

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,
विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।
पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,
'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मन्मथ धर्म प्रणेता
सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

अनश्चित समाकलन (Indefinite itegration)

.....
Buit just as much as it is easy to find the differential o a gives quantity, so it is difficult to find the integral of a given differential. Moreover, sometimes we cannot say with certainty whether the integral of a gives quantity can be found or no t..... Beronoulli, gohann
.....

यदि f एवं x के फलन इस प्रकार है कि $g'(x) = f(x)$ हो, तो

$$\int f(x)dx = g(x) + c \Leftrightarrow \frac{d}{dx}\{g(x) + c\} = f(x), \text{ जहाँ } c \text{ समाकलन नियतांक कललाता है।}$$

मानक सूत्र (Standard Formula):

$$(i) \int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + c, n \neq -1$$

$$(ii) \int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln(ax + b) + c$$

$$(iii) \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$$

$$(iv) \int a^{px+q} dx = \frac{1}{p} \frac{a^{px+q}}{\ln a} + c; a > 0$$

$$(v) \int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c$$

$$(vi) \int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$$

$$(vii) \int \tan(ax + b) dx = \frac{1}{a} \ln \sec(ax + b) + c$$

$$(viii) \int \cot(ax + b) dx = \frac{1}{a} \ln \sin(ax + b) + c$$

$$(ix) \int \sec^2(ax + b) dx = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + c$$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

$$(x) \quad \int \operatorname{cosec}^2(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + c$$

$$(xi) \quad \int \sec(ax+b) \cdot \tan(ax+b)dx = \frac{1}{a} \sec(ax+b) + c$$

$$(xii) \quad \int \operatorname{cosec}(ax+b) \cdot \cot(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \operatorname{cosec}(ax+b) + c$$

$$(xiii) \quad \int \sec x dx = \ln(\sec x + \tan x) + c \quad \text{या} \quad \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) + c$$

$$(xiv) \int \operatorname{cosec} x x - \ln(\operatorname{cosec} x - \cot x) + c \quad \text{या} \quad \ln \tan \frac{x}{2} + c \quad \text{या} \quad -\ln(\operatorname{cosec} x + \cot x) + c$$

$$(xv) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$(xvi) \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$(xvii) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$(xviii) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right] \quad \text{या} \quad \sinh^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$(xix) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln \left[x + \sqrt{x^2 - a^2} \right] \quad \text{या} \quad \cos^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$(xx) \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$$

$$(xxi) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a-a}{a+a} \right| + c$$

$$(xxii) \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$(xxiii) \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left(\frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{a} \right) + c$$

$$(xxiv) \int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln \left(\frac{x + \sqrt{x^2 - a^2}}{a} \right) + c$$

$$(xxv) \int e^{ax} \cdot \sin bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin bx - b \cos bx) + c$$

$$(xxvi) \int e^{ax} \cdot \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos bx - b \sin bx) + c$$

समाकलन प्रमेय (Theorem on integraton):

$$(i) \int c f(x) \cdot dx = c \int f(x) \cdot dx \quad (ii) \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$(iii) \int f(x) dx = g(x) + c \Leftrightarrow \int f(ax + b) dx = \frac{f(ax + b)}{a} + c$$

- नोट: (i) प्रत्येक सतत् फलन समाकनीय होता है।
(ii) किसी फलन का समाकल केवल स्थिरांक में भिन्न होता है।

$$\int f(x).dx = g(x) + c$$

$$= h(x) + x$$

एवं $h'(x)=f(x)$

$g'(x)=f(x)$
 $g'(x)-h'(x)=0$
अर्थात् $g(x)-h(x)=c$

प्रतिस्थापन द्वारा (Integration by Substitutions):

यदि हम समाकलन में $x = \phi(t)$ प्रतिस्थापित करते हैं, तो –

- (i) सभी जगह x को t के पदों में प्रतिस्थापित करना होगा।
(ii) dx को भी dt के पदों में बदला जाता है।
(iii) $\phi(t)$ को वे सभी संभव मान लेने चाहिए जो x द्वारा लिए जा सकते हो।

- नोट: (i) $\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + C$
(ii) $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} dx = \frac{(f(x))^{1-n}}{1-n} + C$
(iii) $\int \frac{dx}{x(x^n + 1)}, n \in \mathbb{N}, x^n$ उभयनिष्ठ लेने तथा $1 + x^{-n} = t$ रखने पर
(iv) $\int \frac{dx}{x^2(x^n + 1)^{1/n}}, n \in \mathbb{N}, x^n$ उभयनिष्ठ लेने तथा $1 + x^{-n} = t^n$ रखने पर
(v) $\int \frac{dx}{x^n(1 + x^n)^{1/n}}, x$ क रूप में x^n उभयनिष्ठ लिजिए तथा $1 + x^{-n} = t$ रखिए।

5. खण्डशः समानकलन (Integration by Parts):

$$\int (f(x)g(x)) dx = f(x) \int (g(x)) dx - \int \left(\frac{d}{dx} (f(x)) \int (g(x)) dx \right) dx$$

- (i) जब $\int g(x) dx$ ज्ञात करते हैं तब यहाँ स्वेच्छ अक्षर नहीं जोड़ते हैं।
(ii) $\int g(x) dx$ को दोनों स्थानों पर एक जैसा लिखना चाहिए।
(iii) $f(x)$ एवं $f'(x)$ का निर्धारण ILATE नियम द्वारा करते हैं।
इसके अनुसार बाद में आने वाले फलन को समाकलन फलन लेते हैं।
- | | | |
|---|---|---|
| I | → | प्रतिलोम फलन (Inverse function) |
| L | → | लघुगुणकीय फलन (Logarithmic function) |
| A | → | बीजीय फलन (Algebraic function) |
| T | → | त्रिकोणमितीय फलन (Trigonometric function) |
| E | → | चरघातांकीय फलन (Exponential function) |

नोट:

(i) $\int e^x [f(x) + f'(x)] dx = e^x f(x) + c$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(ii) $\int [f(x) + f'(x)]dx = xf(x) + c$

6. आंशिक भिन्नों का उपयोग कर परिमेय बीजीय फलनों का समाकलन:
 (Integration of Rational Algebraic Functions by using Partial Fractions):

आंशिक भिन्न :

यदि $f(x)$ एवं $g(x)$ दोनों x के बहुपत हो, तो $\frac{f(x)}{g(x)}$ को x के परिमेय फलन का परिमेय बीजीय फलन कहते हैं।

यदि $f(x)$ की घात $<g(x)$ की घात हो, तो भिन्न $\frac{f(x)}{g(x)}$ उचित परिमेय फलन (proper rational function) कहलाती है।

यदि $f(x)$ की घात $\leq g(x)$ की घात हो, तो भिन्न $\frac{f(x)}{g(x)}$ अनुचित परिमेय फलन (Improper rational function) कहलाती है।

यदि $\frac{f(x)}{g(x)}$ अनुचित परिमेय फलन हो, तो $f(x)$ को $g(x)$ द्वारा भाग दिया जाता है, ताकि परिमेय फलन $\frac{f(x)}{g(x)} = \phi(x) + \frac{\Psi(x)}{g(x)}$ के रूप में विस्तारित हो जाए, जहाँ $\phi(x)$ एवं $\Psi(x)$ ऐसे बहुपत हैं ताकि $\Psi(x)$ की घात $g(x)$ की घात से कम हो। इस प्रकार $\frac{f(x)}{g(x)}$ बहुपत तथा उचित परिमेय फलन के योग के रूप में विस्तारित हो जाती है।

किसी उचित परिमेय फलन $\frac{f(x)}{g(x)}$ को परिमेय फलन के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, जबकि प्रत्येक में $g(x)$ का

रैखिक गुणखण्ड होता है। इस तरह की प्रत्येक भिन्न, आंशिक भिन्न कहलाती है तथा इसे प्राप्त करने की प्रक्रिया $\frac{f(x)}{g(x)}$ को

आंशिक भिन्न में विघटन करना कहलाती है।

$\frac{f(x)}{g(x)}$ को आंशिक भिन्न में विघटन मुख्यतः $g(x)$ के गुणखण्ड की प्रकृति पर निर्भर करता है, जो निम्न प्रकार है—

स्थिति -I जब हर $g(x)$ को पुनरावृत्त नहीं होने वाले रैखिक गुणखण्डों के रूप में विस्तारित किया जाता हो—
 यदि $g(x) = (x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_n)$ हो, तो हम मान लेते हैं कि

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A_1}{x-a_1} + \frac{A_2}{x-a_2} + \dots + \frac{A_n}{x-a_n}$$

जहाँ A_1, A_2, \dots, A_n अचर हैं तथा इन्हें दाएं पक्ष के अंश की तुलना बांयें पक्ष के अंश से करके ज्ञात किया जाता है। तथा $x = a_1, a_2, \dots, a_n$ रखते हैं।

नोट: आंशिक भिन्न जिसके हर में अपुनरावृत्त (non repeated) रैखिक गुणखण्ड हो, तो अंश के स्थिरांक निम्न विधि से ज्ञात कर सकते हैं।

हर के अपुनरावृत्त रैखिक गुणखण्ड, माना $px + q = 0$ से $x = -\frac{q}{p}$ प्राप्त करते हैं। इसे व्यंजक में प्रतिस्थापित करते हैं।
 (आंशिक भिन्न जिसका गुणखण्ड स्वयं $px + q$ है, के अतिरिक्त)

$$\frac{3x+2}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$A = \frac{3 \times 1 + 2}{(1-2)(1-3)} = \frac{5}{2}$$

इसी तरह B व C के लिये क्रमशः $x = 2$ व 3 रखने पर

$$B = \frac{3 \times 2 + 2}{(2-1)(2-3)} = -8 \text{ और } C = \frac{3 \times 3 + 2}{(3-1)(3-2)} = \frac{11}{2}$$

जैसे कि उदाहरण में A का मान प्राप्त करने के लिये $x=1$ रखते हैं।

स्थिति II जब हर $g(x)$ को पुनरावृत्त होने वाले रैखिक गुणनखण्ड के गुणनफल के रूप में प्रदर्शित किया सकता है—

उदाहरण $\frac{1}{g(x)} = \frac{1}{(x-a)^k(x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_r)}$ यह निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जाता है—

$$\frac{A_r}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \frac{A^3}{(x-a)^3} + \dots + \frac{A_k}{(x-a)^k} + \frac{B_1}{(x-a_1)} + \frac{B_2}{(x-a_2)} + \dots + \frac{B_r}{(x-a_r)}$$

अब अचरों का मान ज्ञात करने के लिये दोनों पक्षों के अंशों की तुलना करते हैं।

इनमें से कुछ गुणांकों को स्थिति I में वर्णित प्रतिस्थापन विधि द्वारा ज्ञात करते हैं एवं शेष को निम्नलिखित उदाहरणानुसार ज्ञात करते हैं—

स्थिति III जब हर $g(x)$ के कुछ गुणनखण्ड द्विघातीय हैं परन्तु अपुनरावृत्त (non repeating) हो। प्रत्येक द्विघातीय गुणनखण्ड $ax^2 + bx + c$ के संगत $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ रूप के आंशिक भिन्न मान लेते हैं, जहाँ अचर A एवं B का मान दोनों तरफ के अंश

में x की समान घातों के गुणांकों की तुलना करके ज्ञात करते हैं। सामान्यतः $\frac{A(2ax+b)}{ax^2+bx+c} + \frac{B}{ax^2+bx+c}$

रूप की आंशिक भिन्न मान लेते हैं।

निम्न उदाहरण से यह विधि स्पष्ट है।

स्थिति -IV जब हर $g(x)$ के कुछ गुणनखण्ड द्विघातीय तथा पुरावृत्त हो, तो आंशिक भिन्न निम्न रूप में होगी—

$$\left\{ \frac{A_0(2ax+b)}{ax^2+bx+c} + \frac{A_1}{ax^2+bx+c} \right\} + \left\{ \frac{A_1(2ax+b)}{(ax^2+bx+c)^2} + \frac{A_2}{(ax^2+bx+c)^2} \right\}$$

$$+ \dots + \left\{ \frac{A_{2x-1}(2ax+b)}{(ax^2+bx+c)^k} + \frac{A_{2k}}{(ax^2+bx+c)^k} \right\}$$

निम्नलिखित उदाहरण इस प्रक्रिया की व्याख्या करता है—

$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$, $\int \frac{ax}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$, $\int \sqrt{ax^2+bx+c} dx$ के रूप में फलों का समाकलन :

(Integration of type $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$, $\int \frac{ax}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$, $\int \sqrt{ax^2+bx+c} dx$):

सर्वप्रथम $ax^2 + bx + c$ को पूर्ण के रूप में परिवर्तित करते हैं। उसके बाद मानक समाकलन सूत्रों का प्रयोग करते हैं।

फलों $\int \frac{px+q}{ax^2+bx+c} dx$, $\int \frac{px+q}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$, $\int (px+q)\sqrt{ax^2+bx+c} dx$

इस प्रकार के फलों के समाकलन में सर्वप्रथम हर $px+q = A$ को (हर का अवकलन गुणांक) + B के रूप में लिखें—

त्रिकोणमितीय फलनों का समाकलन (Integration of trigonometric functions):

(i) $\int \frac{dx}{a+b\sin^2 x}$ या $\int \frac{dx}{a+b\cos^2 x}$, या $\int \frac{dx}{a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x}$

अंश एवं हर को $\sec^2 x$ से गुणा करने पर तथा $\tan x = t$ रखने पर

(ii) $\int \frac{dx}{a+b\sin^2 x}$ या $\int \frac{dx}{a+b\cos^2 x}$ या $\int \frac{dx}{a+b\sin x + c\cos x}$

संकेत :

ज्या (sin) तथा कोज्य (cos) को उनके संगत अर्ध कोणों की स्पर्शज्या (tan) में परिवर्तित करते हैं तथा $\tan \frac{x}{2} = t$ रखते हैं।

(iii) $\int \frac{a/\cos x + b/\sin x + c}{\ell \cos x + m \sin x + n} dx$ में अंश $\equiv A$ (हर) + $B \frac{d}{dx}$ (हर) + c लीजिए और हल कीजिए

फलन $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ का समाकलन : (Integration of type $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$) :

Case - I

यदि m और n सम प्राकृत संख्याएँ हो, तो बड़ी घातों को बड़े कोणों में बदलें :-

Case-II

यदि m या n में से कम से कम एक विषम प्राकृत संख्या हो, जैसे m विषम है तो $\cos x = t$ और यदि n विषम है तो $\sin x = t$

Case - III

जब m + n एक ऋणात्मक सम पूर्णांक हो, तो $\tan x = t$ रखें।

$\int \frac{x^2 \pm 1}{x^4 + Kx^2 + 1} dx$ रूप का समाकलन, जहाँ K एक स्थिरांक है :-

अंश व हर में x^2 का भाग दीजिए तथा $x \pm \frac{1}{x} = t$ रखिए-

$\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{px+q}}$ या $\int \frac{dx}{(ax^2+bx+c)\sqrt{px+q}}$ रूप में फलनों का समाकलन :

यहाँ $px + q = t^2$ रखिए

$\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{px^2+qx+r}}$ रूप में फलनों का समाकलन :

$\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{px^2+qx+r}}$ में $ax+b = \frac{1}{t}$ रखियें $\int \frac{dx}{(ax^2+b)\sqrt{px^2+q}}$ में $x = \frac{1}{t}$ रखियें।

फलनों का समाकलन (Integration of type):

$$\int \sqrt{\frac{x-\alpha}{\beta-x}} \quad \text{या} \quad \int \sqrt{(x-\alpha)(\beta-x)}; \quad x = \alpha \cos^2 \theta + \beta \sin^2 \theta \quad \text{रखेंगे}$$

$$\int \sqrt{\frac{x-\alpha}{\beta-x}} dx \quad \text{या} \quad \int \sqrt{(x-\alpha)(\beta-x)}; \quad x = \alpha \cos^2 \theta + \beta \tan^2 \theta \quad \text{रखेंगे}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)}}; \quad x-\alpha = t^2 \quad \text{या} \quad x-\beta = t^2 \quad \text{रखेंगे।}$$

फलनों $\int \tan^n x dx$, $\int \cot^n x dx$, $\int \sec^n x dx$, $\int \operatorname{cosec}^n x dx$, के विवर्तित सूत्र

(Reduction formula of $\int \tan^n x dx$, $\int \cot^n x dx$, $\int \sec^n x dx$, $\int \operatorname{cosec}^n x dx$,):

$$1. \quad I_n = \int \tan^n x dx = \int \tan^n x \tan^{n-2} x dx = \int (\sec^n x - 1) \tan^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow \quad I_n = \int \sec^2 x \tan^{n-2} x dx - I_{n-2} \quad \Rightarrow \quad I_n = \frac{\tan^{n-1}}{n-1} - I_{n-2}$$

$$2. \quad I_n = \int \cot^n x dx = \int \cot^2 x \cdot \cot^{n-2} x dx = \int (\operatorname{cosec}^2 x - 1) \cot^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow I_n = \int \operatorname{cosec}^2 x \cot^{n-2} x dx - I_{n-2} \quad \Rightarrow \quad I_n = -\frac{\cot^{n-1}}{n-1} - I_{n-2}$$

$$3. \quad I_n = \int \sec^n x dx = \int \sec^2 x \sec^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow \quad I_n = \tan x \sec^{n-2} x - \int (\tan x)(n-2) \sec^{n-3} x \cdot \sec x \tan x dx.$$

$$\Rightarrow \quad I_n = \tan x \sec^{n-2} x - (n-2) \int (\sec^2 x - 1) \sec^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow \quad (n-1)I_n = \tan x \sec^{n-2} x + (n-2)I_{n-2}$$

$$I_n = \frac{\tan x \sec^{n-2} x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} I_{n-2}$$

$$4. \quad I_n = \int \operatorname{cosec}^n x dx = \int \operatorname{cosec}^2 x \operatorname{cosec}^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow \quad I_n = -\cot x \operatorname{cosec}^{n-2} x + \int (\cot x)(n-2) (-\operatorname{cosec}^{n-3} x \operatorname{cosec} x \cot x) dx$$

$$\Rightarrow \quad \cot x \operatorname{cosec}^{n-2} x - (n-2) \int (\cot^2 x \operatorname{cosec}^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow \quad I_n = \cot x \operatorname{cosec}^{n-2} x - (n-2) \int (\operatorname{cosec}^2 x - 1) \operatorname{cosec}^{n-2} x dx$$

$$\Rightarrow \quad (n-1)I_n = -\cot x \operatorname{cosec}^{n-2} x + (n-2)I_{n-2}$$

$$I_n = \frac{\cot x \operatorname{cosec}^{n-2} x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} I_{n-2}$$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

.....

Exercise - 1

1-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \sin(x + \alpha)}$ का मान है—

(A) $\operatorname{cosec} \alpha \ln \left| \frac{\sin x}{\sin(x + \alpha)} \right| + C$

(B) $\operatorname{cosec} \alpha \ln \left| \frac{\sin(x + \alpha)}{\sin x} \right| + C$

(C) $\operatorname{cosec} \alpha \ln \left| \frac{\sec(x + \alpha)}{\sec x} \right| + C$

(D) $\operatorname{cosec} \alpha \ln \left| \frac{\sec x}{\sec(x + \alpha)} \right| + C$

2. $\int \frac{a^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ का मान है—

(A) $\frac{a^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} + c$

(B) $\frac{2a^{\sqrt{x}}}{\log a} + c$

(C) $2a^{\sqrt{x}} \cdot \ln a + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

3. $\int 5^{5^{5^x}} \cdot 5^{5^x} \cdot 5^x dx$ का मान है—

(A) $\frac{5^{5^x}}{(\log 5)^3} + c$

(B) $5^{5^{5^x}} (\ln 5)^3 + c$

(C) $\frac{5^{5^{5^x}}}{(\log 5)^3} + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

4. $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$ का मान है—

(A) $2\sqrt{\tan x} + c$

(B) $2\sqrt{\cot x} + c$

(C) $\frac{\sqrt{\tan x}}{2} + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

5. यदि $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx = K \sin^{-1}(2^x) + C$, हो, तो K का मान है—

(A) $\ln 2$

(B) $\frac{1}{2} \ln 2$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{\ln 2}$

6. यदि $y = \int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}}$ और $y = 0$ जबकि $x = 0$, तो $x = 1$ पर y का मान होगा—

(A) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(B) $\sqrt{2}$

(C) $3\sqrt{2}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

7. $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ का मान है-

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2} \tan^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + c$

(B) $\frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + c$

(C) $\frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

8. $\int (x-1)e^{-x}$ का मान है-

(A) $-xe^x + C$

(B) $xe^x + C$

(C) $-xe^{-x} + C$

(D) $xe^{-x} + C$

9. $\int \tan^3 2x \sec 2x dx$ का मान है-

(A) $\frac{1}{3} \sec^3 2x - \frac{1}{2} \sec 2x + c$

(B) $-\frac{1}{6} \sec^3 2x - \frac{1}{2} \sec 2x + c$

(C) $\frac{1}{6} \sec^3 2x - \frac{1}{2} \sec 2x + c$

(D) $\frac{1}{3} \sec^3 2x + \frac{1}{2} \sec 2x + c$

10. $\int e^{\tan^{-1}x} \left(\frac{1+x+x^2}{1+x^2} \right) dx$ का मान है-

(A) $xe^{\tan^{-1}x} + c$

(B) $x^2 e^{\tan^{-1}x} + c$

(C) $\frac{1}{x} e^{\tan^{-1}x} + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

11. $\int \frac{1}{x^2(x^4+1)^{3/4}} dx$ का मान है-

(A) $\left(1 + \frac{1}{x^4}\right)^{1/4} + c$

(B) $(x^4+1)^{1/4} + c$

(C) $\left(1 - \frac{1}{x^4}\right)^{1/4} + c$

(D) $-\left(1 + \frac{1}{x^4}\right)^{1/4} + c$

12. यदि $\int \frac{1}{1+\sin x} dx = \tan\left(\frac{x}{2} + a\right) + b$ हो तो

(A) $a = -\frac{\pi}{4}, b \in \mathbb{R}$

(B) $a = \frac{\pi}{4}, b \in \mathbb{R}$

(C) $a = \frac{5\pi}{4}, b \in \mathbb{R}$

(D) इनमें से कोई नहीं

13. $\int [f(x)g''(x) - f''(x)g(x)] dx$ का मान है-

(A) $\frac{f(x)}{g'(x)}$

(B) $f'(x)g(x) - f(x)g'(x)$

(C) $f(x)g'(x) - f'(x)g(x)$

(D) $f(x)g'(x) + f'(x)g'(x)$

14. यदि $\int (\sin 2x - \cos 2x) dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2x - a) + b$ हो, तो

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(A) $a = \frac{5\pi}{4}, b \in \mathbb{R}$

(B) $a = -\frac{5\pi}{4}, b \in \mathbb{R}$

(C) $a = \frac{\pi}{4}, b \in \mathbb{R}$

(D) इनमें से कोई नहीं

15. $\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x^2)} dx$ का मान है

- (A) $\frac{-1}{\sin x + \cos x} + c$ (B) $\ln(\sin \cos x) + c$
 (C) $\ln(\sin x - \cos x) + c$ (D) $\ln(\sin x + \cos x)^2 + c$

16. $\int \frac{1}{x(x^n + 1)} dx$ का मान है-

- (A) $\frac{1}{n} \ln \left(\frac{x^n}{x^n + 1} \right) + c$ (B) $\frac{1}{n} \ln \left(\frac{x^n + 1}{x^n} \right) + c$ (C) $\ln \left(\frac{x^n}{x^n + 1} \right) + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

17. $\int \frac{\cos 2x}{\cos x} dx$ का मान है-

- (A) $2 \sin x + \ln(\sec x - \tan x) + c$ (B) $2 \sin x - \ln(\sec x - \tan x) + c$
 (C) $2 \sin x + \ln(\sec x + \tan x) + c$ (D) $2 \sin x - \ln(\sec x + \tan x) + c$

18. यदि $\int \sqrt{\frac{\cos^3 x}{\sin^{11} x}} dx = -2 \left(A \tan^{\frac{-9}{2}} x + B \tan^{\frac{-5}{2}} x \right) + C$ हो तो

- (A) $A = \frac{1}{9}, B = \frac{-1}{5}$ (B) $A = \frac{1}{9}, B = \frac{1}{5}$ (C) $A = -\frac{1}{9}, B = \frac{1}{5}$ (D) इनमें से कोई

19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}}$

- (A) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt{1+x^3}-1}{\sqrt{1+x^3}+1} \right| + c$ (B) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt{1-x^2}+1}{\sqrt{1-x^2}-1} \right| + c$
 (C) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{1}{\sqrt{1-x^3}} \right| + c$ (D) $\frac{1}{3} \ln |1-x^3| + c$

20. $\int [1 + \tan x \cdot \tan(x + \alpha)] dx$ का मान है-

- (A) $\cos \alpha \cdot \ln \left| \frac{\sin x}{\sin(x + \alpha)} \right| + c$ (B) $\tan \alpha \cdot \ln \left| \frac{\sin x}{\sin(x + \alpha)} \right| + c$
 (C) $\cot \alpha \cdot \ln \left| \frac{\sin(x + \alpha)}{\sin x} \right| + c$ (D) $\cot \alpha \cdot \ln \left| \frac{\cos(x + \alpha)}{\cos x} \right| + c$

21. $\int \sqrt{\frac{e^x - 1}{e^x + 1}} dx$ मान है

- (A) $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) - \sec^{-1}(e^x) + C$ (B) $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \sec^{-1}(e^x) + C$

- (C) $\ln(e^x - \sqrt{e^{2x} - 1}) - \sec^{-1}(e^x) + C$ (D) इनमें से कोई
22. यदि $\int \frac{dx}{x^4 + x^3} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \ln\left|\frac{x}{x+1}\right| + C$ हो, तो
 (A) $A = \frac{1}{2}, B = 1$ (B) $A = 1, B = -\frac{1}{2}$ (C) $A = -\frac{1}{2}, B = 1$ (D) इनमें से कोई
23. $\int \sqrt{\sec x - 1}$ का मान है—
 (A) $2 \ln\left(\cos \frac{x}{2} + \sqrt{\cos^2 \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}\right) + C$ (B) $\ln\left(\cos \frac{x}{2} + \sqrt{\cos^2 \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}\right) + C$
 (C) $-2 \ln\left(\cos \frac{x}{2} + \sqrt{\cos^2 \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}\right) + C$ (D) इनमें से कोई
24. $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sqrt{\sin 2x}}$ का मान है—
 (A) $\sqrt{2}\left(\sqrt{\cos x} + \frac{1}{5} \tan^{5/2} x\right) + C$ (B) $\sqrt{2}\left(\sqrt{\tan x} + \frac{1}{5} \tan^{5/2} x\right) + C$
 (C) $\sqrt{2}\left(\sqrt{\tan x} - \frac{1}{5} \tan^{5/2} x\right) + C$ (D) इनमें से कोई
25. यदि $\int \frac{4e^x + 6e^{-x}}{9e^x - 4e^{-x}} dx = Ax + B \ln(9e^{2x} - 4) + C$ हो तो,
 (A) $A = -\frac{3}{2}, B = \frac{35}{36}, c = 0$ (B) $A = \frac{35}{36}, B = -\frac{3}{2}, c \in \mathbb{R}$
 (C) $A = -\frac{3}{2}, B = \frac{35}{36}, c = R$ (D) इनमें से कोई

 एक से अधिक विकल्प सही

26. माना $f'(x) = 3x^2 \sin \frac{1}{x} - x \cos \frac{1}{x}$, यदि $x \neq 0; f(0) = 0$ एवं $f(1/\pi) = 0$ हो, तो
 (A) $x = 0$ पर $f(x)$ सतत् है। (B) $x = 0$ पर $f(x)$ अवकलनीय नहीं है।
 (C) $x = 0$ पर $f'(x)$ सतत् है। (D) $x = 0$ पर $f'(x)$ अवकलनीय नहीं है।
27. यदि $\int e^{3x} \cos 4x dx = e^{3x}(A \sin 4x + B \cos 4x) + c$ हो, तो
 (A) $4A = 3B$ (B) $2A = 3B$ (C) $3A = 4B$ (D) $4B = 3A = 1$
28. $\int 2^{mx} \cdot 3^{nx} dx$ जब $m, n \in \mathbb{N}$ का मान है
 (A) $\frac{2^{mx} + 3^{nx}}{m \ln 2 + n \ln 3} + c$ (B) $\frac{e^{(m \ln 2 + n \ln 3)x}}{m \ln 2 + n \ln 3} + c$
 (C) $\frac{2^{mx} \cdot 3^{nx}}{\ln(2^m \cdot 3^n)} + c$ (D) $\frac{(mn)2^x \cdot 3^x}{m \ln 2 + n \ln 3} + c$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

1-B (विषयात्मक प्रश्न)

PART -A

1. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

- | | | |
|-----------------------------|-------------------|----------------------|
| (i) $(2x+3)^5$ | (ii) $\sin 2x$ | (iii) $\sec^2(4x+5)$ |
| (iv) $\sec(3x+2)$ | (v) $\tan(2x+1)$ | (vi) 2^{3x+4} |
| (vii) $\frac{1}{2x+1}$ | (viii) e^{4x+5} | (ix) $\sqrt{x+1}$ |
| (x) $\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ | | |

PART -B

2. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

- | | | |
|---|---|------------------------|
| (i) $\sin 2x + \frac{1}{x+1}$ | (ii) $\tan(3x+1) + e^{4x+5}$ | (iii) $2 \tan(4x+5)$ |
| (iv) $\frac{x}{\sqrt{x+2}}$ | (v) $\sin^2 x$ | (vi) $\cos^2 x$ |
| (vii) $\sin 2x \cos 3x$ | (viii) $\left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)^2$ | (ix) $(e^x + 1)^2 e^x$ |
| (x) $\frac{1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2}}$ | | |

PART - C

3. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

- | | | |
|--|---|--------------------------------|
| (i) $x \sin x^2$ | (ii) $\frac{x}{x^2+1}$ | (iii) $\sec^2 x \tan x$ |
| (iv) $\frac{e^x+1}{e^x+x}$ | (v) $\frac{1-\sin x}{x+\cos x}$ | (vi) $\frac{e^{2x}}{e^{2x}-2}$ |
| (vii) $\frac{\cos 2x+x+1}{x^2+\sin 2x+2x}$ | (viii) $\frac{\sec x}{\log(\sec x + \tan x)}$ | (ix) $x^5 \sqrt{a^3+x^3}$ |

PART -D

4. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

- | | | |
|----------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| (i) $x \sin x$ | (ii) $x \ln x$ | (iii) $x \sin^2 x$ |
| (iv) $x \tan^{-1} x$ | (v) $\ln x$ | (vi) $\sec^3 x$ |
| (vii) $2x^3 e^{x^2}$ | (viii) $\sin^{-1} \sqrt{x}$ | (ix) $\frac{x^2 \tan^{-1} x}{1+x^2}$ |
| (x) $e^x \sin x$ | (xi) $e^x (\sec^2 x + \tan x)$ | |

PART - E

5. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

(i) $\sqrt{x^2 + 4}$	(ii) $\frac{1}{x^2 + 4}$	(iii) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$
(iv) $\frac{1}{x^2 + 5}$	(v) $\sqrt{x^2 + 2x + 5}$	(vi) $\frac{1}{x^2 + 2x + 5}$
(vii) $(x-1)\sqrt{1-x-x^2}$	(viii) $\frac{2x+1}{x^2+3x+4}$	(ix) $\frac{1}{x(x^5+1)}$
(x) $\frac{1}{x^5(1+x^5)^{\frac{1}{5}}}$	(xi) $\int \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4} dx$	(xii) $\int \frac{x^3-1}{x^3+x} dx$

PART - F

6. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

(i) $\frac{1}{2 + \cos x}$	(ii) $\frac{1}{2 - \cos x}$	(iii) $\frac{2 \sin x + 2 \cos x}{3 \cos x + 2 \sin x}$
(iv) $\frac{1}{1 + \sin x + \cos x}$	(v) $\int \frac{dx}{2 + \sin^2 x}$	(vi) $\int \frac{\operatorname{cosec}^2 x \cdot \sin x}{(\sin x - \cos x)} dx$
(vii) $\int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$		

PART - G

7. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

(i) $\frac{1}{x^4 + x^2 + 1}$	(ii) $\frac{1+x^2}{1+x^4}$	(iii) $\frac{1-x^2}{1-x^2+x^4}$
-------------------------------	----------------------------	---------------------------------

PART - H

8. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

(i) $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x+2}}$	(ii) $\frac{1}{(x^2-4)\sqrt{x+1}}$	(iii) $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2}}$
(iv) $\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+2}}$		

PART - I

9. निम्नलिखित का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए—

(i) $\frac{1}{(x+1)(x+2)}$	(ii) $\frac{1}{(x^2+1)(x+3)}$	(iii) $\frac{1}{(x+1)^2(x+2)}$
----------------------------	-------------------------------	--------------------------------

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(iv)
$$\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

Exercise -2

2-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. यदि $f(x) = \int \frac{2\sin x - \sin 2x}{x^3} dx$ जहाँ $x \neq 0$ हो, तो $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ का मान है
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) परिभाषित नहीं
2. यदि $\int \frac{\cos 4x + 1}{\cot x - \tan x} dx = A \cos 4x + B$ जहाँ A एवं B अचर हैं, तब
 (A) $A = -1/4$ एवं B का कोई भी मान हो सकता है। (B) $A = -1/8$ एवं B का कोई भी मान हो सकता है।
 (C) $A = -1/2$ एवं $B = -1/4$ (D) इनमें से कोई नहीं
3. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} (x + \sqrt{x}) dx$ का मान है—
 (A) $2e^{\sqrt{x}} [\sqrt{x} - x + 1] + c$ (B) $2e^{\sqrt{x}} [x - 2\sqrt{x} + 1] + c$
 (C) $2e^{\sqrt{x}} [x - \sqrt{x} + 1] + c$ (D) $2e^{\sqrt{x}} [x - \sqrt{x} + 1] + c$
4. $\int e^{\tan \theta} (\sec \theta - \sin \theta) d\theta$ का मान है—
 (A) $-e^{\tan \theta} \sin \theta + c$ (B) $e^{\tan \theta} \sin \theta + c$ (C) $e^{\tan \theta} \sec \theta + c$ (D) $e^{\tan \theta} \cos \theta + c$
5. $\int \frac{1+x^7}{x(1+x^7)} dx$ का मान है—
 (A) $\ln x + \frac{2}{7} \ln(1+x^7) + c$ (B) $\ln x - \frac{2}{7} \ln(1-x^7) + c$
 (C) $\ln x - \frac{2}{7} \ln(1+x^7) + c$ (D) $\ln x + \frac{2}{7} \ln(1-x^7) + c$
6. $\int \sqrt{\frac{1-\cos x}{\cos \alpha - \cos x}} dx$ जहाँ $0 < \alpha < x < \pi$ का मान है—
 (A) $2 \ln \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) + c$ (B) $\sqrt{2} \ln \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) + c$
 (C) $2\sqrt{2} \ln \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) + c$ (D) $-2 \sin^{-1} \left(\frac{\cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \right) + c$

7. $\int \frac{1}{[(x-1)^3(x+2)^5]^{1/4}} dx$ का मान है—
 (A) $\frac{4}{3} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{1/4} + C$ (B) $\frac{4}{3} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{1/4} + C$ (C) $\frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{1/4} + C$ (D) $\frac{1}{3} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{1/4} + C$
8. $\int (xe^{\ln \sin x} - \cos x) dx$ का मान है—
 (A) $x \cos x + c$ (B) $\sin x - x \cos x + c$
 (C) $-e^{\ln x} \cos x + c$ (D) $\sin x + x \cos x + c$
9. $\frac{\sin^2 x}{1 + \sin^2 x}$ का x के सापेक्ष प्रति-अवकलज है—
 (A) $x - \frac{\sqrt{2}}{2} \arctan(\sqrt{2} \tan x) + c$ (B) $x - \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan\left(\frac{\tan x}{\sqrt{2}}\right) + c$
 (C) $x - \sqrt{2} \arctan(\sqrt{2} \tan x) + c$ (D) $x - \sqrt{2} \arctan\left(\frac{\tan x}{\sqrt{2}}\right) + c$
10. $\int 4 \sin x \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$ का मान है—
 (A) $\cos x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x + c$ (B) $\cos x - \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{3} \cos 3x + c$
 (C) $\cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x + c$ (D) $\cos x + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{3} \cos 3x + c$
11. $\int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$ का मान है—
 (A) $\sqrt{x} \sqrt{1-x} - 2\sqrt{1-x} + \cos^{-1}(\sqrt{x}) + c$ (B) $\sqrt{x} \sqrt{1-x} + 2\sqrt{1-x} + \cos^{-1}(\sqrt{x}) + c$
 (C) $\sqrt{x} \sqrt{1-x} - 2\sqrt{1-x} - \cos^{-1}(\sqrt{x}) + c$ (D) $\sqrt{x} \sqrt{1-x} + 2\sqrt{1-x} - \cos^{-1}(\sqrt{x}) + c$
12. $\int \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x \cdot \cos 16x dx$ का मान है—
 (A) $\frac{\sin 16x}{1024} + c$ (B) $-\frac{\cos 32x}{1024} + c$ (C) $\frac{\cos 32x}{1096} + c$ (D) $-\frac{\cos 32x}{1096} + c$
13. $\int \frac{1}{\cos^6 x + \sin^6 x} dx$ का मान है—
 (A) $\tan^{-1}(\tan x + \cot x) + c$ (B) $-\tan^{-1}(\tan x + \cot x) + c$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(C) $\tan^{-1}(\tan x - \cot x) + c$

(D) $-\tan^{-1}(\tan x - \cot x) + c$

14. $\int \left\{ \ln(1 + \sin x) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \right\} dx$ का मान है

- (A) $x \ln(1 + \sin x) + c$ (B) $\ln(1 + \sin x) + c$
 (C) $-x \ln(1 + \sin x) + c$ (D) $\ln(1 - \sin x) + c$

15. $\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \cdot \frac{1}{x^2} dx$ का मान है

- (A) $\sin^{-1} \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ (B) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x} + \cos^{-1} \frac{1}{x} + c$
 (C) $\sec^{-1} x - \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} + c$ (D) $\tan^{-1} \sqrt{x^2+1} - \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} + c$

16. $\int \frac{dx}{\cos^3 x \cdot \sqrt{\sin 2x}}$ का मान है

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{5} (\tan x)^{5/2} + 2\sqrt{\tan x} + c$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{5} (\tan^2 x + 5)\sqrt{\tan x} + c$
 (C) $\frac{\sqrt{2}}{5} (\tan^2 x + 5)\sqrt{\tan x} + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

17. यदि $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos^5 x}} = a\sqrt{\cot x} + b\sqrt{\tan^3 x} + c$ जहाँ c समाकलन का स्वेच्छ अचर हो तो 'a' एवं 'b' के मान क्रमशः हैं-

- (A) -2 तथा $\frac{2}{3}$ (B) 2 तथा $-\frac{2}{3}$ (C) 2 तथा $\frac{2}{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

एक से अधिक विकल्प सही

18. $\int \frac{dx}{5 + x \cos x} = I \tan^{-1} \left(m \tan \frac{x}{2} \right) + C$ हो, तो

- (A) $I = 2/3$ (B) $m = 1/3$ (C) $I = 1/3$ (D) $m = 2/3$

19. $\int \frac{x^2 + \cos^2 x}{1 + x^2} \operatorname{cosec}^2 x dx$ का मान है

- (A) $\cot x - \cot^{-1} x + c$ (B) $c - \cot x + \cot^{-1} x$
 (C) $\tan^{-1} x - \frac{\operatorname{cosec} x}{\sec x} + c$ (D) $-e^{\ln \tan^{-1} x} - \cot x + c$

20. $\int \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ का मान है-

- (A) $\cot^{-1}(\cot^2 x) + c$ (B) $-\cot^{-1}(\tan^2 x) + c$

- (C) $\tan^{-1}(\tan^2 x) + c$ (D) $-\tan^{-1}(\cos 2x) + c$
21. $\int \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$ का मान है
 (A) $2\sin^{-1}\sqrt{x} + c$ (B) $\sin^{-1}(2x-1) + c$
 (C) $c - 2\cos^{-1}(2x-1)$ (D) $\cos^{-1}2\sqrt{x-x^2} + c$
22. $\int \frac{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{x^2-1}$ का मान है
 (A) $\frac{1}{2}\ln^2\frac{x-1}{x+1} + c$ (B) $\frac{1}{4}\ln^2\frac{x-1}{x+1} + c$ (C) $\frac{1}{2}\ln^2\frac{x+1}{x-1} + c$ (D) $\frac{1}{4}\ln^2\frac{x+1}{x-1} + c$
23. $\int \frac{\ln(\tan x)}{\sin x \cos x}$ का मान है
 (A) $\frac{1}{2}\ln^2(\cot x) + c$ (B) $\frac{1}{2}\ln^2(\sec x) + c$
 (C) $\frac{1}{2}\ln^2(\sin x \sec x) + c$ (D) $\frac{1}{2}\ln^2(\cos x \operatorname{cosec} x) + c$
24. यदि $\int e^u \cdot \sin 2x dx$ को x के ज्ञान फलनों के पदों में लिखा जा सके तो u हो सकता है—
 (A) x (B) $\sin x$ (C) $\cos x$ (D) $\cos 2x$

2-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. $\int \sin^4 x \cos^4 x dx$ 2. $\int \frac{1}{\sin(x-a)\cos(x-b)} dx$
3. $\int \frac{x\sqrt{x+1}}{x+2} dx$ 4. $\int \sqrt{\frac{x}{x^3-x^3}} dx$
5. $\int x\sqrt{\frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}} dx$ 6. $\int \frac{(x-1)^2}{x^4+x^2+1} dx$
7. $\int \frac{x \ln x}{(x^2-1)^{3/2}} dx$ 8. $\int \tan x \cdot \tan 2x \cdot \tan 3x dx$
9. $\int \frac{2\sin 2\phi - \cos \phi}{6 - \cos^2 \phi - 4\sin \phi}$ 10. $\int \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{a+x}} dx$
11. $\int \frac{1}{1+\sin^4 x} dx$ 12. $\int e^{\sin x} \cdot \frac{x \cos^3 x - \sin x}{\cos^2 x}$

13. $\int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^6} dx$

14. $\int \frac{1+x \cos x}{x(1-x^2 e^{2 \sin x})} dx$

Exercise - 3

3-A(स्तम्भ मिलान)

1. स्तम्भ -I

(A) यदि $F(x) = \int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx$ और $F(0)=0$ हो, तो $F(\pi/2)$

(B) मानाकि $F(x) = \int e^{\sin^{-1} x} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$ और $F(0)=1$ है।

यदि $F(1/2) = \frac{k\sqrt{3}e^{\pi/6}}{\pi}$ हो तो $k=$

(C) माना कि $F(x) = \int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$ और $F(0)=0$ है।

यदि $F(\sqrt{3}) = \frac{5}{36}k$ हो तो $k=$

(D) मानाकि $F(x) = \int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$ और $F(0) = 0$ है।

यदि $F(\pi/4) = \frac{k}{\pi}$ हो, तो $k =$

स्तम्भ -II

(p) $\frac{\pi}{2}$

(q) $\frac{\pi}{3}$

(r) $\frac{\pi}{4}$

(s) π

2. स्तम्भ -I में प्रत्येक समाकल को हल करने के लिए स्तम्भ -II में उचित प्रतिस्थापन से मिलान कीजिए-

स्तम्भ -I

(A) $I = \int \frac{\sin x \cos x dx}{\sin^2 x + 3 \cos^2 x}$

(B) $I = \int \frac{\sin x \cos x dx}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x + \cos x}$

(C) $I = \int \frac{dx}{3 + \sin x + \cos x}$

(D) $I = \int \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x) dx}{1 - \sin^2 x \cos^2 x}$

स्तम्भ -II

(p) $\sin x = t$

(q) $\cos x = t$

(r) $\tan x = t$

(s) $\sin x \cos x = t$

3-B(कथन/कारण)

3 कथन-1: $\int (\sin x)^5 \cos x dx = \frac{\sin^6 x}{6} + c$

कथन-2: $\int (f(x))^n f'(x) dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1}, n \in I$

(A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2 कथन-1 की सही स्पष्टीकरण है।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

- (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
- (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
- (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

4. कथन-1: यदि $x > 0, x \neq 1$ हो तो $\int (\log_x e - (\log_x e)^2) dx = x \log_x e + C$

कथन -2: $\int e^x (f(x) + f'(x)) dx = e^x f(x) + C$ और $e^t = x$ यदि और केवल यदि $t = \ln x$

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2 कथन-1 की सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

5. कथन -1: $\int \frac{\sec x}{\ln|\sec x - \tan x|} dx = -\ln|\ln|\sec x - \tan x|| + c$

कथन -2: $\int f(x) dx = g(x) + c \Rightarrow \int f(ax + b) dx = \frac{g(ax + b)}{a} + c$

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2 कथन-1 की सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

.....
3-C (अनुच्छेद)

6. अनुच्छेद

मानाकि $I_{n,m} = \int \sin^n x \cos^m x \cdot dx$ है तो हम $I_{n,m}$ को निम्न में से प्रत्येक के साथ सम्बन्धिक कर सकते हैं-

- (i) $I_{n-2,m}$ (ii) $I_{n+2,m}$ (iii) $I_{n,2-m}$
 (iv) $I_{n,m+2}$ (v) $I_{n-2,m+2}$ (vi) $I_{n+2,m-2}$

मानाकि हमें $I_{n,m}$ और $I_{n,m-2}$ के मध्य सम्बन्ध स्थापित करना है, तो हम लिखते हैं-

$$P(x) = \sin^{n+1} x \cos^{m-1} x \quad \dots\dots(1)$$

($I_{n,m}$ और $I_{n,m-2}$ में $\cos x$ की घात क्रमशः m और $m-2$ है। दोनों में से न्यूनतम $m-2$ है, न्यूनतम में 1 जोड़कर हम $m-2+1 = m-1$ प्राप्त करते हैं। इसी प्रकार $P(x)$ में $\sin x$ की घात लिखते हैं।

समीकरण (1) के दोनों पक्षों का अवकलन करने पर

$$\begin{aligned} p'(x) &= (n+1) \sin^n x \cos^m x - (m-1) \sin^{n+2} x \cos^{m-2} x \\ &= (n+1) \sin^n x \cos^m x - (m-1) \sin^n x (1 - \cos^2 x) \cos^{m-2} x \\ &= (n+1) \sin^n x \cos^m x - (m-1) \sin^n x \cos^{m-2} x + (m-1) \sin^n x \cos^m x \\ &= (n+m) \sin^n x \cos^m x - (m-1) \sin^n x \cos^{m-2} x \end{aligned}$$

अब दोनों पक्षों का समाकन करने पर,

$$\sin^{n+1} x \cos^{m-1} x = (n+m) I_{n,m} - (m-1) I_{n,m-2}$$

इसी प्रकार, हम अन्य सम्बन्ध स्थापित कर सकते हैं।

6.1 $I_{4,2}$ और $I_{2,2}$ के मध्य सम्बन्ध है-

- (A) $I_{4,2} = \frac{1}{6} (-\sin^3 x \cos^3 x + 3I_{2,2})$ (B) $I_{4,2} = \frac{1}{6} (\sin^3 x \cos^3 x + 3I_{2,2})$
 (C) $I_{4,2} = \frac{1}{6} (\sin^3 x \cos^3 x - 3I_{2,2})$ (D) $I_{4,2} = \frac{1}{4} (-\sin^3 x \cos^3 x + 2I_{2,2})$

6.2 $I_{4,2}$ और $I_{6,2}$ के मध्य सम्बन्ध है—

(A) $I_{4,2} = \frac{1}{5}(\sin^5 x \cos^3 x + 8I_{6,2})$

(B) $I_{4,2} = \frac{1}{5}(-\sin^5 x \cos^3 x + 8I_{6,2})$

(C) $I_{4,2} = \frac{1}{5}(\sin^5 x \cos^3 x - 8I_{6,2})$

(D) $I_{4,2} = \frac{1}{6}(\sin^5 x \cos^3 x + 8I_{6,2})$

6.3 $I_{4,2}$ और $I_{4,4}$ के मध्य सम्बन्ध —

(A) $I_{4,2} = \frac{1}{3}(\sin^5 x \cos^3 x + 8I_{4,4})$

(B) $I_{4,2} = \frac{1}{3}(-\sin^5 x \cos^3 x + 8I_{4,4})$

(C) $I_{4,2} = \frac{1}{3}(\sin^5 x \cos^3 x - 8I_{4,4})$

(D) $I_{4,2} = \frac{1}{3}(\sin^5 x \cos^3 x + 6I_{4,4})$

7. अनुच्छेद

यह ज्ञात है कि

$$\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} = \begin{cases} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}} + \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}} & \text{यदि } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\sqrt{-\sin x}}{\sqrt{-\cos x}} + \frac{\sqrt{-\cos x}}{\sqrt{-\sin x}} & \text{यदि } \pi < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}) = \frac{1}{2}(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x})(\tan x + \cot x), \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\text{और } \frac{d}{dx}(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) = \frac{1}{2}(\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x})(\tan x + \cot x), \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$$

तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

7.1 समाकल $I = \int (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx$, जहाँ $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ का मान है—

(A) $\sqrt{2} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}}{\sqrt{2}}\right) + C$

(B) $\sqrt{2} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}{\sqrt{2}}\right) + C$

(C) $-\sqrt{2} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x}}{\sqrt{2}}\right) + C$

(D) $-\sqrt{2} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}{\sqrt{2}}\right) + C$

7.2 समाकल $I = \int (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx$, जहाँ $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, का मान है—

(A) $\sqrt{2} \sin^{-1}(\cos x - \sin x) + C$

(B) $\sqrt{2} \sin^{-1}(\sin x - \cos x) + C$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(C) $\sqrt{2} \sin^{-1}(\sin x - \cos x) + C$

(D) $-\sqrt{2} \sin^{-1}(\sin x - \cos x) + C$

7.3 समाकल $I = \int (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx$. जहाँ $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, का मान है-

(A) $\sqrt{2} \sin^{-1}(\cos x - \sin x) + C$

(B) $\sqrt{2} \sin^{-1}(\sin x - \cos x) + C$

(C) $\sqrt{2} \sin^{-1}(\sin x - \cos x) + C$

(D) $-\sqrt{2} \sin^{-1}(\sin x - \cos x) + C$

.....
3-D (सत्य/असत्य कथन)

8. प्रत्येक समफलन का समाकलन विषमफल होता है।

9. $f(x) = \ln(\ln x) + (\ln x)^{-2}$ का समाकलन जिसका वक्र (e,e) से गुजरता है $x \ln(\ln x) - x (\ln x)^{-1}$ है

10. यदि $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^3}} dx = a \ln \left| \frac{\sqrt{1+x^3}-1}{\sqrt{1-x^3}+1} \right| + b$ तब a का मान 1/3 होगा।

11. x के सापेक्ष समाकलन $\frac{3x^4-1}{(x^4+x+1)^2} = \frac{x}{x^4+x+1} + c$ होगा।

12. समाकलन $\int \frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \cos x}} dx, \frac{-2}{\sqrt{\tan x}} + c$ के बराबर है।

.....
3-E (रिक्त स्थान की पूर्ति)

13. समाकलन $\int \frac{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x(x+1)} dx$ का मान है-

14. $\int \frac{d(x^2+1)}{\sqrt{(x^2+2)}}$ का मान है-

15. $\int \frac{1+x^4}{(1-x^4)^{3/2}} dx$ का मान है-

16. $\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} - \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx$ का मान है-

17. यदि $\int x^{13/2} \cdot (1+x^{5/2})^{1/2} dx = A(1+x^{5/2})^{7/2} + B(1+x^{5/2})^{5/2} + C(1+x^{5/2})^{3/2}$, तब $A=$ _____, $B=$ _____, $C=$ _____

Exercise - 4

4-A (पूर्ववर्ती JEE परीक्षा प्रश्न)

IIT-JEE-2008

1. माना $I = \int \frac{e^x}{e^{4x} + e^{2x} + 1} dx$, $J = \int \frac{e^{-x}}{e^{-4x} + e^{-2x} + 1} dx$. तब एक स्वेच्छ अचर (arbitrary constant) C के लिये J-I का मान निम्न है—

(A) $\frac{1}{2} \log \left(\frac{e^{4x} - e^{2x} + 1}{e^{4x} + e^{2x} + 1} \right) + C$

(B) $\frac{1}{2} \log \left(\frac{e^{2x} + e^x + 1}{e^{2x} - e^x + 1} \right) + C$

(C) $\frac{1}{2} \log \left(\frac{e^{2x} - e^x + 1}{e^{2x} + e^x + 1} \right) + C$

(D) $\frac{1}{2} \log \left(\frac{e^{4x} + e^{2x} + 1}{e^{4x} - e^{2x} + 1} \right) + C$

IIT-JEE-2007

2. माना $n \geq 2$ के लिये $f(x) = \frac{x}{(1+x^n)^{1/n}}$ तथा $g(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{f \text{ occurs } n \text{ times}}(x)$ तब $\int x^{n-2} g(x) dx$ का मान निम्न है—

(A) $\frac{1}{n(n-1)} (1+nx^n)^{\frac{1}{n}} + K$

(B) $\frac{1}{(n-1)} (1+nx^n)^{\frac{1}{n}} + K$

(C) $\frac{1}{n(n+1)} (1+nx^n)^{\frac{1}{n}} + K$

(D) $\frac{1}{(n-1)} (1+nx^n)^{\frac{1}{n}} + K$

3. माना कि $F(x)$, $\sin^2 x$ का अनिश्चित समाकल (indefinite integral) है—
 कथन-1: फलन (function) $F(x)$, सभी वास्तविक (reals) x के लिये $F(x+\pi) = F(x)$ को संतुष्ट करता है क्योंकि
 कथन-2: सभी वास्तविक (real) x के लिये $\sin^2(x+\pi) = \sin^2 x$
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2 कथन-1 की सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

IIT-JEE-2006

4. $\int \frac{x^2 - 1}{x^3 \sqrt{2x^4 - 2x^2 + 1}} dx$ का मान है—

(A) $\frac{\sqrt{2x^4 - 2x^2 + 1}}{x^2} + c$

(B) $\frac{\sqrt{2x^4 - 2x^2 + 1}}{x^3} + c$

(C) $\frac{\sqrt{2x^4 - 2x^2 + 1}}{x} + c$

(D) $\frac{\sqrt{2x^4 - 2x^2 + 1}}{2x^2} + c$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

5. किसी प्रकृत संख्या m के लिये

$$\int (x^{3m} + x^{2m} + x^m)(2x^{2m} + 3x^m + 6)^{1/m} dx, x > 0 \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

IIT-JEE-2001

6. $\int \sin^{-1} \left(\frac{2x+2}{\sqrt{4x^2+8x+13}} \right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

IIT-JEE-2000

7. यदि $f(x) = \int e^x(x-1)(x-2) dx$ हो तो f किस अंतराल में ह्रासमान है—

(A) $(-\infty, 2)$

(B) $(-2, -1)$

(C) $(1, 2)$

(D) $(2, +\infty)$

IIT-JEE-1999

8. $\int \frac{x^3 + 3x + 2}{(x^2 + 1)^2(x+1)} dx$ को समाकलित कीजिए।

IIT-JEE-1996

9. $\int \frac{(x+1)}{x(1+xe^x)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए

IIT-JEE-1995

10. समाकल $\int \frac{\cos^3 x + \cos^5 x}{\sin^2 x + \sin^4 x} dx$ का मान है—

(A) $\sin x - 6 \tan^{-1}(\sin x) + c$

(B) $\sin x - 2(\sin x)^{-1} + c$

(C) $\sin x - 2(\sin x)^{-1} - 6 \tan^{-1}(\sin x) + c$

(D) $\sin x - 2(\sin x)^{-1} + 5 \tan^{-1}(\sin x) + c$

IIT-JEE-1994

11. समाकल $\int \cos 2\theta \ln \left(\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} \right) d\theta$ का मान ज्ञात करो।

12. $\int \frac{dx}{\cos x + \sqrt{3} \sin x}$
- (A) $\frac{1}{2} \log \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12} \right) + C$ (B) $\frac{1}{2} \log \tan \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right) + C$
 (C) $\log \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12} \right) + C$ (D) $\log \tan \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right) + C$
13. $\int \left\{ \frac{(\log x - 1)}{1 + (\log x)^2} \right\}^2 dx$ का मान है—
- (A) $\frac{x}{(\log x)^2 + 1} + c$ (B) $\frac{xe^x}{1 + x^2} + c$ (C) $\frac{x}{x^2 + 1} + c$ (D) $\frac{\log x}{(\log x)^2 + 1} + c$
14. माना $f(x) = \frac{1 - \tan x}{4x - \pi}$, $x \neq \frac{\pi}{4}$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ यदि फलन $\left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ में सतत है तब $\int \left[\frac{\pi}{4} \right]$ होगा—
- (A) 1 (B) 1/2 (C) -1/2 (D) -1
15. यदि $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} dx = Ax + B \log \sin(x-a) + c$ तब (A, B) का मान होगा—
- (A) $(\sin \alpha, \cos \alpha)$ (B) $(\cos \alpha, \sin \alpha)$
 (C) $(-\sin \alpha, \cos \alpha)$ (D) $(-\cos \alpha, \sin \alpha)$
16. $\int \frac{dx}{\cos x - \sin x}$ का मान है
- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}} \log \left| \tan \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \right| + c$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}} \log \left| \cot \left(\frac{x}{2} \right) \right| + c$
 (C) $\frac{1}{\sqrt{2}} \log \left| \tan \left(\frac{x}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) \right| + c$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}} \log \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8} \right) \right| + c$
17. $\int \log 2x dx$ का मान है
- (A) $x \log 2x - x + c$ (B) $x^2 \log 2x - \frac{x}{2}$ (C) $x \log 2x - \frac{x}{2}$ (D) $x \log 2x - \frac{x^2}{2}$
18. यदि $\int \frac{\cos 4x + 1}{\cot x - \tan x} dx = k \cos 4x + c$, तब
- (A) $k = -1/2$ (B) $k = -1/8$ (C) $k = -1/4$ (D) इनमें से कोई नहीं
19. यदि $\int \frac{1}{x+x^5} dx = f(x) + C$, तब समाकलन $\int \frac{x^4}{x+x^5} dx$ का मान होगा—
- (A) $\log x - f(x) + C$ (B) $f(x) + \log x + C$ (C) $f(x) - \log x + C$ (D) इनमें से कोई नहीं

Answers

EXERCISE # 1- A

1. A 2. B 3. C 4. A 5. D 6. D 7. B
 8. C 9. C 10. A 11. D 12. A 13. C 14. B
 15. B 16. A 17. D 18. B 19. A 20. C 21. A
 22. C 23. C 24. B 25. C 26. ACD 27. CD
 28. BC

EXERCISE # 1- B

1. (i) $\frac{(2X+3)^6}{12} + c$ (ii) $-\frac{\cos 2x}{2} + c$
 (iii) $\frac{\tan(4x+5)}{4} + c$
 (iv) $\frac{1}{3} \ell n |\sec(3x+2) + \tan(3x+2)| + c$
 (v) $\frac{1}{2} \ell n |\sec(2x+1)| + c$
 (vi) $\frac{2^{2x+4}}{3 \ell n 2} + c$ (vii) $\frac{1}{2} \ell n |2x+1| + c$
 (viii) $\frac{e^{4x+5}}{4} + c$
 (ix) $\frac{2(x+1)^{3/2}}{3} + c$ (xi) $\sqrt{2x+1} + c$
2. (i) $-\frac{\cos 2x}{2} + \ell n |x+1|$
 (ii) $\frac{1}{3} \ell n |\sec(3x+1)| + \frac{1}{4} e^{4x+5} + c$
 (iii) $\frac{1}{2} \ell n |\sec(4x+5)| + c$
 (iv) $\frac{2}{3} (x+2)^{3/2} - 4(4+2)^{1/2} + c$
 (v) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + c$
 (vi) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + c$

(vii) $-\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x + c$

(viii) $\frac{1}{2} (e^{2x} - e^{-2x}) + 2x + c$

(ix) $\frac{1}{3} e^{3x} + e^{2x} + e^x + c$

(x) $\frac{2}{3} \left((x+3)^{3/2} + (x+2)^{3/2} \right)$

3. (i) $-\frac{1}{2} \cos x^2 + x$ (ii) $\frac{1}{2} \ell n |x^2 + 1| + c$

(iii) $\frac{1}{2} (\tan x)^2 + c$ (iv) $\ell n |e^x + x| + c$

(v) $\ell n |x + \cos x| + c$ (vi) $\frac{1}{2} \ell n |e^{2x} - 2|$

(vii) $\frac{1}{2} \ell n |x^2 + \sin 2x + 2x|$

(viii) $\ell n |\ell n (\sec x + \tan x)| + c$

(ix) $\frac{2}{15} (a^3 + x^3)^{5/2} - \frac{2a^3}{9} (a^3 + x^3)^{3/2} + c$

4. (i) $(\sin x)(1-x) + c$ (ii) $\frac{x^2}{2} \ell n x - \frac{x^2}{4} + c$

(iii) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \cos 2x + c$

(iv) $\frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} x$

(v) $x(\ell n x - 1) + c$

(vi) $\frac{\sec x \tan x}{2} + \frac{1}{2} \ell n |\sec x + \tan x| + c$

(vii) $(x^2 - 1)e^{x^2} + c$

(viii) $x \sin^{-1} \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \sqrt{x} + \sin^{-1} \sqrt{1-x}$

(ix) $x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ell n(1+x^2) - \frac{(\tan^{-1} x)^2}{2} + c$

(x) $\frac{e^x}{2} (\sin x - \cos x) + c$

(xi) $e^x \tan x$

5. (i) $\frac{x}{2}\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}\ell n|\sqrt{x^2+4}| + c$
 (ii) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x}{2}$ (iii) $\ell n|x+\sqrt{x^2-4}| + c$
 (iv) $\frac{1}{\sqrt{5}}\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{5}}$
 (v) $\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+5} + \frac{1}{2}\ell n + c$
 (vi) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{(x+1)}{2}\right) + c$
 (vii) $-\frac{(1-x-x^2)^{3/2}}{3} - \frac{3}{8}(2x+1)\sqrt{1-x-x^2},$
 $-\frac{15}{16}\sin^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{5}}\right) + c$
 (viii) $\ell n|x^2+3x+4| - \frac{4}{\sqrt{7}}\tan^{-1}\frac{2x+3}{\sqrt{7}} +$
 (ix) $-\frac{1}{5}\ell n\left|1+\frac{1}{x^5}\right| + c(x) - \frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{x^5}\right)^{45} + c$
 (xi) $\frac{(x^2-8)^{3/2}}{24x^3} + c$
 (xii) $x - \arctan x + \ell n_e \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + c$
6. (i) $\frac{2}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{\tan x/2}{\sqrt{3}}\right) + c$
 (ii) $\frac{2}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\tan\frac{x}{2}\right) + c$
 (iii) $\frac{10}{13}x - \frac{2}{3}\ell n|3\cos x + 2\sin x| + c$
 (iv) $\ell n\left|1+2\tan\frac{x}{2}\right| + c$
 (v) $\frac{1}{\sqrt{6}}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\tan x}{\sqrt{2}}\right) + c$
 (vi) $\ell n|1-\cot x| + c$
 (vii) $\tan x + \frac{1}{4}\sin 2x - \frac{3x}{2} + c$

7. (i) $\frac{1}{2\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{x^2-1}{\sqrt{3}x}\right) - \frac{1}{4}\ell n\left|\frac{x+\frac{1}{x}-1}{x+\frac{1}{x}+1}\right| + c$
 (ii) $\frac{1}{\sqrt{2}}\tan^{-1}\left(\frac{x^2-1}{\sqrt{2}x}\right) + c$

(iii) $-\frac{1}{2\sqrt{3}}\ell n\left|\frac{x+\frac{1}{x}-\sqrt{3}}{x+\frac{1}{x}+\sqrt{3}}\right| + c$

8. (i) $\ell n\left|\frac{\sqrt{x+2}-1}{\sqrt{x+2}+1}\right| + c$

(ii) $\frac{1}{4\sqrt{3}}\ell n\left|\frac{t-\sqrt{3}}{t+\sqrt{3}}\right| - \frac{1}{2}\tan^{-1}(t) + C$

(iii) $-\frac{1}{\sqrt{3}}\ell n\left(t-\frac{1}{3}\right) + \sqrt{\left(t-\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{9}} + c,$

where $t = \frac{1}{x+1}$

(iv) $-\tan^{-1}\sqrt{\frac{x^2+2}{x^2}} + c$

9. (i) $\ell n\left|\frac{x+1}{x+2}\right| + c$

(ii) $\frac{1}{10}\ell n|x+3| - \frac{1}{20}\ell n|x^2+1| + \frac{3}{10}\tan^{-1}x + c$

(iii) $-\ell n|x+1| - \frac{1}{(x+1)} + \ell n|x+2| + c$

(iv) $\frac{1}{2}\ell n|x+1| - \ell n|x+2| + \frac{1}{2}\ell n|x+3| + c$

EXERCISE # 2-A

1. B. 2. B 3. C 4. D 5. C 6. D 7. A
 8. C 9. A 10. B 11. A 12. B 13. C 14. A
 15. C 16. B 17. A 18. AB 19. BCD

20. ABCD 21. ABD 22. BD 23. ACD
 24. ABCD

13. $\frac{(4+x)^{3/2} \cdot (x^2-6)}{120x^5} + c$

14. $\ln(xe^{\sin x}) - \frac{1}{2} \ln(1-x^2e^{2\sin x}) + c$

EXERCISE # 2-B

- $\frac{1}{128} \left[3x - \sin 4x + \frac{1}{8} \cdot \sin 8x \right] + c$
- $\frac{1}{\cos(A-B)} \ln \left| \frac{\sin(x-a)}{\cos(x-b)} \right| + c$
- $(x+1) + 2\sqrt{x+1} - \ln|x+2| - 2 \tan^{-1} \sqrt{x+1} + c$
- $\frac{2}{3} \sin^{-1} \left(\frac{x^{3/2}}{a^{3/2}} \right) + c$
- $\frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left(\frac{x^2}{a^2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{a^4 - x^4} + c$
- $\frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left(\frac{x^2-1}{x\sqrt{3}} \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}} \right) + c$
- $\arcsin x - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}} + c$
- $\left[-\ln(\sec x) - \frac{1}{2} \ln(\sec 2x) + \frac{1}{3} \ln(\sec 3x) \right] + c$
- $2 \ln |\sin^2 \phi - 4 \sin \phi| + 5| + 7 \tan^{-1}(\sin \phi - 2) + c$
- $(a+x) \arctan \sqrt{\frac{x}{a}} - \sqrt{ax} + c$
- $\frac{1}{2\sqrt{2}} \tan^{-1}(\sqrt{2} \tan x) + \frac{1}{2} \tan x + c$
- $e^{\sin x} (x - \sec x) + c$

EXERCISE # 3

- (A) → (p), (B) → (p), (C) → (r), (D) → (s)
- (A) → (p,q,r), (B) → (q), (C) → (r), (D) → (r,s)
- C 4. A 5. A 6.1 A 6.2 A 6.3 B 7.1 A
 7.2 B 7.3 A 8. True 9. False 10. True
- False 12. True 13. $-\frac{1}{2} \left(\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right)^2 + c$
- $2\sqrt{x^2-2} + c$ 15. $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2} - x^2}} + c$
- $-2\sqrt{a^2 - x^2} + C$
- $A = \frac{4}{35}, B = -\frac{8}{25}, C = \frac{4}{15}$

EXERCISE # 4

- C 2. A 3. D 4. D
- $\frac{z^{m+1}}{6(m+1)} + c$, where $z = 2x^{3m} + 3x^{2m} + 6x^m$
- $\frac{3}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x) + \frac{1}{4} \ln(1+x^2) + \frac{x}{1+x^2} + c$
- C
- $\frac{3}{2} \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x) + \frac{1}{4} \ln(1+x^2) + \frac{x}{1+x^2} + c$
- $\left[-\ln \left(\frac{1+xe^x}{xe^x} \right) - \frac{1}{1+xe^x} + C \right]$
- C

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

11. $\frac{\sin 2\theta}{2} \ln\left(\frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta}\right) - \frac{1}{2} \ln \sec 2\theta + c$

12. A 13. A 14. C 15. B 16. D 17. D 18. B
19. A

MQB

EXERCISE # 1 (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. $\frac{3x^4 - 1}{(x^4 + x + 1)^2}$ का x के सापेक्ष समाकलन होगा-

(A) $\frac{x}{x^4 + x + 1} + c$

(B) $-\frac{x}{x^4 + x + 1} + c$

(C) $\frac{x+1}{x^4 + x + 1} + c$

(D) $-\frac{x+1}{x^4 + x + 1} + c$

2. यदि $\int \frac{x^4 + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx = A \ln|x| + \frac{B}{1+x^2} + c$, जहाँ c समाकलन स्थिरांक है तब-

(A) $A = 1; B = -1$

(B) $A = -1; B = 1$

(C) $A = 1; B = 1$

(D) $A = -1; B = -1$

3. $\int x \cdot \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx$ का मान है-

(A) $\sqrt{1+x^2} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - x + c$

(B) $\frac{x}{2} \cdot \ln^2(x + \sqrt{1+x^2}) - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + c$

(C) $\frac{x}{2} \cdot \ln^2(x + \sqrt{1+x^2}) + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + c$

(D) $\sqrt{1+x^2} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + x + c$

4. यदि $\int \frac{1}{x\sqrt{1+x^3}} dx = a \ln \left| \frac{\sqrt{1-x^3}-1}{1-x^3+1} \right| + b$, तो $a =$

(A) $1/3$

(B) $2/3$

(C) $-1/3$

(D) $-2/3$

5. यदि $y = \int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}}$ तथा $y = 0$ जब $x = 0$, तो $x = 1$ के लिये y का मान होगा-

(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(B) $\sqrt{2}$

(C) $3\sqrt{2}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

6. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x} dx$ का मान है—

- (A) $\ln|\sin x| + \sin x + c$ (B) $\ln|\sin x| - \sin x + c$
 (C) $-\ln|\sin x| - \sin x + c$ (D) $-\ln|\sin x| + \sin x + c$

7. $\int \frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \cos x}} dx$ का मान है—

- (A) $\frac{-2}{\sqrt{\tan x}} + c$ (B) $2\sqrt{\tan x} + c$ (C) $\frac{2}{\sqrt{\tan x}} + c$ (D) $-2\sqrt{\tan x} - c$

8. $\int \frac{x^3 - 1}{x^3 + x} dx$ का मान है—

- (A) $x - \ln x + \ln(x^2 + 1) - \tan^{-1} x + c$ (B) $x - \ln x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) - \tan^{-1} x + c$
 (C) $x + \ln x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \tan^{-1} x + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

9. $\int \frac{\ln|x|}{x\sqrt{1 + \ln|x|}} dx$ का मान है—

- (A) $\frac{2}{3} \sqrt{1 + \ln|x|} (\ln|x| - 2) + c$ (B) $\frac{2}{3} \sqrt{1 + \ln|x|} (\ln|x| + 2) + c$
 (C) $\frac{1}{3} \sqrt{1 + \ln|x|} (\ln|x| - 2) + c$ (D) $2\sqrt{1 + \ln|x|} (3\ln|x| - 2) + c$

10. यदि $\int \frac{x \tan^{-1} x}{\sqrt{1+x^2}} dx = \sqrt{1+x^2} f(x) + A \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$, तब

- (A) $f(x) = \tan^{-1} x, A = -1$ (B) $f(x) = \tan^{-1} x, A = 1$
 (C) $f(x) = 2 \tan^{-1} x, A = -1$ (D) $f(x) = 2 \tan^{-1} x, A = 1$

11. $\int \frac{\sin^8 x - \cos^8 x}{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x} dx$ का मान है—

- (A) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$ (B) $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$ (C) $-\frac{1}{2} \sin x + c$ (D) $-\sin^2 x + c$

12. $\int \{1 + 2 \tan x (\tan x + \sec x)\}^{1/2} dx$ का मान है—

- (A) $\ln \sec x (\sec x - \tan x) + c$ (B) $\ln \operatorname{cosec} x (\sec x - \tan x) + c$
 (C) $\ln \sec x (\sec x + \tan x) + c$ (D) $\ln (\sec x + \tan x) + c$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

13. $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{(1+x^2)^3}}$ का मान है-

(A) $\frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt{1+x^2}) + c$

(B) $2\sqrt{1+\sqrt{1+x^2}} + c$

(C) $2(1 + \sqrt{1+x^2}) + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

14. $\int \frac{1+x^4}{(1-x^4)^{3/2}} dx$ का मान है-

(A) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - \frac{1}{x^2}}} + c$

(B) $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2} - x^2}} + c$

(C) $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2} + x^2}} + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

15. यदि $\int \frac{\sqrt{\cos^3 x}}{\sin^{11} x} dx = -2 \left(A \tan^{-9} x + B \tan^{-5} x \right) + C$, तब

(A) $A = \frac{1}{9}, B = \frac{-1}{5}$

(B) $A = \frac{1}{9}, B = \frac{1}{5}$

(C) $A = -\frac{1}{9}, B = \frac{1}{5}$

(D) इनमें से कोई नहीं

16. $\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} - \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx$ का मान है-

(A) $-2\sqrt{a^2 - x^2} + C$

(B) $\sqrt{a^2 - x^2} + C$

(C) $-\sqrt{x^2 - a^2} + C$

(D) इनमें से कोई नहीं

17. $\int \tan(x - \alpha) \tan(x + \alpha) \tan 2x dx$ का मान है-

(A) $\ln \left[\frac{\sqrt{\sec 2x} \cdot \sec(x - \alpha)}{\sec(x - \alpha)} \right] + C$

(B) $\ln \left[\frac{\sqrt{\sec 2x}}{\sec(x - \alpha) \sec(x + \alpha)} \right] + C$

(C) $\ln \left[\frac{\sqrt{\sec 2x} \cdot \sec(x + \alpha)}{\sec(x + \alpha)} \right] + C$

(D) इनमें से कोई नहीं

18. यदि $\int x^{13/2} \cdot (1+x^{5/2})^{1/2} dx = A(1+x^{5/2})^{7/2} + B(1+x^{5/2})^{5/2} + C(1+x^{5/2})^{3/2}$ तब

(A) $A = -\frac{4}{35}, B = -\frac{8}{25}, C = \frac{4}{15}$

(B) $A = \frac{4}{35}, B = -\frac{8}{25}, C = -\frac{4}{15}$

(C) $A = \frac{4}{35}, B = -\frac{8}{25}, C = \frac{4}{15}$

(D) इनमें से कोई नहीं

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

19. $2 \int \sin x \cdot \operatorname{cosec} 4x \, dx$ का मान है—

(A) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{1+\sqrt{2} \sin x}{1-\sqrt{2} \sin x} - \frac{1}{4} \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x} + C$

(B) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{1+\sqrt{2} \sin x}{1-\sqrt{2} \sin x} + \frac{1}{4} \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x} + C$

(C) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{1-\sqrt{2} \sin x}{1+\sqrt{2} \sin x} - \frac{1}{4} \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x} + C$

(D) इनमें से कोई नहीं

20. $\int \frac{\tan^{-1} x - \cot^{-1} x}{\tan^{-1} x + \cot^{-1} x} \, dx$ का मान है—

(A) $\frac{4}{\pi} x \tan^{-1} x + \frac{2}{\pi} \ln(1+x^2) - x + c$

(B) $\frac{4}{\pi} x \tan^{-1} x - \frac{2}{\pi} \ln(1+x^2) + x + c$

(C) $\frac{4}{\pi} x \tan^{-1} x + \frac{2}{\pi} \ln(1+x^2) + x + c$

(D) $\frac{4}{\pi} x \tan^{-1} x - \frac{2}{\pi} \ln(1+x^2) - x + c$

21. यदि $\int \frac{3 \cot 3x - \cot x}{\tan x - 3 \tan 3x} \, dx = pf(x) + qg(x) + c$ जहाँ 'c' एक समाकलन स्थिरांक है तब

(A) $p = 1; q = \frac{1}{\sqrt{3}}; f(x) = x; g(x) = \ln \left| \frac{\sqrt{3} - \tan x}{\sqrt{3} + \tan x} \right|$

(B) $p = 1; q = -\frac{1}{\sqrt{3}}; f(x) = x; g(x) = \ln \left| \frac{\sqrt{3} - \tan x}{\sqrt{3} + \tan x} \right|$

(C) $p = 1; q = -\frac{2}{\sqrt{3}}; f(x) = x; g(x) = \ln \left| \frac{\sqrt{3} + \tan x}{\sqrt{3} - \tan x} \right|$

(D) $p = 1; q = -\frac{1}{\sqrt{3}}; f(x) = x; g(x) = \ln \left| \frac{\sqrt{3} + \tan x}{\sqrt{3} - \tan x} \right|$

एक से अधिक विकल्प सही

22. यदि $\int \frac{(x+1)x}{x^2 \sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} + c$ तब

(A) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$

(B) $g(x) = x + 1$

(C) $g(x) = x$

(D) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 2x}$

23. $\int \frac{\ln(x+1) - \ln x}{x(x+1)} \, dx$ का मान है—

(A) $-\frac{1}{2} [\ln(x+1)]^2 - \frac{1}{2} (\ln x)^2 + \ln(x+1) \ln x + c$

(B) $-[\{\ln(x+1)\}^2 - (\ln x)^2] + \ln(x+1) \cdot \ln x + c$

(C) $-\frac{1}{2} [\ln(1+1/x)]^2 + c$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(D) इनमें से कोई नहीं

EXERCISE # 2 (विषयात्मक प्रश्न)

निम्नलिखित समाकलनों के मान ज्ञात कीजिए—

1. $\int \frac{(x+1)^2}{x^4 + x^2 + 1} dx$

2. $\int \cos 2x \ln(1 + \tan x) dx$

3. $\int \frac{x \ln x}{(x^2 - 1)^{3/2}} dx$

4. $\int \frac{\cos 5x + \cos 4x}{1 - 2 \cos 3x} dx$

5. $\int \frac{1 + \cos \alpha \cos x}{\cos \alpha + \cos x} dx$

6. $\int \frac{dx}{(x - \alpha) \sqrt{(x - \alpha)(x - \beta)}}$

7. $\int \cos x \cdot e^x \cdot x^2 dx$

8. $\int \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 2}} dx$

9. $\int \frac{dx}{(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) \sqrt{x^2 + 2x - 3}}$

10. $\int e^x \frac{x^3 - x + 2}{(x^2 + 1)} dx$

11. $\int \frac{x^2}{(x \sin x + \cos x)^2} dx$

12. $\int \frac{(\cos 2x - 3)}{\cos^4 x \sqrt{4 - \cot^2 x}} dx$

13. $\int \sin 4x \cdot e^{\tan^2 x} dx$

14. $\int \left[\frac{\sqrt{x^2 + 1} \{ \ln(x^2 + 1) - 2 \ln x \}}{x^4} \right] dx$

15. $\int \frac{dx}{(x + b \cos x)^2}, (a > b)$

16. $\int \sqrt{\frac{\operatorname{cosec} x - \cot x}{\operatorname{cosec} x + \cot x}} \cdot \frac{\sec x}{\sqrt{1 + 2 \sec x}} dx$

17. $\int \frac{\ln(\cos x + \sqrt{\cos 2x})}{\sin^2 x} dx$

18. $\int \frac{x}{(7x - 10 - x^2)^{3/2}} dx$

19. $\int \frac{\sqrt{2 - x - x^2}}{x^2} dx$

20. $\int \tan^{-1} x \cdot \ln(1 + x^2) dx.$

21. $\int \frac{x \ln x}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}} dx$

22. $\int e^x \frac{1 + nx^{n-1} - x^{2n}}{(1 + x^n) \sqrt{1 - x^{2n}}} dx$

23. $\int \frac{a + b \sin x}{(b + a \sin x)^2} dx$

24. $\int \frac{x \cos \alpha + 1}{(x^2 + 2x \cos \alpha + 1)^{3/2}} dx = \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} + c$ तो $f(x)$ तथा $g(x)$ के मान ज्ञात कीजिए।

25. $\int \frac{\ln(1 + \sin^2 x)}{\cos^2 x} dx.$

Answers

EXERCISE # 1

1. B. 2. C. 3. A. 4. A 5. D 6. B 7. A
 8. B 9. A 10. A 11. B 12. C 13. B 14. B
 15. B 16. A 17. B 18. C 19. A 20. D
 21. AD 22. AC 23. AC

EXERCISE # 2

$$1. \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left(\frac{x^2-1}{x\sqrt{3}} \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}} \right) + C$$

$$2. \frac{1}{2} [\sin 2x \cdot \ln(1 + \tan x) - x + \ln(\sin x + \cos x)] + c$$

$$3. \operatorname{arc} \sec x - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}} + c$$

$$4. - \left(\sin x + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c$$

$$5. x \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \ln \left\{ \frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha - x)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + x)} \right\} + c$$

$$6. \frac{-2}{\alpha - \beta} \sqrt{\frac{x - \beta}{x - \alpha}} + c$$

$$7. \frac{1}{2} e^x [(x^2 - 1) \cos x + (x - 1)^2 \cdot \sin x] + c$$

$$8. \frac{1}{3} \left(x + \sqrt{x^2 + 2} \right)^{3/2} - \frac{2}{\left(x + \sqrt{x^2 + 2} \right)^{1/2}} + c$$

$$9. \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{8(x+1)^2} + \frac{1}{16} \cdot \cos^{-1} \left(\frac{2}{x+1} \right) + c$$

$$10. e^x \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right) + c$$

$$11. \frac{\sin x - x \cos x}{x \sin x + \cos x} + c$$

$$12. \frac{1}{2} \tan x \cdot (2 + \tan^2 x) \cdot \sqrt{4 - \cot^2 x}$$

$$13. -2 \cos^4 x \cdot e^{\tan^2 x} + c$$

$$14. \frac{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}{9x^3} \cdot \left[2 - 3 \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \right]$$

$$15. - \frac{b \sin x}{(a^2 - b^2)(a + b \cos x)} + \frac{2a}{(a^2 - b^2)^{3/2}}$$

$$\tan^{-1} \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{x}{2} + C$$

$$16. \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \sec^2 \frac{x}{2} \right) + c$$

$$17. \frac{\sqrt{\cos 2x}}{\sin x} - x - \cot x \cdot \ln \left(e(\cos x + \sqrt{\cos 2x}) \right) + c$$

$$18. \frac{2(7x - 20)}{9\sqrt{7x - 10 - x^2} + x}$$

$$19. - \frac{\sqrt{2-x-x^2}}{x} + \frac{\sqrt{2}}{4} \ln \left(\frac{4-x+2\sqrt{2}\sqrt{2-x-x^2}}{x} \right)$$

$$- \sin^{-1} \left(\frac{2x+1}{3} \right) + c$$

$$20. x \tan^{-1} x \cdot \ln(1+x^2) + (\tan^{-1} x)^2 - 2x \tan^{-1} x + \ln(1+x^2) - \left(\ln \sqrt{1+x^2} \right)^2 + c$$

$$21. - \left[\frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}} + \sin^{-1} \frac{1}{x} + c \right]$$

$$22. e^x \sqrt{\frac{1+x^n}{1-x^n}} + c$$

$$23. - \frac{\cos x}{b + a \sin x} + c$$

$$24. x; x^2 + 2x \cos \alpha + 1$$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

25. $\tan x \ln(1 + \sin^2 x) - 2x + \sqrt{2} \tan^{-1}(\sqrt{2} \cdot \tan x) + c.$

**for 39 Yrs. Que. of IIT-JEE
&
15 Yrs. Que. of AIEEE
we have distributed already a book**