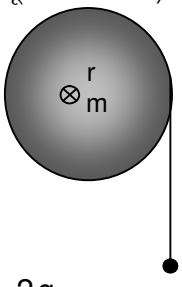
(C) $\frac{MR^2}{2} + M\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$ **(D)** $\frac{MR^2}{2} + M\left(\sqrt{2}\frac{4R}{3\pi}\right)^2$

3. चित्र में एक समरूप दरवाजे का भार 300 N है और यह 3m चौड़ा एवं 2 m उÿचा है । यह निचले बांये कोने पर एक कील पर आधारित है एवं उÿपरी बॉये कोने पर एक क्षैतिज तार द्वारा दर्षाये अनुसार बॅधा है । तार में तनाव एवं कीलक द्वारा दरवाजे पर लगाया गया बल (मापांक व दिषा) होगा :



(A) T = 225 N , F_x = 225N, F_y = 300 N
(B) T = 300 N , F_x = 225 N, F_y = 300 N
(C) T = 225 N , F_x = 300N, F_y = 250 N
(D) T = 300 N , F_x = 300 N, F_y = 250 N

4. द्रव्यमान m व त्रिज्या r की एक समरूप चकती और बिन्दु द्रव्यमान m चित्रानुसार व्यवस्थित है । बिन्दु द्रव्यमान की त्वरण है । (यह मानिए की पुली व धागे के मध्य कोई फिसलन नहीं है एवं चकती इसके केन्द्र से पारित व इसके तल के लम्बवत् स्थिर क्षैतिज अक्ष के परितः बिना घर्षण के घूम सकती है ।)

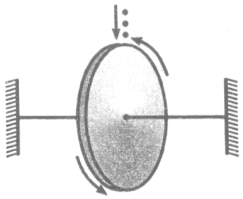


(A) $\frac{g}{2}$ **(B)** $\frac{g}{3}$ **(C)** $\frac{2g}{3}$ **(D)** इनमें से कोई नहीं

5. एक लकड़ी का टुकड़ा जो साईकिल के आगे वाले पहिए (त्रिज्या R) से जुड़ा है । पहिये से छुटकर (जब यह उच्चतम बिन्दु पर होता है) क्षैतिज दिषा में गति करता है । साईकिल v चाल से ओग की ओर बिना फिसले गति कर रही है । पहिये से छूटने के बाद लकड़ी के टुकड़े द्वारा तय क्षैतिज तय क्षैतिज दूरी होगी ।

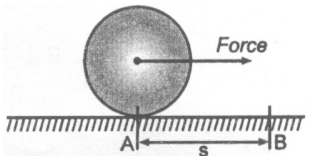
(A) $\sqrt{2rv^2/g}$ **(B)** $\sqrt{8rv^2/g}$ **(C)** $\sqrt{4rv^2/g}$ **(D)** $\sqrt{16Rv^2/g}$

6. $\mathbf{m_o}$ द्रव्यमान की चकती अपनी क्षैतिज अक्ष जो केन्द्र से गुजरती है, के सापेक्ष घूर्णन गति कर रही है । एक कपड़े का पेड इसकी परिधि पर जुड़ा हुआ है जो पानी को सोख लेता है । पानी का द्रव्यमान $\mu/\sec.$ की दर से पेड पर तिगर रहा है । कितने समय के पष्चात् चकती का कोणीय वेग प्रारम्भिक वेग से आधा हो जायेगा ?



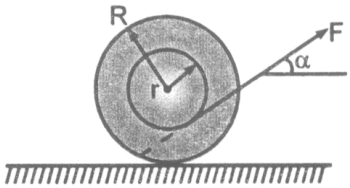
(A) $\frac{2m_o}{\mu}$ **(B)** $\frac{3m_o}{\mu}$ **(C)** $\frac{m_o}{\mu}$ **(D)** $\frac{m_o}{2\mu}$

7. s परिधि की एक चकती बिन्दु A के सापेक्ष क्षैतिज सतह पर विराम में है । जब नियम बल F क्षैतिज दिषा में इसके केन्द्र से लगाया जाता है । बिन्दु A तथा B के बीच फिसलन को रोकने के लिए पर्याप्त घर्षण है तथा B के आगे सतह चिकनी है । AB =s चकती A से BT समय में गति करती है । B से आगे ,



(A) चकती का कोणीय त्वरण नहीं रहेगा, जबकि प्रारम्भिक रेखीय त्वरण अपरिवर्तित रहेगा ।
(B) चकती का रेखीय त्वरण बढ़ेगा ।
(C) चकती T/2 समय में एक घूर्णन पूरा करेगी ।
(D) अगले T समय में चकती s से ज्यादा दूरी तय करेगी ।

8. चकती की आन्तरकि तथा बाहरी त्रिज्या r तथा R है । एक रस्सी इसकी आन्तरिक सतह पर लपेटी जाती है तथा चकती को क्षैतिज सतह पर रखा जाता है । रस्सी को F बल से चित्रानुसार खींचा जाता है । षुद्ध लौटनी गति की स्थित में :

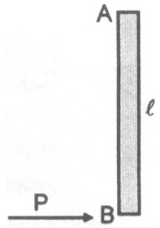


(A) रस्सी खुलती जाएगी, चकती वामावर्त दिषा में घूर्णन गति करेगी तथा घर्षण बांयी ओर लगेगा ।
(B) रस्सी नहीं खुलेगी, चकती दक्षिणावर्त घूर्णन गति करेगी तथा घर्षण बांयी ओर लगेगा।
(C) रस्सी नहीं खुलेगी, चकती दांयी ओर गति करेगी तथा घर्षण दायीं ओर लगेगा ।
(D) रस्सी नहीं खुलेगी, चकती दांयी ओर गति करेगी तथा घर्षण नहीं लगेगा ।

9. 300 kg द्रव्यमान को एक एक समान चकती इसके केन्द्र से गुजरने वाली उर्ध्वाधर अक्ष के प्रति नियम कोणीय वेग ω से घूम रही है । 30 kg का एक लड़का केन्द्र से प्रारम्भ होकर चकती की त्रिज्या के अनुदिष परीधी तक जाता है । अब चकती का कोणीय वेग है –

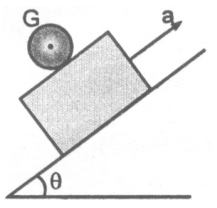
(A) $\frac{\omega_o}{6}$ **(B)** $\frac{\omega_o}{5}$ **(C)** $\frac{4\omega_o}{5}$ **(D)** $\frac{5\omega_o}{6}$

10. **m** द्रव्यमान व ℓ लम्बाई की एक एकसमान छड़ **AB** एक क्षैतिज चिकने तल पर स्थिर रखी हुयी है । इसके सिरे B पर एक आवेग P आरोपित किया जाता है । छड़ द्वारा समकोण से घूम जाने में लगा समय है –



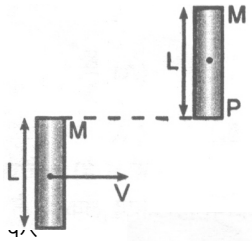
(A) $\frac{2\pi ml}{P}$ **(B)** $\frac{\pi ml}{3P}$ **(C)** $\frac{\pi ml}{12P}$ **(D)** $\frac{2\pi ml}{3P}$

11. सम्पर्क सतह का त्वरण a क्या होगा जो बेलन के केन्द्र G को गति के दौरान स्थिर स्थिति में रखे । सम्पर्क सतह तथा बेलन के बीच फिसलन नहीं है ।



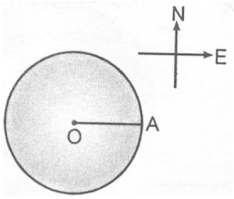
(A) $g\sin\theta$ **(B)** $2g\sin\theta$ **(C)** $\frac{g}{2}\sin\theta$ **(D)** $\sqrt{2}g\sin\theta$

12. L लम्बाई तथा M द्रव्यमान का ब्लॉक द्रव्यमान केन्द्र के साथ V वेग से घुद्ध रेखीय गति करता है । यह समान विराम ब्लॉक से टकराता है तथा इससे चिपक जाता है । (माना यह एक 2L लम्बाई का ब्लॉक बनाता है) तो निकाय का कोणीय वेग क्या होगा ।



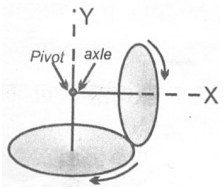
(A) 3V/4L दक्षिणावर्त **(B)** 4V/3L दक्षिणावर्त
(C) 3V/4L वामावर्त **(D)** V/L वामावर्त

13. एक समान चकती अपनी दृढ़ उर्ध्वाधर अक्ष **O** के सापेक्ष मुक्त रूप से घूर्णन गति कर सकती है । एक व्यक्ति बिन्दु A पर केन्द्र O से पूर्व की ओर चकती के कोने पर खड़ा है । चकती का द्रव्यमान व्यक्ति के द्रव्यमान से 22 गुना है । व्यक्ति वामावर्त दिषा में चलना षुरू करता है । जब वह चकती के सापेक्ष वापस A बिन्दु पर एक घूर्णन करने के बाद लौटता है तो वह होगा :



(A) O से पूर्व की ओर **(B)** O से लगभग उत्तर से 60^0 पूर्व की ओर
(C) O से लगभग दक्षिण से 60^0 पूर्व की ओर **(D)** O से लगभग पूर्व से 30^0 दक्षिण की ओर

14. एक घूर्णित मिल ठोस चकती के रूप में मिल–स्टोन से बनी है । जो क्षैतिज अक्ष से घर्षणरहित लिनम्बन द्वारा उर्ध्वाधर अक्ष पर चित्रानुसार जुड़ी है । मिल–स्टोन y- अक्ष के सापेक्ष एक घूर्णन पूरा करने में π सैकण्ड का समय लेता है । मिल स्टोन का अपनी अक्ष तथ y- अक्ष के सापेक्ष जड़त्व–आघूर्ण 100 kg•m^2 के तथा 200 kg. m^2 है । मिल स्टोन का कुल कोणीय संवेग अक्ष पर स्थित लिनम्बन बिन्दु के सापेक्ष चित्रानुसार क्षण पर क्या होगा ।



15. एक वस्तु नततल पर तिबना फिसले घूर्णन गति कर रही है । कुल उर्जा का कितना भाग घूर्णन उर्जा से सम्बन्धित है । (घूर्णन त्रिज्या k तथा निकाय की त्रिज्या R है ।)

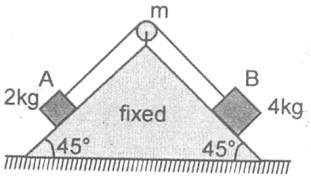
(A) $\frac{R^2}{R^2+k^2}$ **(B)** $\frac{k^2}{R^2+k^2}$ **(C)** k^2+R^2 **(D)** $\frac{1}{k^2+R^2}$

PART –II : SUBJECTIVE QUESTIONS

1. m = 0.50 kg द्रव्यमान तथा $\ell = 1m$ लम्बाई की एक छड़ का इसके लम्बवत् रेखा के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण **I** =0.10 kg – m^2 है । इस रेखा की छड़ के मध्य बिन्दु से दूरी ज्ञात करो ।

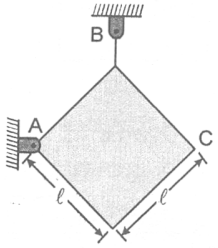
2. छड़ का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो – (i) छड़ के बांये सिरे से पारित लम्बतव् अक्ष के परितः । (ii) छड़ के द्रव्यमान केन्द्र से पारित लम्बाई के लम्बवत् अक्ष के परितः जिसका रेखिक घनत्व $\lambda = ax$ के अनुसार परिवर्तित होता है, यहां a धनात्मक स्थिरांक है तथा 'x' छड़ के बांये सिरे से किसी ाागग की दूरी है । छड़ की लम्बाई ℓ है –

3. चित्र में दिखाई गई घिरनी की त्रिज्या R = 10 cm है तथा इसकी अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I-0.5 kg-m^2



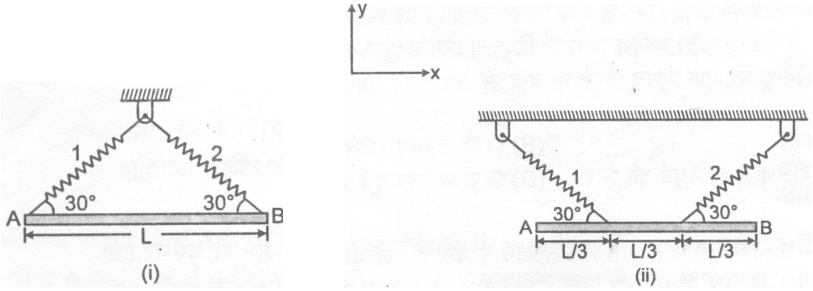
(a) नत तल को घर्षण रहित मानते हुए, m_1=4.0 kg के ब्लॉक का त्वरण ज्ञात करो ।
(b) यदि 2.0 kg ब्लॉक व नत तल के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = 0.5$ है तथा 4.0 kg नीचे का तल घर्षण रहित है, तो 4.0 kg का त्वरण ज्ञात करो ।

4. m द्रव्यमान की समरूप वर्गाकार प्लेट चित्रानुसार लटकाई जी है । यदि अचानक रस्सी टूट जाये तो इस क्षण के तुरन्त बाद ज्ञात करो –



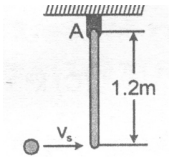
(a) प्लेट का कोणीय त्वरण **(b)** C कोने का त्वरण **(C)** A पर प्रतिक्रिया

5. **m** द्रव्यमान की एक समान बेलनाकार छड़ AB दो स्प्रिंग से चित्रानुसार लटकी है यदि स्प्रिंग 2 टूट जाए तो इस क्षण ज्ञात कीजिए –

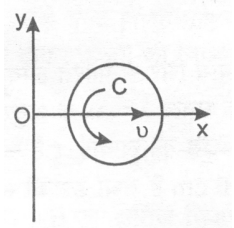


(a) छड़ का कोणीय त्वरण **(b)** बिन्दु A का त्वरण **(c)** बिन्दु B का त्वरण

6. एक 2 kg द्रव्यमान का गोला दांयी ओर 5 m/s के वेग से क्षैतिज दिषा में गति करता हुआ 8 kg द्रव्यमान की एक दृढ़ छड़ के निचले सिरे से टकराता है । छड़ बिन्दु A से कीलकित की जाती है तथा प्रारम्भ में विरामअवस्था में है । छड़ व गोले के मध्य प्रत्यावस्थान गुणांक 0.80 मानते हुए टक्कर के ठीक बाद छड़ का कोणीय वेग व गोले का वेग ज्ञात करो ।



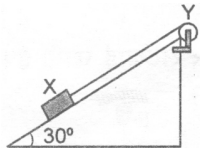
7. एक घूर्णित चकती (चित्र), x अक्ष की धनात्मक दिषा में गति करती है । तात्क्षणिक घूर्णन अक्ष की स्थिति को दर्षाने वाली y (x) की समीकरण ज्ञात कीजिए । यदि प्रारम्भ में चकती की अक्ष C बिन्दु O पर स्थित थी जिसके बाद वह गति Irodov_ 1.51



(a) नियत वेग v के साथ षुरू करती है, जबकि चकती नियम कोणीय त्वरण β से वामावर्त घूमना षुरू करती है । (प्रारम्भिक कोणी वेगषून्य है ।)

(b) नियत त्वरण a (व प्रारम्भिक वेग षून्य है) के साथ षूरू करती है, जबकि चकती नियम कोणीय वेग ω से वामावर्त घूमती है ।

8. 0.5 kg का एक ब्लॉक X, एक लम्बी व द्रव्यमानरहित रस्सी की सहायता से घर्षणरहित नत तल जो क्षैतिज से 30^0 कोण पर झुका हुआ है, पर रखा जाता है । रस्सी को एक 2 kg द्रव्यमान व 0.2 m त्रिज्या के समरूप बेलन y चित्रानुसार लपेटा जाता है । बेलन को प्रारम्भिक कोणीय वेग इस प्रकार दिया जाता है । कि ब्लॉक X, तल पर उÿपर की ओर गति प्रारम्भ करता है ।

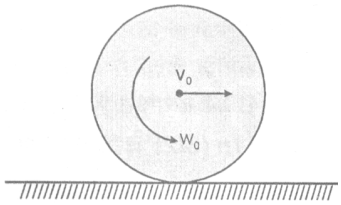


(a) गति के दौरान रस्सी में तनाव ज्ञात करो ।

(b) किसी क्षण Y के कोणीय वेग का परिमाण 10 rad s^{-1} है, तो उस क्षण के बाद विरामावस्था तक आने में X द्वारा तय दूरी ज्ञात करो ।

9. एक वलय क्षैतिज सतह पर बिना फिसलें लोटनी गति करती है । केन्द्र का वेग v है । यह एक 0.3 R उॅचाई की सीढ़ी का सामना करती है । जहॉ R वलय की त्रिज्या है । टक्कर के ठीक बाद वलय का कोणीय वेग ज्ञात करो । माना कि वलय पीछे की ओर नहीं लौटती है तथा वहॉ फिसलन रोकने के लिए पर्याप्त घर्षण है । सीढ़ी पर चढ़ने के लिए v का न्यूनतम मान क्या होगा ?

10. m द्रव्यमान व r त्रिज्या का एक गोला खुरदरे समतल सतह पर दिखाए अनुसार प्रारम्भिक वेग से प्रक्षेपित किया जाता है । यदि गाले का अन्तिम वेग षून्य हो तो ज्ञात करो–



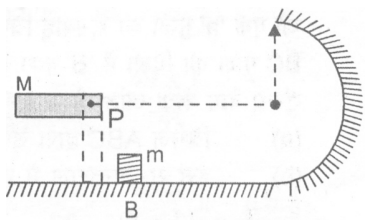
(a) आवष्यक ω_o, v_o व r के रूप में

(b) गोले द्वारा रूकने में लिया गया समय v_o तथा घर्षण गुणांक μ_k के रूप में

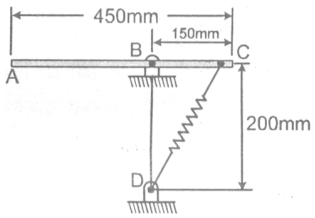
11. एक पहिया 600 चक्कर प्रति मिनट के चाल से अपने अक्ष के परितः घूर्णन कर रहा है । पहिये को 10 सैकण्ड में नियम बल आघूर्ण लगाकर विरामावस्था में लाया जाता है । बल आघूर्ण लगाने के 5 सैकण्ड बाद कोणीय मंदन तथा कोणीय वेग ज्ञात करो ।

12. 50 चक्कर/सैकण्ड कोणी चाल से घूम रहा एक बेलन स्थिर अवस्था में स्थित एक अन्य समान बेलन के सम्पर्क में लाया जाता है । गतिज घर्षण के कारण, दोंनो बेलनों पर बल आघूर्ण लगते है, स्थिर वाला त्वरित होता है तथा गतिषील अवमंदित होता है । यदि त्वरण तथा अवमंदन का उभयनिष्ठ परिमाण 1 चक्कर प्रति वर्ग सैकण्ड है, दोनों बेलनों की कोणीय चाल एक समान होने में कितना समय लगेगा ?

13. M द्रव्यमान व R लम्बाई की एक छड़ चित्रानुसार P पर निलम्बन से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष घूमने के लिए स्वतंत्र है । पहले इसे इस प्रकार लेते हैं । कि यह क्षैतिज होती है और तब छोड़ते हैं । छड़ निचले बिन्दु पर m द्रव्यमान के एक ब्लॉक B से टकराती है व रूक जाती है । द्रव्यमानों के अनुपात ज्ञात कीजिए, ताकि ब्लॉक B, R त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर पूरा चक्कर लगाता है । सभी घर्षण नगण्य है ।



14. 3 kg की एक समान छड़ एक चिकने निलम्बन B के सापेक्ष एक उॅर्ध्वाधर तल में घूमती है । एक स्प्रिंग जिसका नियतांक k=300 N/m तथा लम्बाई (बिना खींची अवस्था में) 100 mm है, छड़ से चित्रानुसार जुड़ी है । यह जानते हैं कि इस अवस्था में छड़ का कोणीय वेग 4 रेडियन/सेकण्ड दक्षिणावर्त है । छड़ का कोणीय वेग ज्ञात करो, जबकि यह क्रमषः 90^0 व 180^0 घूमती है $[g=10\ ms^2]$



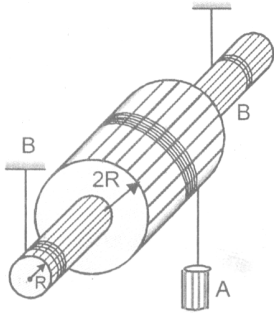
(a) 90^0

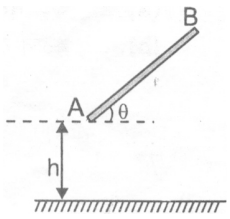
(b) 180^0

(D is vertically below B)
(D, B F के ऊर्ध्वाधर नीचे है

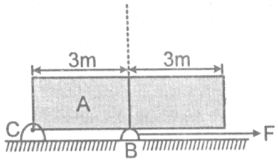
15. किसी कण का एक निष्चित बिन्दु 'O' के सापेक्ष कोणीय संवेग समय के साथ $\vec{M} = \vec{a} + \vec{b}t^2$ के अनुसार परिवर्तित होता है, जहॉ $\vec{a}, \vec{b}$ नियत सदिष व $\vec{a} \perp \vec{b}$ है । कण पर कार्यरत बल आघूर्ण N का बिन्दु 'O' के सापेक्ष मान ज्ञात कीजिए जब सदिष N व M के मध्य कोण 45^0 है ।

17. नीचे प्रदर्षित चित्र व्यवस्था में भार A का द्रव्यमान m तथा एक पुली B का द्रव्यमान M है । अपनी अक्ष के सापेक्ष पुली का जड़त्व आघूर्ण I है और पुली त्रिज्याऐं क्रमषः R और 2R है । धागे के द्रव्यमान को नगण्य मानिए । निकाय को स्वतंत्र छोड़ने के पष्चात् भार A का त्वरण ज्ञात कीजिए । (कहीं भी फिसलन नहीं मानें)

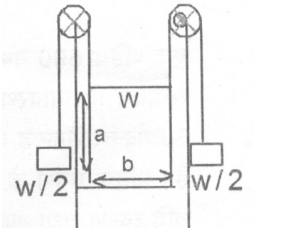




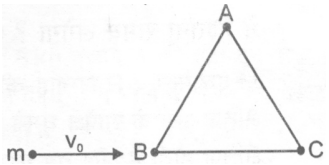
18. ℓ लम्बाई की छड़ AB को विरामावस्था से क्षैतिज से θ कोण पर झुकी हुई अवस्था से छोड़ा जाता है । यह h उॅचाई से गिरकर फर्ष से प्रत्यास्थ टक्कर करती है । टक्कर के बाद छड़ का द्रव्यमान केन्द्र किस उॅचाई तक वापस उछलता है । यहॉ $\theta = 60^0$ है । उॅचाई h ज्ञात कीजिए ताकि छड़ प्रथम समय क्षैतिज होती है, जब छड़ का द्रव्यमान केन्द्र अधिकतम उॅचाई पर होता है ।



19. 25 kg तथा 6m लम्बाई का एक–समान ब्लॉक C बिन्दु पर निलम्बित है तथा B छोटा ब्लॉक सम्पर्क के लिए चित्रानुसार रखा जाता हे । F=400N का एक नियत बल ब्लॉक B पर चित्रानुसार क्षैतिज दिषा में लगाया जाता है । B की चाल क्या होगी ? जब यह 1.5 m दूरी तय करता है । B का द्रव्यमान 2.5 kg तथ सभी सम्पर्क सतह पर घर्षण गुणांक 0.3 है । $[\ln(3/2) \cong 0.41$ तथा $g = 10 ms^{-2}]$



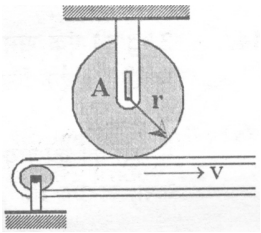
20. भार की खिड़की को दो रस्सियों से घिरनी द्वारा चित्रानुसार जोड़ा जाता है । रस्सी के अन्तिम सिरे w/2 भार के ब्लॉक से जुड़े हुए है तथा खिड़की, खिड़ी के फ्रेम में हल्के से रखी हुई है । एक रस्सी को कटा जाता है । जिससे खिड़की नीचे की ओर गति करती है 1 खिड़की का त्वरण क्या होगा यदि μ फ्रेम तथा खिड़की की सतह के लिए घर्षण गुणांक हो व a तथा b खिड़की की उॅचाई तथा चौड़ाई हो ।



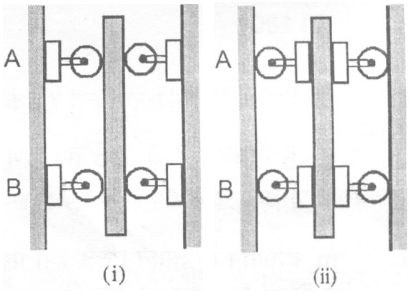
21. तीन कण A, B, C प्रत्येक का द्रव्यमान m है एक द्रव्यमान रहित दृढ़ छड़ द्वारा जुड़े हैं जो एक 'a' भुजा का समबाहु त्रिभुज बनाते हैं । को 'm' द्रव्यमान का अन्य कण v_o वेग से BC भुजा की दिषा में 'B' कण से चित्रानुसार टकराता है । टकराने वाला कण टक्कर के तुरन्त बाद रूक जाता है –

(a) त्रिभुज ABC द्वारा उसके अग्र गति के दौरान अर्द्ध घूर्णन में लगा समय ज्ञात करो ।

(b) इस समयान्तराल में कण B का कुल विस्थापन क्या है ।



22. 4 kg तथा r= 75 mm, त्रिज्या की एक चकती A विराम अवस्था में नियत चाल $v = 18 m/s$ से गति करती हुई बेल्ट के सम्पर्क में रखी जाती है । $\mu_k = 0.25$ चिकती की सतह तथा बेल्ट के बीच घर्षण गुणांक है । चकती के नियत कोणीय चाल तक पहुंचने से पहले चकती द्वारा तय चक्करों की संख्या क्या होगी । (माना बेल्ट द्वारा चकती पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल चकती के भार के बराबर है)



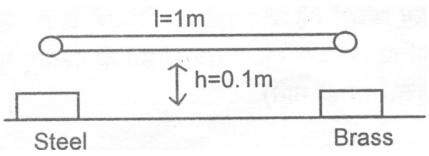
23. m द्रव्यमान के एक ब्लॉक को चित्रानुसार 4 चकती, (प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या r=75 mm) के सम्पर्क में रखा जाता है । ब्लॉक को विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद त्वरण क्या होगा । ध्यान रहे की चकतियों पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल षुद्ध लौटनी गति के लिए पर्याप्त है ।

(a) m=5 kg तथा M=2 kg .

(b) चकती का द्रव्यमान M नगण्य है ।

(c) ब्लॉक का द्रव्यमान m नगण्य है ।

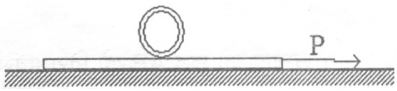
24. एक समान व्यास की स्टील की गेंद नगण्य द्रव्यमान की दृढ़ छड़ से चित्रानुसार जुड़ी है । इसे h उॅचॉई से स्टील तथा बांस की प्लेट पर छोड़ी जाती है । यदि स्टील तथा गेंद के बीच व ब्रांस तथा गेदे के बीच प्रत्यास्थ गुणांक क्रमषः 0.6 तथा 0.4 है तो टक्कर के तुरन्त बाद वापस लौटते समय गेंद का कोणीय वेग क्या होगा । माना दोंनो टक्कर एक साथ होती है ।



25. 6kg व 160 mm व्यास का एक बेलन 1.5 kg प्लेट पर विराम में है । बेलन तथा प्लेट प्रारम्भ में विराम में है जब P=25 N का बल 0.75 s के लिए प्लेट पर लगाया जाता है । प्लेट तथा बेलन व धरातल के बीच घर्षण गुणांक $\mu_s = 0.25$ तथा $\mu_k = 0.20$ है तो ज्ञात करो ;

(a) क्या बेलन प्लेट के सापेक्ष फिसलेगा ।

(b) बेलन तथा प्लेट का परिणामी वेग क्या होगा ।



Answers

MQB
PART-I

1.	**B**	**2.**	**B**	**3.**	**A**	**4.**	**C**
5.	**D**	**6.**	**D**	**7.**	**BCD**	**8.**	**B**
9.	**D**	**10.**	**C**	**11.**	**A**	**12.**	**C**
13.	**C**	**14.**	**A**	**15.**	**B**		

PART-II

1. $\sqrt{\frac{1}{m}\left(I-\frac{m\ell^2}{12}\right)}=\sqrt{\frac{7}{60}}=0.34m$

2. **(i)** $I=\frac{a\ell^2}{4}$ **(ii)** $\frac{a\ell^4}{36}$

3. **(a) 0.25 m/s^2** **(b) 0.125 ms^2**

4. **(a)** $\frac{3g}{2\sqrt{2\ell}}$ **(cw) (b)** $\frac{3}{2}g\downarrow$ **(c)** $\frac{Mg}{4}\uparrow$

5. **(i)** **(a) 3g/L (cw)**

(b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i}+\hat{j}\right)g=1.323g\angle 49.1^\circ$

(c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i}-2\hat{j}\right)g=2.18g\angle -66.6^\circ$

(ii) **(a) g/L (cw)** **(b)** $-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)g\hat{i}$

(c) $-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i}+\hat{j}\right)g=1.323g\angle -130.9^\circ$

6. $\omega=\frac{45}{14}=3.21rad/s\ (ccw), v_s=\frac{1}{7}=0.143m/s\leftarrow$

7. **(a)** $y=\frac{v^2}{\beta x}$ (अतिपरलवय); **(b)** $y=\frac{\sqrt{2ax}}{\omega}$ (परवलय)

8. **(a) 1.633 N** **(b) 1.224 m**

9. $\omega=\frac{1.7v}{2R}\ V_{min}=\frac{2}{1.7}\sqrt{0.3gR}$

10. **(a)** $\frac{5v_o}{2r}$ (ccw) (b) $\frac{v_o}{\mu_k g}$

11. **1 rev/s^2, rev/s**

12. **25 s**

13. $\frac{M}{m}=\sqrt{15}$

14. **(a)** $\frac{2}{3}\sqrt{86}\,rad/s$ (b) $4\,rad/s$

15. $N=2b\sqrt{\frac{a}{b}}$

16. $w_1=F/(m_1+2/7m_2);\quad w_2 2/7\ w_1$

17. $w=3g(M+3m)/(M+9m+I/R^2)$

18. $H=\left(\frac{1-3\cos^2\theta}{1+3\cos^2\theta}\right)^2$; $h=\frac{49\pi\ell}{144}$

19. **62.95** **20.** $A=\left(\frac{a-\mu b}{3a+\mu b}\right)g$

21. **(a)** $t = \frac{6a\pi}{\sqrt{3v_o}}$ (b) $s = \frac{a}{\sqrt{3}}\sqrt{1+\left(2\pi+\sqrt{3}\right)^2}$

22. $\frac{216}{\pi}$

23. **(i)** **(a)** $5g/9\downarrow$ (b) $g\downarrow$ (c) 0

(ii) **(a)** $\frac{13}{17}\downarrow$ (b) $g\downarrow$ (c) $\frac{2g}{3}\downarrow$

24. **0.28 rad/sec.**

25. **(a)** पाइप बिना फिसले घूर्णन गति करेगा

(b) pipe: $\frac{5}{6}$ m/s $\rightarrow$, $\frac{125}{24}$ rad/s (ccw) ;

plate: $\frac{5}{3}$ m/s $\rightarrow$