

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,
 विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।
 पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,
 'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मानव धर्म प्रणेता

सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

निश्चित समाकलन (Definite integration)

.....
 God does not care about our mathematical difficulties. He integrates empirically.....Einstein, Albert

न्यूटन – लैबनीज सूत्र (Newton-Lebnitz formula)

$$\text{माना } \frac{d}{dx}(F(x) = f(x)) \forall x \in (a, b) \int_a^b f(x) dx = \lim_{x \rightarrow b^-} F(x) - \lim_{x \rightarrow a^+} F(x)$$

नोट: 1. यदि $a > b$ तब $\int_a^b f(x) dx = \lim_{x \rightarrow b^+} F(x) - \lim_{x \rightarrow a^-} F(x)$

2. यदि $F(x)$ a और b पर सतत है, तब $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

प्रगुण (1) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$

अतः निश्चित समाकलन समाकलन चर से स्वतंत्र होता है

प्रगुण (2) $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

प्रगुण (3) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ जहाँ अंतराल $[a, b]$ के अन्दर या बाहर हो सकता है

प्रगुण (4) $\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a (f(x) + f(-x)) dx$

$$= \int_0^a f(x) dx \text{ यदि } f(-x) = f(x) \text{ अर्थात् } f(x) \text{ एक सम है}$$

= 0 यदि $f(-x) = f(x)$ अर्थात् $f(x)$ एक विषम है

प्रगुण (5)
$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$$

और
$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$$

प्रगुण (6)
$$\int_0^{2a} f(x) + f(2a-x) dx$$

$$2 \int_0^a f(x) dx$$
 यदि $f(2a-x) = f(x)$
 = 0 यदि $f(2a-x) = -f(x)$

प्रगुण (7) यदि $f(x)$ आवर्त T के साथ आवर्ती है तब

(i)
$$\int_0^{nt} f(x) dx = n \int_0^T f(x) dx, n \in \mathbb{Z}$$

(ii)
$$\int_a^{a+nT} f(x) dx = n \int_0^T f(x) dx, n \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{R}$$

(iii)
$$\int_{mT}^{nT} f(x) dx = (n-m) \int_0^T f(x) dx, m, n \in \mathbb{Z}$$

(iv)
$$\int_{nT}^{a+nT} f(x) dx = \int_0^a f(x) dx, n \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{R}$$

(v)
$$\int_{a+nT}^{b+nT} f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, n \in \mathbb{Z}, a, b \in \mathbb{R}$$

प्रगुण (8) यदि $\Psi(x) \leq f(x) \leq \phi(x)$ for $a \leq x \leq b$ तब

$$\int_a^b \Psi(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b \phi(x) dx$$

प्रगुण (9) यदि $m \leq f(x) \leq M, a \leq x \leq b$ के लिए, तो $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

और यदि $f(x)$ अंतराल (a, b) में एक द्विष्ट हासमान है तब $\int_a^b f(x) dx < f(a)(b-a)$ और यदि $f(x)$

अंतराल (a, b) में एक द्विष्ट वर्द्धमान है तब $f(a)(b-a) < \int_a^b f(x) dx < f(b)(b-a)$

प्रगुण (10) $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$

प्रगुण (11) यदि $f(x) \geq 0$ में $[a, b]$ तो $\int_a^b f(x) dx \geq 0$

लैबनीज प्रमेय (Leibnitz Theorem) : यदि $F(x) = \int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt$, तब

$$\frac{dF(x)}{dx} = h'(x)f(h(x)) - g'(x)f(g(x))$$

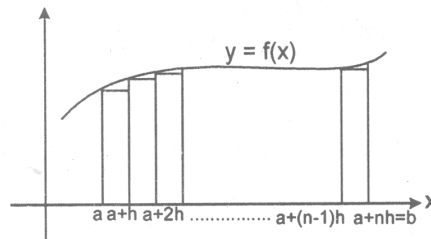
Proof : माना $P(t) = \int f(t) dt$

$$\Rightarrow F(x) = \int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt = P(h(x)) - P(g(x))$$

$$\Rightarrow \frac{dF(x)}{dx} = P'(h(x))h'(x) - P'(g(x))g'(x) \\ = f(h(x))h'(x) - f(g(x))g'(x)$$

निश्चित समाकलन योग सीमा के रूप में (Definite Integral as a Limit of Sum):

माना $f(x)$ बंद अंतराल $[a, b]$ पर परिभाषित सत्त और वास्तविक मान फलन है जो n भागों में विभाजित है जैसा चित्र में दर्शाया गया है



x अक्ष पर विभाजक बिन्दु $a, a+h, a+2h, \dots, a+(n-1)h, a+nh$ जहाँ $\frac{b-a}{n} = h$

मन S_n इन n आयतों के क्षेत्रफल के योग को दर्शाता है ।

तब $S_n = hf(a) + hf(a+h) + hf(a+2h) + \dots + hf(a+(n-1)h)$

स्पष्टतः S_n क्षेत्रफल वक्र $y=f(x)$ के x अक्ष और कोटि $x=a, x=b$ के मध्य घिरे क्षेत्रफल के काफी समीप है ।

$$\text{मना } \int_a^b f(x) dx = Lt S_n$$

$$\int_a^b f(x) dx = Lt \sum_{r=0}^{n-1} hf(a+rh) = Lt \sum_{r=0}^{n-1} \left(\frac{b-a}{n} \right) f \left(a + \frac{(b-a)r}{n} \right)$$

नोट :

1. हम यह भी लिख सकते हैं।

$$S_n = hf(a+h) + hf(a+2h) + \dots + hf(a+nh) \text{ और } \int_a^b f(x) dx = Lt \sum_{r=1}^n \left(\frac{b-a}{n} \right) f \left(a + \left(\frac{b-a}{n} \right) r \right)$$

2. यदि $a=0, b=1, \int_0^1 f(x) dx = Lt \sum_{r=0}^{n-1} \frac{1}{n} f \left(\frac{r}{n} \right)$

योग सीमा को निश्चित समाकलन के रूप में व्यक्त करने के चरण:
 (Steps to express the limit of sum as definite integral)

चरण 1. प्रतिस्थान $\frac{r}{n}, x$ के द्वारा $\frac{1}{n}, dx$ के द्वारा और $Lt \sum, \int$ के द्वारा

चरण 2. $Lt \left(\frac{r}{n} \right)$ का मान एक निम्न व उच्च मानों को रखकर निम्न सीमा व उच्च सीमा के रूप में करो।

$$\text{उदाहरण के लिए } Lt \sum_{r=1}^{pn} \frac{1}{n} f \left(\frac{r}{n} \right) = \int_0^p f(x) dx \quad \left(\because Lt \left(\frac{r}{n} \right) \Big|_{r=1} = 0, Lt \left(\frac{r}{n} \right) \Big|_{r=np} = p \right)$$

निश्चित समाकलनों के लिए समानयन सूत्र (Reduction Formulae in Definite Integrals)

1. यदि $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$, तब सिद्ध करो $I_n = \left(\frac{n-1}{n} \right) I_{n-2}$

$$\text{Pr oof: } I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx,$$

$$I_n = [-\sin^{n-1} x \cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (n-1) \sin^{n-2} x \cdot \cos^2 x dx$$

$$= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x \cdot (1 - \sin^2 x) dx$$

$$= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x dx - (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$$

$$I_n + (n+1)I_n = (n-1)I_{n-2}$$

$$I_n = \left(\frac{n-1}{n}\right) I_{n-2}$$

नोट : 1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$

2. $I_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{n-3}{n-2}\right)\left(\frac{n-5}{n-4}\right)\dots I_0 \text{ or } I_1$

n सम और विषम अनुसार $I_0 = \frac{\pi}{2}, I_1 = 1$

अर्थात् $I_1 = \begin{cases} \left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{n-3}{n-2}\right)\left(\frac{n-5}{n-4}\right)\dots\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\pi}{2} & \text{यदि } n \text{ सम है} \\ \left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{n-3}{n-2}\right)\left(\frac{n-5}{n-4}\right)\dots\left(\frac{2}{3}\right) \cdot 1 & \text{यदि } n \text{ विषम है} \end{cases}$

2. यदि $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$, तब दिखाइये $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

हल $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan)^{n-2} \cdot \tan^2 x dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{n-2} (\sec^2 x - 1) dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan)^{n-2} \sec^2 x dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{n-2} dx$$

$$= \left[\frac{(\tan x)^{n-1}}{n-1} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} - I_{n-2}$$

$$I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}$$

$$\therefore I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$$

3. यदि $I_{m,n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cdot \cos^n x \, dx$ तब दिखाइये $I_{m,n} = \frac{m-1}{m+n} I_{m-2,n}$

हल. $I_{m,n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-1} x (\sin x \cos^n x) \, dx$

$$= \left[-\frac{\sin^{m-1} x \cdot \cos^{n+1} x}{n+1} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n+1}}{n+1} (m-1) \sin^{m-2} x \cos x \, dx$$

$$= \left(\frac{m-1}{n+1} \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{m-2} x \cdot \cos^n x \cdot \cos^2 x) \, dx$$

$$= \left(\frac{m-1}{n+1} \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{m-2} x \cdot \cos^n x - \sin^m x \cdot \cos^n x) \, dx$$

$$= \left(\frac{m-1}{n+1} \right) I_{m-2,n} - \left(\frac{m-1}{n+1} \right) I_{m,n}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{m-1}{n+1} \right) I_{m,n} = \left(\frac{m-1}{n+1} \right) I_{m-2,n}$$

$$I_{m,n} = \left(\frac{m-1}{m+n} \right) I_{m-2,n}$$

नोट: 1. $I_{m,n} = \left(\frac{m-1}{m+n} \right) \left(\frac{m-3}{m+n-2} \right) \left(\frac{m-5}{m+n-4} \right) \dots \dots I_{0,n}$ or $I_{1,n}$ m के सम और विषमक के अनुसार

$$I_{0,n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx \text{ and } I_{1,n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^n x \, dx = \frac{1}{n+1}$$

2. वाली सूत्र (Walli Formuls)

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

$$I_{m,n} = \begin{cases} \frac{(n-1)(n-3)(m-5)\dots(n-1)(n-3)(n-5)\dots \pi}{(m+n)(m+n+2)(m+n-4)\dots} \frac{\pi}{2} & \text{जब } m \text{ और } n \text{ दोनों सम हैं} \\ \frac{(m-1)(m-3)(m-5)\dots(n-1)(n-3)(n-5)\dots}{(m+n)(m+n-2)(m+n-4)} & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

Exercise - 1

1- A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. यदि $\sum_1^x \frac{dt}{t|\sqrt{t^2-1}} = \frac{\pi}{6}$ तब x बराबर हो सकता है -
 (A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं
2. समाकलन $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x \cos \alpha + 1}$ जहाँ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ का मान बराबर है
 (A) $\sin \alpha$ (B) $\alpha \sin \alpha$ (C) $\frac{\alpha}{2 \sin \alpha}$ (D) $\frac{\alpha}{2} \sin \alpha$
3. यदि $f(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ x-1 & x \geq 1 \end{cases}$ तब $\int_0^2 x^2 f(x) dx$ बराबर है
 (A) 1 (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{5}{2}$
4. माना प्रत्येक पूर्णांक n के लिए, $\int_n^{n+1} f(x) dx = n^2$ तब $\int_{-2}^4 f(x) dx$ का मान है।
 (A) 16 (B) 14 (C) 19 (D) 21
5. $\int_0^\pi |1 + 2 \cos x| dx$ बराबर है
 (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) π (C) 2 (D) $\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3}$
6. $\int_{-1}^3 (|x-2| + [x]) dx$ का मान है जहाँ $[x]$ x से छोटा या बराबर महत्तमपूर्णांक को प्रदर्शित करता है
 (A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 3
7. माना $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R$ सतत फलन है। तब समाकल $\int_{\ell\lambda}^{m/\lambda} \frac{f\left(\frac{x^2}{4}\right)[f(x) - f(-x)]}{g\left(\frac{x^2}{4}\right)[g(x) + g(-x)]} dx$ का मान है।
 (A) λ पर निर्भर (B) एक अशून्य अचर (C) शून्य (D) इनमें से कोई नहीं

8. यदि $\int_{-1}^{3/2} |x \sin \pi x| dx = \frac{k}{\pi^2}$, तब k का मान बराबर है।
 (A) $3\pi + 1$ (B) $2\pi + 1$ (C) 1 (D) 4
9. यदि $\frac{d}{dx} f(x) = g(x), a \leq x \leq b$ के लिए, तब $\int_a^b f(x)g(x)dx$ बराबर है—
 (A) $f(b) - f(a)$ (B) $g(b) - g(a)$ (C) $\frac{[f(b)]^2 - [f(a)]^2}{2}$ (D) $\frac{[g(b)]^2 - [g(a)]^2}{2}$
10. $\int_0^{\pi/4} \frac{x \cdot \sin x}{\cos^3 x} dx$ बराबर है।
 (A) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ (B) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) कोई नहीं
11. यदि $f(0) = 1, f(2) = (3), f'(2) = 5$ तथा $f'(0)$ सीमित है, तब $\int_0^1 x \cdot f''(2x) dx$ बराबर है।
 (A) zero (B) 1 (C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं.
12. $\int_{\log \pi - \log 2}^{\log \pi} \frac{e^x}{1 - \cos\left(\frac{2}{3}e^x\right)} dx$ बराबर है
 (A) $\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{3}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (D) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
13. यदि $I_1 = \int_e^{e^2} \frac{dx}{\ln x}$ और $I_2 = \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$, तब
 (A) $I_1 = I_2$ (B) $2I_1 = I_2$ (C) $I_1 = 2I_2$ (D) इनमें से कोई नहीं.
14. $\int_{2-\log 3}^{3+\log 3} \frac{\log(4+x)}{\log(4+x) + \log(9-x)} dx$
 (A) गणना नहीं की जा सकती (B) $\frac{5}{2}$ के बराबर है (C) $1 + 2\log 3$ के बराबर है (D) $\frac{1}{2} + \log 3$ के बराबर है
15. $\int_0^{\pi/2} \log|\tan x + \cot x| dx$ का मान है।
 (A) $\pi \log 2$ (B) $-\pi \log 2$ (C) $\frac{0}{2} \log 2$ (D) $-\frac{\pi}{2} \log 2$

16. माना $I_1 = \int_0^{3\pi} f(\cos^2 x) dx$, $I_2 = \int_0^{2\pi} f(\cos^2 x) dx$ और $I_3 = \int_0^{\pi} f(\cos^2 x) dx$, तब
 (A) $I_1 + 2I_3 + 3I_2$ (B) $I_1 - 2I_2 + I_3$ (C) $I_2 - I_3 + I_1$ (D) $I_1 = 2I_3$

17. यदि $f(x) = \int_0^x (2 \cos^2 3t + 3 \sin^2 3t) dt$, $f(x + \pi)$ बराबर है
 (A) $f(x) + f(\pi)$ (B) $f(x) + 2f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (C) $f(x) + 4f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

18. यदि $\int_0^1 \frac{11^x}{11^{[x]}} dx = \frac{k}{\log 11}$ (जहाँ $[\]$ महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है) तब k का मान है
 (A) 11 (B) 101 (C) 110 (D) इनमें से कोई नहीं

19.
$$+ \frac{\int_a^{x+h} \ln^2 t dt - \int_a^x \ln^2 t dt}{h}$$
 बराबर है
 (A) 0 (B) \ln^2 (C) $\frac{2 \ln x}{x}$ (D) विद्यमान नहीं है।

20. फलन $f(x) = 1 + x + \int_1^x (\ln t) dt$ का मान है, जहाँ $f'(x)$ शून्य है
 (A) e^{-1} (B) 0 (C) $2e^{-1}$ (D) $1 + 2e^{-1}$

21. यदि $\int_a^y \cos t^2 dt = \int_a^x \frac{\sin t}{t} dt$, तब $\frac{dy}{dx}$ का मान है
 (A) $\frac{2 \sin^2 x}{x \cos^2 y}$ (B) $\frac{2 \sin x^2}{x \cos y^2}$ (C) $\frac{2 \sin x^2}{x \left(1 - 2 \sin \frac{y^2}{2}\right)}$ (D) इनमें से कोई नहीं

22. $\lim_{h \rightarrow 0} \sum_{r=1}^n \left(\frac{r^3}{r^4 + n^4} \right)$ बराबर है
 (A) $\log 2$ (B) $\frac{1}{2} \log 2$ (C) $\frac{1}{3} \log 2$ (D) $\frac{1}{4} \log 2$

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=2n+1}^{3n} \frac{n}{r^2 - n^2}$ का मान है
 (A) $\log \sqrt{\frac{2}{3}}$ (B) $\log \sqrt{\frac{3}{2}}$ (C) $\log \frac{2}{3}$ (D) $\log \frac{3}{2}$

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2}\right) \dots \left(1 + \frac{n^2}{n^2}\right) \right]$ का मान है
 (A) $\frac{e^{\pi/2}}{2e^2}$ (B) $2e^2 e^{\pi/2}$ (C) $\frac{2}{e^2} e^{\pi/2}$ (D) इनमें से कोई नहीं
25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left[\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right]$ बराबर है
 (A) 0 (B) π (C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं

एक से अधिक विकल्प सही

26. If $I = \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$, तब
 (A) $I = 2 \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ (B) $I = 4 \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ (C) $I = \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx$ (D) $I = 8 \int_0^{\pi/4} \sin^2 x dx$ वृ
27. समाकल $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx$ बराबर है
 (A) $\frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$ (B) $\pi \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$ (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं
28. $\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)(1+x^2)} dx$
 (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)(1+x^2)}$ के समान है (D) गणना नहीं की जा सकती
29. समाकल $\int_a^b \frac{|x|}{x} dx, a < b$ का मान बराबर है
 (A) $b - a$ if $a > 0$ (B) $a - b$ if $b > 0$ (C) $b + a$ if $a < 0 < b$ (D) $|b| - |a|$
30. यदि $f(x) = \int_0^a (\cos^4 t + \sin^4 t) dt$ तब $f(x + \pi)$ बराबर होगा
 (A) $f(x) + f(\pi)$ (B) $f(x) + 2f(\pi)$ (C) $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (D) $f(x) + 2f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

1-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^4 (x+x)^{3/2} dx$$

$$(ii) \int_4^1 \frac{1}{x} dx$$

$$(iii) \int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$$

2. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$(ii) \int_{\sqrt{2}x}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$(iii) \int_0^4 \frac{x^2}{1+x} dx$$

3. माना $f(x) = \ln\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right)$, तब सिद्ध करो कि $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b \ln\left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)dx$.

4. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^2 [x^2]dx$$

$$(ii) \int_{-1}^1 [\cos^{-1} x]dx$$

5. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_{-1}^1 e^{|x|} dx$$

$$(ii) \int_{-\pi/4}^{\pi/4} |\sin x| dx$$

$$(iii) \int_{-5}^5 |x+2| dx$$

$$(iii) \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{x + \pi/4}{2 - \cos 2x} dx$$

6. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x dx \quad (ii) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{g(x) - g(-x)}{f(-x) + f(x)} dx$$

7. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^1 \sin^{-1} x dx$$

$$(ii) \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$(iii) \int_0^1 xe^x dx$$

8. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^1 \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) dx$$

$$(ii) \int_0^1 \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$$

$$(iii) \int_0^1 x^2 \sin^{-1} x dx$$

$$(iv) \int_0^{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) dx$$

9. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^{\pi/2} \sin 2x \, dx$$

$$(ii) \int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

$$(iii) \int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{x}} \, dx$$

$$(iv) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x + 3 \cos x + 2} \, dx$$

10. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2\theta d\theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta}$$

$$(ii) \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos \theta} \sin^3 \theta d\theta \quad (iii) \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} \, dx$$

11. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}$$

$$(ii) \int_a^b \sqrt{(x-a)(b-x)} \, dx$$

12. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} \, dx$$

$$(ii) \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\sin x}}{e^{\sin x} + e^{\cos x}} \, dx$$

$$(iii) \int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{a-x}} \, dx$$

$$(iv) \int_0^{\pi/2} \frac{a \sin x + b \cos x}{\sin x + \cos x} \, dx$$

13. मान ज्ञात करो :

$$(i) \int_{-1}^2 \{2x\} \, dx \quad (\text{जहाँ फलन } \{ \} \text{ भिन्नात्मक फलन को प्रदर्शित है})$$

$$(ii) \int_0^{10\pi} (|\sin x| + |\cos x|) \, dx$$

14. यदि विषम फलन $f(x)$, $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ में परिभाषित है, जिसका आवर्तकाल है T है तब सिद्ध करो कि $\phi(x) = \int_a^x f(t) \, dt$ भी T आवर्तकाल का आवर्तीफलन है।

15. यदि $f(x) = 5^{g(x)}$ और $g(x) = \int_2^{x^2} \frac{t}{\ln(1+t^2)} \, dt$ तब $f'(\sqrt{2})$ का मान ज्ञात करो :

16. यदि $f(x) = \int_0^{\sin^2 x} \sin^{-1} \sqrt{t} \, dt + \int_0^{\cos^2 x} \cos^{-1} \sqrt{t} \, dt$ तब सिद्ध करो कि $f'(x) = 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

17. निम्न असमिकाओं को सिद्ध करो-

$$(i) \frac{\sqrt{3}}{8} < \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x} dx < \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$(ii) 4 \leq \int_1^3 \sqrt{(3+x^3)} dx \leq 2\sqrt{30}$$

18. मान ज्ञान करो:

$$(i) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos^2 x (\sin x + \cos x) dx$$

$$(ii) \int_0^{\pi} x \sin^5 x dx$$

$$(iii) \int_0^2 x^{3/2} \sqrt{2-x} dx$$

19. मान ज्ञान करो:

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n^2 - r^2}}$$

$$(ii) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left[1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \sqrt{\frac{n}{n+9}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n+3(n-1)}} \right]$$

20. यदि $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x dx$ तब प्रदर्शित करो कि $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

Exercise - 2

2-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. यदि $f(x)$ एक फलन है जो $f\left(\frac{1}{x}\right) + x^2 f(x) = 0$ को सभी अशून्य x के लिए संतुष्ट करता है तब $\int_{\sin\theta}^{\operatorname{cosec}\theta} f(x) dx$ बराबर है
 (A) $\sin\theta + \operatorname{cosec}\theta$ (B) $\sin^2\theta$ (C) $\operatorname{cosec}^2\theta$ (D) इनमें से कोई नहीं

2. $\int_0^{(\pi/2)^{1/3}} x^5 \cdot \sin x^3 dx$ बराबर है
 (A) 1 (B) 1/2 (C) 2 (D) 1/3

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{\pi}{2n} \cdot \sin \frac{2\pi}{2n} \cdot \sin \frac{3\pi}{2n} \dots \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)^{1/n}$ बराबर है
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) इनमें से कोई नहीं

4. यदि $f(x)$ और $g(x)$ सतत है जो $f(x) = f(a-x)$ और $g(x) + g(a-x) = 2$ को संतुष्ट करते हैं, तब $\int_0^a f(x)g(x) dx$ बराबर है
 (A) $\int_0^a g(x) dx$ (B) $\int_0^a f(x) dx$ (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

5. यदि $\int_4^{10} \frac{[x^2]}{[x^2 - 28x + 196] + [x^2]} dx$ का मान है
 उनमें से कोई नहीं
 (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) इनमें से कोई नहीं
6. $\int_0^{\infty} [2e^{-x}] dx$ जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है, बराबर है
 (A) 0 (B) $\ln 2$ (C) e^2 (D) $2e^{-1}$
7. यदि $\int_0^{100} f(x) dx = a$ तब $\sum_{r=1}^{100} \left(\int_0^1 (r-1+x)x dx \right) =$
 (A) $100a$ (B) a (C) 0 (D) $10a$
8. यदि $f(x) = \int_0^x \sin[2x] dx$ जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है तब $f(\pi/2)$ है
 (A) $\frac{1}{2} \{ \sin 1 + (\pi - 2) \sin 2 \}$ (B) $\frac{1}{2} \{ \sin 1 + \sin 2 + (\pi - 3) \sin 3 \}$
 (C) 0 (D) $\sin 1 + \left(\frac{\pi}{2} - \right) \sin 2$
9. यदि $a = \int_0^{\pi} \frac{\cos x}{(x+2)^2} dx$ तब $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x+1} dx$ बराबर है
 (A) $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi+2} - A$ (B) $\frac{1}{\pi+2} - A$ (C) $1 + \frac{1}{\pi+2} - A$ (D) $A - \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi+2}$
10. यदि $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{जहाँ } x = \frac{n}{n+1}, n = 1, 2, 3, \dots \\ 1, & \text{अन्यथा} \end{cases}$ तब $\int_0^2 f(x) dx$ का मान है
 (A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) ∞
11. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{|x| dx}{8 \cos^2 2x + 1}$ का मान है
 (A) $\frac{\pi^2}{6}$ (B) $\frac{\pi^2}{12}$ (C) $\frac{\pi^2}{24}$ (D) इनमें से कोई नहीं
12. यदि $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, तब $\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx$ जहाँ $a > 0$ है
 (A) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2a}$ (C) $2 \frac{\sqrt{\pi}}{a}$ (D) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$

13. व्यंजक $\frac{\int_0^n [x] dx}{\int_0^n \{x\} dx}$ बराबर है, जहाँ $[x]$ और $\{x\}$ x के पूर्णांक तथा भिन्नात्मक भाग है तथा $n \in \mathbb{N}$
- (A) $\frac{1}{n-1}$ (B) $\frac{1}{n}$ (C) n (D) $n-1$
14. माना $A = \int_0^1 \frac{e^t dt}{1+t}$ तब $\int_{a-1}^a \frac{e^{-t}}{t-a-1}$ का मान है
- (A) Ae^{-a} (B) $-Ae^{-a}$ (C) $-ae^{-a}$ (D) Ae^a
15. $\int_0^{2n\pi} \left(|\sin x| - \left| \frac{\sin x}{2} \right| \right) dx$ बराबर है, जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है
- (A) 0 (B) $2n$ (C) $2n\pi$ (D) $4n$
16. $f(x) = \text{निम्नतम } \{\tan x, \cot x\} \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, तब $\int_0^{\pi/3} f(x) dx$ बराबर है
- (A) $\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (B) $\ln\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ (C) $\ln(\sqrt{2})$ (D) $\ln(\sqrt{3})$
17. $\int_1^2 ([x^2] - [x]^2) dx$ का मान है। जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक का फलन को प्रदर्शित करता है।
- (A) $4 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ (B) $4 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$ (C) $4 - \sqrt{3} - \sqrt{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं
18. यदि $f(\pi) = 2$ तथा $\int_0^\pi (f(x) + f''(x)) \sin x dx = 5$ तब $f(0)$ बराबर है (यह दिया गया है कि $f(x)[0, \pi]$ में सतत है)
- (A) 7 (B) 3 (C) 5 (D) 1
19. यदि $u_{10} = \int_0^{\pi/2} x^{10} \sin x dx$, तब $u_{10} + 90u_8$ का मान है
- (A) $9\left(\frac{\pi}{2}\right)^8$ (B) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^9$ (C) $10\left(\frac{\pi}{2}\right)^9$ (D) $9\left(\frac{\pi}{2}\right)^9$
20. यदि $f(x) = e^{g(x)}$ और $g(x) = \int_2^x \frac{t dt}{1+t^4}$ तब $f'(2)$ का मान बराबर है
- (A) $2/17$ (B) 0 (C) 1 (D) ज्ञात नहीं किया जा सकता

एक से अधिक विकल्प सही

21. $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{(x+1)(x^2 + 2x + 2)} dx$ का मान है

(A) $\frac{\pi}{4} + 2\ln 2 - \tan^{-1} 2$

(B) $\frac{\pi}{4} + 2\ln 2 - \tan^{-1} \frac{1}{3}$

(C) $2\ln 2 - \cot^{-1} 3$

(D) $-\frac{\pi}{4} + \ln 4 + \cot^{-1} 2$

22. दिया गया है कि एक विषम फलन f प्रत्येक बिन्दु पर परिभाषित है, आवर्तीफलन है, जिसका आवर्तकाल 2 है और प्रत्येक अन्तराल में समाकलनीय है। माना $g(x) = \int_0^x f(t) dt$, तब

(A) $g(2n) = 0$ प्रत्येक पूर्णांक n के लिए

(B) $g(x)$ एक समफलन है

(C) $g(x)$ और $f(x)$ के आवर्तकाल समान है

(D) इनमें से कोई नहीं

23. एक फलन $f(x)$ जो $f'(\sin^{2x}) = \cos^2 x$ को x के सभी वास्तविक मानों के लिए संतुष्ट करता है और $f(1) = 1$ हो तो

(A) $f(x) = x - \frac{x^3}{2} + \frac{1}{3}$

(B) $f(x) = x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

(C) $f(x)$ एक द्विघात बहुपद है

(D) $f(0) = 1/2$

24. यदि $I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^n}; n \in \mathbb{N}$, तब निम्न में से कोनसा कथन सत्य है

(A) $2nI_{n+1} = 2^{-n} + (2n-1)I_n$

(B) $I_2 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$

(C) $I_2 = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$

(D) $I_3 = \frac{\pi}{16} - \frac{5}{48}$

25. यदि $f(x)$ अन्तराल $[1,2]$ समाकलनीय है, तब $\int_1^2 f(x) dx$ बराबर है

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n f\left(\frac{r}{n}\right)$

(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=n+1}^{2n} f\left(\frac{r}{n}\right)$

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n f\left(\frac{r+n}{n}\right)$

(D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{2n} f\left(\frac{r}{n}\right)$

2-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. $\int_0^x e^{\cos^2 x} \cos^3(2n+1)x dx, n \in \mathbb{I}$

2. $\int_0^1 \ln[\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}] dx$

3. $\int_1^{16} \tan^{-1} \sqrt{\sqrt{x}} - dx$

4. गणना करो $\int_{1/2}^2 \frac{1}{x} \sin\left(x - \frac{1}{x}\right) dx.$

5. $\theta \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$ के लिए प्रदर्शित करो $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + 2x \cos \theta + 1} = 2 \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x \cos \theta + 1}$

6. यदि f, g, h अन्तराल $[0, a]$ में सतत् फलन का इस प्रकार है $f(a-x) = f(x), g(a-x) = -g(x)$ और $3h(x) - 4h(a-x) = 5$, तब सिद्ध करो कि $\int_0^a f(x)g(x)h(x) = 0$

7. प्रदर्शित करो कि $\int_0^x e^{zx} \cdot e^{-z^2} dz = e^{x^{2/4}} \int_0^x e^{-z^{2/4}} dz.$

8. दर्शाइए कि $\int_0^\infty f\left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a}\right) \cdot \frac{\ln x}{x} dx = \ln a \cdot \int_0^\infty f\left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a}\right) \cdot \frac{dx}{x}$

9. माना कि $f(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 < x \leq 2 \\ (2-x)^2 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$ फलन $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ को परिभाषित करो तथा प्रदर्शित कीजिए कि f अंतराल $[0, 3]$ में सतत् और अंतराल $(0, 3)$ में अवकलनीय है।

10. $\int_0^1 |x-t| \cdot \cos \pi t dt$ का मान ज्ञान करो । जहाँ 'x' कोई वास्तविक संख्या है

11. $I = \int_0^1 2 \sin(pt) \sin(qt),$ ज्ञात करो। यदि

(i) p और q समी. $x = x$ के भिन्न मूल है

(ii) p और q बराबर है और समीकरण $\tan x = x$ के मूल है

12. यदि $f(x)$ संबंध $f(x) = e^x + \int_0^1 (x + ye^x)f(y) dy$ को सतुष्ट करता है तो $f(x)$ ज्ञात करो
13. सिद्ध करो कि $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^n} = \int_0^1 \frac{dx}{(1-x^n)^{1/n}}$ ($n > 1$)
14. सिद्ध करो कि $\int_0^x \left(\int_0^u f(t) dt \right) du = \int_0^x f(u) \cdot (x-u) du$.
15. यदि $f(x) = \frac{\sin x}{x} \forall x \in (0, \pi]$, सिद्ध करो कि $\frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} f(x)f\left(\frac{\pi}{2}-x\right) dx = \int_0^{\pi} f(x) dx$

Exercise - 3

3-A(स्तम्भ मिलान)

- | 1. स्तम्भ- I | स्तम्भ- II |
|--|------------|
| (A) $\int_5^{10} \left[\frac{x-5}{5} \right] dx =$ | (p) 1 |
| (B) $\int_{-\tan 1}^0 [-\tan^{-1} x] dx =$ | (q) 2 |
| (C) $\frac{6}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/3} [2 \sin x] dx =$ | (r) 0 |
| (D) $\int_{-1}^1 \frac{\cot^{-1} x}{\pi} dx =$ | (s) 3 |

जहाँ [.] महत्स पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है

- | 2. स्तम्भ- I | स्तम्भ- II |
|---|----------------------------|
| (A) $\int_0^{x/2} \ln(\tan x + \cot x) dx =$ | (p) $\frac{\pi^2}{4}$ |
| (B) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2} dx =$ | (q) $\pi \ln 2$ |
| (C) $\int_0^{2\pi} x(\sin^2 x \cos^2 x) dx =$ | (r) 0 |
| (D) $\int_0^{\pi/2} (2 \ln \sin x - \ln \sin 2x) dx =$ | (s) $-\frac{\pi}{2} \ln 2$ |

3-बी(कथन/कारण)

3. कथन-1: मानाकि $f(x)$ एक सम फलन है जो कि आवर्ती है तो $g(x) = \int_a^x f(t) dt$ भी आवर्ती फलन है।

कथन-2: यदि $\alpha(x)$ अवकलनीय और आवर्ती फलन है तो $\alpha'(x)$ भी आवर्ती फलन है।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2 कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है

4. कथन-1 यदि $\{x\}$ भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करता है, तो $\int_0^{5.5} \{x\} dx = \frac{21}{8}$

कथन-2 यदि $[x]$ तथा $\{x\}$ क्रमशः महत्तम पूर्णांक फलन तथा भिन्नात्मक भाग फलन को प्रदर्शित करते हैं, तो

$$\int_0^t \{x\} dx = \frac{[t]}{2} + \frac{\{t\}^2}{2}$$

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है,

5. कथन-1 $\int_0^{10\pi} |\cos x| dx = 20$

कथन-2 $\int_0^b f(x) dx \geq 0$ हो तो $f(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$

- (a) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (b) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (c) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है
 (d) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है,

6. कथन-1 $\int_0^{2\pi} \tan^2 x dx = 4 \int_0^{\pi/2} \tan^2 x dx$

कथन-2 $\int_0^{nT} f(x) dx = n \int_0^T f(x) dx$, जहाँ n एक पूर्णांक है और $T, f(x)$ का आवर्तकाल है।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है,

3-C(अनुच्छेद)

7. अनुच्छेद

यदि $y = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt$ है मानाकि $\frac{dy}{dx}$ को एक भिन्न तरीके $\frac{dy}{dx} = v'(x)f^2(v(x)) - u'(x)f^{2(u(x))}$ से भी परिभाषित

करते है तथा (a,b) पर स्पर्श रेखा का समीकरण $y - b = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(a,b)} (x - a)$ है।

7.1 यदि $y = \int_x^{x^2} t^2 dt$ है तो $x = 1$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण है—

- (A) $y = x + 1$ (B) $x + y = 1$ (C) $y = x - 1$ (D) $y = x$

7.2 यदि $F(x) = \int_1^x e^{t^2/2}(1-t^2)dt$ है तो $x = 1$ पर $\frac{d}{dx}F(x)$ है —

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1

7.3 यदि $y = \int_{x^3}^{x^4} \ln t dt$ है तो $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{dy}{dx}$ है—

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1

8. अनुच्छेद

मानाकि $g(t) = \int_{x_1}^{x_2} f(t,x) dx$ हो, तो $g'(t) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t}(f(t,x)) dx$ तथा माना $f(x) = \int_0^\pi \frac{\ln(1+x \cos \theta)}{\cos \theta} d\theta$ है।

8.1 $f(x)$ का परिसर है—

- (A) $[0, \pi]$ (B) $[0, \pi^2]$ (C) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (D) $\left[-\frac{\pi^2}{2}, \frac{\pi^2}{2}\right]$

8.2 $f(x)$ के प्रांत में स्थित क्रांतिक बिन्दुओं की संख्या है—

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) अनन्त

8.3 $f(x)$ है।

- (A) असतत् $x = 0$ पर (B) $x = 1$ पर सतत् लेकिन अवकलनीय नहीं

(C) सतत् $x = 0$ पर

(D) अवकलनीय $x = 1$ पर

3-D (सत्य/असत्य कथन)

9. $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{2 + \sin^2 x}$ का मान $\frac{1}{\sqrt{6}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{3}{2}}$ है।

10. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$ का $\log\left(\frac{5 + 3\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}\right)$ मान है।

11. $\int_0^1 x \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}} dx$ का $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$ मान है

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \sqrt{\cos t} dt}{1 - \sqrt{\cos x}}$ का मान 12 है।

13. यदि $f(x) = \min\{1, \sqrt{1-x}\}$ तब $\int_{-1}^1 \frac{12}{7} f(x) dx$ का मान 5 है।

3-E (रिक्त स्थान की पूर्ति)

14. $\int_{-1}^1 f(x) dx$ का मान है जहाँ $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x, & x \leq 0 \\ 1 + 2x, & x > 0 \end{cases}$ _____


15. $\int_0^{2\pi} \cos^{-1}(\cos x) dx$ का मान _____ है

16. $\int_0^1 |5x - 3| dx$ का मान _____ है।

17. $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$ का मान _____ है।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

18. $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}$ का मान ----- है।



Exercise - 4

4-A(पूर्ववर्ती JEE परीक्षा प्रश्न)

IIT – JEE-2008

1. माना $n=1, 2, 3, \dots$ के लिए $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + kn} + k^2$ व $T_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n}{n^2 + kn + k^2}$, तब

(A) $S_n < \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ (B) $S_n > \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ (C) $T_n < \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ (D) $T_n > \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

2. अनुच्छेद

माना फलन $f : (-\infty, \infty) \rightarrow (-\infty, \infty)$ निम्न द्वारा परिभाषित है $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + ax + 1}, 0 < a < 2$.

2.1 निम्न में से कौन सत्य है ।

(A) $(2+a)^2 f''(1) + (2-a)^2 f''(-1) = 0$ (B) $(2-a)^2 f''(1) - (2+a)^2 f''(-1) = 0$
 (C) $f'(1)f'(-1) = (-2)^2$ (D) $f'(1)f'(-1) = -(2+a)^2$

2.2 निम्न में से कौन सत्य है।

- (A) $(-1,1)$ पर $f(x)$ घटसमान (decreasing) है तथा $x=1$ इसका स्थानीय निम्निष्ठ (local minimum) है
 (B) $(-1,1)$ पर $f(x)$ वर्धमान (increasing) है तथा $x=1$ इसका स्थानीय उच्चिष्ठ (local maximum) है
 (C) $(-1,1)$ पर $f(x)$ वर्धमान (increasing) है लेकिन $x=1$ न इसका स्थानीय उच्चिष्ठ (local maximum) है और इसका स्थानीय निम्निष्ठ (local minimum)
 (D) $(-1,1)$ पर $f(x)$ घटसमान (decreasing) है लेकिन $x=1$ न इसका स्थानीय उच्चिष्ठ (local maximum) है न ही इसका स्थानीय निम्निष्ठ (local minimum) है ।

2.3 माना $g(x) = \int_0^{e^x} \frac{f'(t)}{1+t^2}$ निम्न में कौन सत्य है

- (A) $(-\infty, 0)$ पर $g'(x)$ घनात्मक है तथा $(0, \infty)$ पर ऋणात्मक है
 (B) $(-\infty, 0)$ पर $g'(x)$ ऋणात्मक है तथा $(0, \infty)$ पर घनात्मक है
 (C) $(-\infty, 0)$ तथा $(0, \infty)$ दोनों पर $g'(x)$ का चिन्ह (sign) बदलता है
 (D) $(-\infty, \infty)$ पर $g'(x)$ का चिन्ह (sign) नहीं बदलता है

IIT-JEE-2007

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\int_0^{\sec^2 x} f(t) dt}{x^2 - \frac{\pi^2}{16}}$ बराबर है

(A) $\frac{8}{\pi} f(2)$ (B) $\frac{2}{\pi} f(2)$ (C) $\frac{2}{\pi} f\left(\frac{1}{2}\right)$ (D) $4f(2)$

4. स्तम्भ मिलान करो
 स्तम्भ -I

स्तम्भ-II

(A) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2}$

(p) $\frac{1}{2} \log\left(\frac{2}{3}\right)$

(B) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

(q) $2 \log\left(\frac{2}{3}\right)$

(C) $\int_2^3 \frac{dx}{1-x^2}$

(r) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

(s) $\frac{\pi}{2}$

IIT-JEE-2006

5. $f(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - e^{x-1} & , 1 < x \leq 2 \\ x - e & , 2 < x \leq 3 \end{cases}$ जहाँ $g(x) = \int_0^x f(t) dt, x \in [1,3]$ तब

- (A) $g(x)$ का कोई भी स्थानीय उच्चिष्ठ नहीं है।
 (B) $g(x)$ का कोई भी स्थानीय निम्निष्ठ नहीं है।
 (C) $g(x)$ का $x = 1 + \log e^2$ पर एक स्थानीय उच्चिष्ठ है।
 (D) $g(x)$ का $x = e$ पर एक स्थानीय निम्निष्ठ है।

6. $5050 \frac{\int_0^1 (1-x^{50})^{100} dx}{\int_0^1 (1-x^{50})^{101} dx}$ का मान है

7. अनुच्छेद

मनाकि निश्चित समाकलन $\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} (f(a) + f(b))$ सूत्र से दिया जाये, ज्यादा अच्छे परिणाम के लिए $c \in (a,b)$

$F(c) = \frac{c-a}{2} (f(a) + f(c)) + \frac{b-c}{2} (f(b) + f(c))$, जब $c = \frac{a+b}{2}$, $\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{4} (f(a) + f(b) + 2f(c))$.

7.1 $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$ का मान बराबर है-

- (A) $\frac{\pi}{8}(1+\sqrt{2})$ (B) $\frac{\pi}{4}(1+\sqrt{2})$ (C) $\frac{\pi}{8\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\pi}{4\sqrt{2}}$

7.2 यदि $f(x)$ एक बहुपत है और यदि $\lim_{t \rightarrow a} \frac{\int_a^t f(x) dx - \frac{(t-a)}{2}(f(t) + f(a))}{(t-a)^3} = 0, \forall a$ हो, तो $f(x)$ की घात लगभग हो सकती है—

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7.3 यदि $f''(c) < 0, \forall x \in (a, b)$ और c एक बिन्दु इस प्रकार है कि $a < c < b$ और वक्र पर एक बिन्दु $(c, f(c))$ इस प्रकार है कि $F(c)$ अधिकतम हो, तो $f'(c)$ का मान है —

- (A) $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ (B) $\frac{2(f(b) - f(a))}{b - a}$ (C) $\frac{2f(b) - f(a)}{2b - a}$ (D) 0

IIT-JEE-2005

8. यदि $\int_{\sin x}^1 t^2 (f(t)) dt = (1 - \sin x)$, तब $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ है

(A) $1/3$ (B) $1/\sqrt{3}$ (C) 3 (D) $\sqrt{3}$

9. $\int_{-2}^0 \{x^3 + 3x^2 + 3x + 3 + (x + 1)\cos(x + 1)\} dx$ बराबर है

(A) -4 (B) 0 (C) 4 (D) 6

10. ज्ञात करो कि $\int_0^{\pi} e^{|\cos x|} \left(2 \sin\left(\frac{1}{2} \cos x\right) + 3 \cos\left(\frac{1}{2} \cos x\right) \right) \sin x dx$.

IIT-JEE-2004

11. यदि $t > 0$ के लिए निश्चित समाकलन $\int_0^{t^2} xf(x) dx = \frac{2}{5}t^5$ हो तो $f\left(\frac{4}{25}\right)$ का मान है—

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $-\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (D) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

12. निश्चित समाकलन $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ बराबर है

(A) 1 (B) π (C) $\frac{\pi}{2} - 1$ (D) $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$

13. $y(x) = \int_{x^{2/16}}^{x^2} \frac{\cos x \cdot \cos \sqrt{\theta}}{1 + \sin^2 \sqrt{\theta}} d\theta, x = \pi$ पर $y'(x)$ का मान ज्ञान करो—

14.
$$\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{\pi + 4x^3}{2 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} dx$$

IIT-JEE-2003

15. यदि $I(m,n) = \int_0^1 t^m (1+t)^n dt$ तब व्यंजक $I(m,n)$ का $I(m+1, n-1)$ के पदों में प्रसार है

- (A) $\frac{2^n}{m+1} - \frac{n}{m+1} I(m+1, n-1)$ (B) $\frac{n}{m+1} I(m+1, n-1)$
 (C) $\frac{2^n}{m-1} - \frac{n}{m+1} I(m+1, n-1)$ (D) $\frac{n}{m+1} I(m+1, n-1)$

16. यदि $f(x) = \int_{x^2}^{x^2+1} e^{-t^2} dt$ तब फलन $f(x)$ जिस अन्तराल में ह्यास मान है, वह है—

- (A) $(-2, 2)$ (B) $(0, \infty)$ (C) x का कोई मान नहीं (D) $(-\infty, 0)$

17. माना $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ एक अवकलनीय फलन है तो

कुछ $0 < \alpha, \beta < 2$ के लिए प्रदर्शित कीजिए कि $\int_0^4 f(t) dt = 2\{\alpha f(\alpha^2) + \beta f(\beta^2)\}$

18. यदि एक सम फलन $f(x)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{1/2} f(\cos 2x) \cos x dx = \sqrt{2} \int_0^{\pi/4} f(\sin 2x) \cos x dx$.

IIT-JEE-2002

19. माना कि $T > 0$ एक अचर वास्तविक संख्या है। माना कि f एक सतत फलन इस प्रकार है कि x कि सभी वास्तविक मानों के लिए $f(x+T) = f(x)$ को संतुष्ट करता है। यदि $I = \int_0^T f(x) dt$ हो, तो $\int_3^{3+3T} f(2x) dx$ का मान है—

- (A) $\frac{3}{2}I$ (B) $2I$ (C) $3I$ (D) $3I$

20.

(1) माना $f(x) = \int_1^x \sqrt{2+t^2} dt$ हो, तो समीकरण $x^2 - f'(x) = 0$ के वास्तविक मूल है—

- (A) ± 1 (B) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\pm \frac{1}{2}$ (D) $0 \& 1$

(2) समाकलन $\int_{-1/2}^{1/2} \left([x] + \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \right) dx$ बराबर है

- (A) $-1/2$ (B) 0 (C) 1 (D) $2\ln(1/2)$

IIT-JEE-2001

21.

(A) माना कि $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ और $F(x) = \int_0^x f(t) dt$. यदि $F(x^2) = x^2(1+x)$ हो, तो $f(4) =$
 (A) $5/4$ (B) 7 (C) 4 (D) 2

B) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+a^x} dx, a > 0$
 (A) π (B) $a\pi$ (C) $\pi/2$ (D) 2π

22. माना कि $x \geq 0$ के लिए $f(x)$ एक अक्रमणात्मक सतत् फलन है और $F(x) = \int_0^x f(t) dt, x \geq 0$ है। यदि कुछ $c > 0$ के लिये $f(x) \leq cF(x), \forall x \geq 0$ हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि $f(x) = 0, \forall x \geq 0$.

IIT-JEE-2000

23.

(A) समाकलन $\int_{e^{-1}}^{e^2} \left| \frac{\log_e x}{x} \right| dx$ का मान है—
 (A) $3/2$ (B) $5/2$ (C) 3 (D) 5

(b) माना कि $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ जहाँ $f(t)$ इस प्रकार है कि अन्तराल $t \in (0,1]$ के लिये $\frac{1}{2} \leq f(t) \leq 1$ और अन्तराल $t \in (1,2]$ के लिये $0 \leq f(t) \leq \frac{1}{2}$ हो, तो $g(2)$ द्वारा सन्तुष्ट असमिका है—
 (A) $-\frac{3}{2} \leq g(2) < \frac{1}{2}$ (B) $0 \leq g(2) < 2$ (C) $\frac{3}{2} < g(2) \leq \frac{5}{2}$ (D) $2 < g(2) < 4$

(C) If $f(x) = \begin{cases} e^{\cos x} \sin x & |x| \leq 2 \\ 2 & \text{elsewhere} \end{cases}$ के लिए अन्यथा $\int_{-2}^3 f(x) dx$: तब
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

24. यदि $x > 0$ के लिये $f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t} dt$ हो, तो फलन $f(x) + f(1/x)$ ज्ञान कीजिए और प्रदर्शित कीजिए कि $f(e) + f(1/e) = 1/2$

IIT-JEE-1999

25.

(a) यदि वास्तविक संख्या y के लिए y से छोटा या बराबर महत्तम पूर्णांक $[y]$ हो १ समाकलन $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} [2 \sin x] dx$ बराबर है
 (A) $-\pi$ (B) 0 (C) $-\pi/2$ (D) $\pi/2$

(b) $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{dx}{1 + \cos x}$ बराबर है
 (A) 2 (B) -2 (C) 1/2 (D) -1/2

(c) फलन $f(x) = \int_{-1}^x (e^t - 1)(t - 1)(t - 2)^3(t - 3)^5$ का स्थानीय निम्निष्ठ x के जिस मान पर है, वह है
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

26. $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

IIT-JEE-1998

27. यदि $\int_0^x f(t) dt = x + \int_x^1 t f(t) dt$, तब $f(1)$ बराबर है
 (A) 1/2 (B) 0 (C) 1 (D) -1/2

28. $\int_{-1}^1 (x - [x]) dx =$
 (A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

29. सिद्ध कीजिए कि $\int_0^1 \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+x+x^2}\right) dx = 2 \int_0^1 \tan^{-1} x dx$ इससे या अन्य से समाकलन $\int_0^1 \tan^{-1}(1-x+x^2) dx$ का मान ज्ञान कीजिए।

IIT-JEE-1997

30 (a) $\int_1^{e^{37}} \frac{\pi \sin(\pi \ln x)}{x} dx$ का मान-----

(b) माना $\frac{d}{dx} f(x) = \frac{e^{\sin x}}{x}, x > 0$. यदि $\int_1^4 \frac{2e^{\sin x^2}}{x} dx = f(x(k)) - f(1)$ तब k का कोई एक संभावित मान है-----

31. यदि $g(x) = \int_0^x \cos^4 t dt$, तब $g(x + \pi) =$

- (A) $g(x) + g(\pi)$ (B) $g(x) - g(\pi)$ (C) $g(x)g(\pi)$ (D) $\frac{g(x)}{g(\pi)}$

32. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{2n} \frac{r}{\sqrt{n^2 + r^2}}$ बराबर है

- (A) $1 + \sqrt{5}$ (B) $-1 + \sqrt{5}$ (C) $-1 + \sqrt{2}$ (D) $1 + \sqrt{2}$

33. यदि f एक धनात्मक फलन है और $I = \int_{1-k}^k xf\{x(1-x)\} dx, I_2 = \int_{1-k}^k f\{x(1-x)\} dx$ जहाँ $2k-1 > 0$, तब $\frac{I_1}{I_2}$ है

- (A) 2 (B) k (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

34. माना कि $a+b=4$ जहाँ $a < 2$ और माना $g(x)$ एक अवकलनीय फलन है। यदि सभी x के लिए $\frac{dg}{dx} > 0$ हो तो सिद्ध करो कि जब $(b-a)$ वर्धमान हो तो $\int_0^a g(x) dx$ वर्द्धमान है।

35. $\int_0^{1/4} \ln(1 + \tan x) dx$ का समाकलन करो-

IIT-JEE-1996

36. (a) यदि अशून्य x के लिए $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right) - 5$ जहाँ $a \neq b$ तो $\int_1^2 f(x) dx =$

(b) $n > 0$ के लिए $\int_0^{2\pi} \frac{x \sin^{2n} x}{\sin^{2n} x + \cos^{2n} x} dx =$

IIT-JEE-1995

37. यदि $f(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + B, f'\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$ और $\int_0^1 f(x) dx = \frac{2A}{\pi}$ तो A व B नियतांक हैं-

- (A) $\frac{\pi}{2}$ और $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2}{\pi}$ और $\frac{3}{\pi}$ (C) 0 और $-\frac{4}{\pi}$ (D) $\frac{4}{\pi}$ और 0

38. $\int_{\pi}^{2\pi} [2 \sin x] dx$ का मान जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है-

- (A) $-\frac{5\pi}{3}$ (B) $-\pi$ (C) $\frac{5\pi}{3}$ (D) -2π

39. $\int_{-1/\sqrt{3}}^{1/\sqrt{3}} \frac{x^4}{1-x^4} \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) dx$

40. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{2x(1+\sin x)}{1+\cos^2 x} dx$ का मान निर्धारित करें।

IIT-JEE-1994

41. $\int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5-x}+\sqrt{x}} dx$ का मान है—

42. दर्शाइये कि $\int_0^{n\pi+c} |\sin x| dx = 2n+1 - \cos v$, जहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक है और $0 \leq v < \pi$.

IIT-JEE-1993

43. $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{x}{1+\sin x} dx$ का मान है ---

44. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\tan^3 x}$ का मान है।

45. मान ज्ञान कीजिए $\int_2^3 \frac{2x^5 + x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 1}{(x^2 + 1)(x^4 - 1)} dx$
 (A) 0 (B) 1 (C) $\pi/2$ (D) $\pi/4$

.....
4-B (पूर्ववर्ती AIEEE/DCE परीक्षा प्रश्न)

46. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} \sec^2 \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} \sec^2 \frac{4}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \sec^2 1 \right)$ बराबर है—
 (A) $\frac{1}{2} \tan 1$ (B) $\tan 1$ (C) $\frac{1}{2} \operatorname{cosec} 1$ (D) $\frac{1}{2} \sec 1$

47. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + 3^p + \dots + n^p}{n^{p+1}}$ बराबर है—
 (A) $\frac{1}{p+1}$ (B) $\frac{1}{p-1}$ (C) $\frac{1}{2} - \frac{1}{p-1}$ (D) $\frac{1}{p+2}$

48. माना $F(x) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ जहाँ $f(x) = \int_1^x \frac{\log t}{1+t} dt$ तो $F(e)$ का मान है—
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) 1 (D) 2
49. $\int_{-3\pi}^{-\pi/2} [(x + \pi)^3 + \cos^2(x + 3\pi)] dx$ का मान है—
 (A) $\left(\frac{\pi^4}{32}\right) + \left(\frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1$ (D) $\frac{\pi^4}{32}$
50. समाकलन $\int_3^6 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{9-x} + \sqrt{x}} dx$ का मान है—
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$
51. x के लिए समीकरण $\int_{\sqrt{2}t}^x \frac{dt}{\sqrt{t^2-1}} = \frac{\pi}{2}$ का हल है—
 (A) $-\sqrt{2}$ (B) π (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $2\sqrt{2}$
52. $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx$ का मान है।
 (A) $\pi \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$ (B) $\frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx$ (C) $\pi \int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx$ (D) $\pi \int_0^{\pi} f(\cos x) dx$
53. $\int_1^a |x| f'(x) dx, a > 1$ का मान जहाँ $[x]$ महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है जो कि x से बड़ा नहीं है—
 (A) $[a]f(a) - \{f(1) + f(2) + \dots + f([a])\}$ (B) $[a]f([a]) - \{f(1) + f(2) + \dots + f(a)\}$
 (C) $af([a]) - \{f(1) + f(2) + \dots + f(a)\}$ (D) $af(a) - \{f(1) + f(2) + \dots + f([a])\}$
54. माना $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक अवकलनीय फलन है। $f(2) = 6, f'(2) = \left(\frac{1}{48}\right)$ तो $\lim_{x \rightarrow 2} \int_6^{f(x)} \frac{4t^3}{x-2} dt$ बराबर है
 (A) 18 (B) 12 (C) 36 (D) 24
55. यदि $I_1 = \int_0^1 2^{x^2} dx, I_2 = \int_0^1 2^{x^3} dx, I_3 = \int_1^2 2^{x^2} dx$ and $I_4 = \int_1^2 2^{x^3} dx$, तो
 (A) $I_3 > I_4$ (B) $I_3 = I_4$ (C) $I_1 > I_2$ (D) $I_2 > I_1$

56. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+a^x} dx, a > 0$ का मान बराबर है।
 (A) 2π (B) π/a (C) $\pi/2$ (D) $a\pi$
57. $\int_{-2}^3 |1-x^2| dx$ का मान बराबर है।
 (A) $28/3$ (B) $14/3$ (C) $7/3$ (D) $1/3$
58. $\int_0^{\pi/2} \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sqrt{1+\sin 2x}} dx$ का मान बराबर है।
 (A) 0 (B) 1 (C) $7/3$ (D) 3
59. यदि $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = A \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx$, तो A बराबर है।
 (A) 0 (B) π (C) $\pi/4$ (D) 2π
60. यदि $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$, $I = \int_{f(-a)}^{f(a)} x g\{x(1-x)\} dx$, और $I_2 = \int_{f(-a)}^{f(a)} g\{x(1-x)\} dx$, तो $\frac{I_2}{I_1}$ का मान बराबर है।
 (A) 2 (B) -3 (C) -1 (D) 1
61. यदि $f(y) = e^y, g(y) = y; y > 0$ और $F(t) = \int_0^t f(t-y)g(y) dy$ तो
 (A) $F(t) = 1 - e^{-t}(1+t)$ (B) $F(t) = e^{-t} - (1+t)$ (C) $F(t) = te^t$ (D) $F(t) = te^{-t}$
62. यदि $f(a+b-x) = f(x)$, तो $\int_a^b x f(x) dx$ बराबर है।
 (A) $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(b-x) dx$ (B) $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$
 (C) $\frac{b-a}{2} \int_a^b f(x) dx$ (D) $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(a+b+x) dx$
63. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sec^2 t dt}{x \sin x}$ का मान बराबर है।
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) -1
64. $I = \int_0^4 x(1-x)^n dx$ का मान बराबर है।
 (A) $\frac{1}{n+1}$ (B) $\frac{1}{n+2}$ (C) $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$ (D) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}$

65. माना $\frac{d}{dx}F(x) = \left(\frac{e^{\sin x}}{x}\right), x > 0$. यदि $\int_1^4 \frac{3}{x} e^{\sin x^3} dx = F(k) - F(1)$ तो k का एक संभव मान है।
 (A) 15 (B) 16 (C) 63 (D) 64
66. माना $f(x)$ एक फलन है जो $f'(x) = f(x)$ को संतुष्ट करता है जहाँ $f(0) = 1$ और $g(x)$ एक फलन है, जो $f(x) + g(x) = x^2$ को संतुष्ट करता है तब समाकलन $\int_0^1 f(x)g(x) dx$ का मान है।
 (A) $e - \frac{e^2}{2} - \frac{5}{5}$ (B) $e + \frac{e^2}{2} - \frac{3}{2}$ (C) $e - \frac{e^2}{2} - \frac{3}{2}$ (D) $e + \frac{e^2}{2} + \frac{5}{2}$
67. सिम्पस नियम द्वारा $n = 4$ के लिए समाकलन $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ के बराबर है।
 (A) 0.781 (B) 0.785 (C) 0.788 (D) इनमें से कोई नहीं
68. $\int_{-\pi}^{\pi} (1-x^2) \sin x \cos^2 x dx$ का मान है:
 (A) $\frac{7}{2} - 2\pi^3$ (B) $2\pi - \pi^3$ (C) $\pi - \frac{\pi^3}{3}$ (D) 0
69. समाकलन $\int_a^b f(x) dx$ के गणना के लिए ट्रापेजोएडल नियम है।
 (A) $h[y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]$ (B) $\frac{h}{2}[y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]$
 (C) $h[y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}]$ (D) $[y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}]$
70. $\int_0^{\pi/3} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$ के बराबर है।
 (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) π (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi}{3}$
71. $\int_0^2 [x^2] dx$ जहाँ $[x]$ महत्तम पूर्णांक जो $\leq x$ के बराबर है।
 (A) $-4 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$ (B) $5 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ (C) $-5 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ (D) $5 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$
72. समाकलन $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx$ का है:
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 1

73. $\int_0^2 \frac{dx}{1+5x}$ का मान है

- (A) $\frac{1}{11} \log 7$ (B) $\frac{1}{5} \log 3$ (C) $\frac{1}{5} \log 2$ (D) $\frac{1}{5} \log 11$

74. यदि $\int_0^a f(2a-x) dx = \mu$ और $\int_0^a f(x) dx = \lambda$, तब $\int_0^{2a} f(x) dx$ बराबर है

- (A) $\mu - \lambda$ (B) $\mu + \lambda$ (C) $2\mu - \lambda$ (D) $\lambda - 2\mu$

75. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\tan^3 x}$ के बराबर है।

- (A) 0 (B) $\pi/2$ (C) $\pi/3$ (D) $\pi/4$

76. $\int_{\sin x}^1 t^2 f(t) dt = 1 - \sin x \forall x \in (0, \pi/2)$, तब $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

- (A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) $1/3$ (D) इनमें से कोई नहीं

77. यदि तब में वर्द्धमान है।

- (A) $(-2,2)$ (B) no value of x (C) $(1/2), \infty$ (D) $(-\infty, 0)$

78. यदि $I_n = \int_0^{x/2} \frac{\sin^2 nx}{\sin^2 x} dx$ तब I_1, I_2, I_3 , में है।

- (A) A,P (B) G.P. (C) H.P. (D) इनमें से कोई नहीं

79. यदि $I_n = \int_0^{1/4} \tan^n x dx$, तब $\frac{1}{I_2 + I_4}, \frac{1}{I_3 + I_5}, \frac{1}{I_4 + I_6}$ है।

- (A) A,P (B) G.P. (C) H.P. (D) इनमें से कोई नहीं

80. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{t^2} \cos t^2 dt}{x \sin x}$ के बराबर है।

(A) -1 (B) +1 (C) 2 (D) 2

81. फलन $f(x) = \int_1^x [2(t-1)(t-2)^3 + 3(t-1)^2(t-2)^2]$ के लिए

(A) उच्चिष्ठ $x = 1$ पर (B) निम्निष्ठ $x = \frac{7}{5}$
(C) न उच्चिष्ठ न निम्निष्ठ $x = 2$ (D) उपरोक्त सभी

82. $\int_0^{1.5} [x^2] dx$ जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन है के बराबर है।

(A) $\sqrt{2} - 2$ (B) $2 - \sqrt{2}$ (C) $2 + \sqrt{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

83. $\int_0^{\pi/4} \sin(x - [x]) d(x - [x])$ के बराबर है।

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

84. यदि $[x]$ महत्तम पूर्णांक को व्यत करे जो कि x से छोटा या बराबर है, तब $\int_1^5 [|x - 3|] dx$ के बराबर है।

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

.....

Answers

EXERCISE # 1-A

1. A 2. C 3. C 4. C 5. D 6. A 7. C
 8. A 9. C 10. B 11. C 12. A 13. A 14. D
 15. A 16. C 17. AB 18. C 19. B 20. D 21. B
 22. D 23. B 24. C 25. C 26. ABC 27. AB
 28. AC 29. ABCD 30. AD

EXERCISE # 1-B

1. (i) $\frac{104}{5}$ (ii) $-\ln 4$ (iii) $-\frac{10}{21}$
 2. (i) π (ii) $\frac{\pi}{4}$ (iii) $4 + \ln 5$
 4. (i) $5 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ (ii) $\cos 1 + \cos 2 + \cos 3 + 3$
 5. (i) $2e - 2$ (ii) $2 - \sqrt{2}$ (iii) 29 (iv) $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$
 6. (i) 0 (ii) 0
 7. (i) $\frac{\pi - 2}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e}{2}\right)$ (iii) 1
 8. (i) $\frac{\pi}{2} - \ln 2$ (ii) $\frac{4 - \pi}{4\sqrt{2}}$ (iii) $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$
 (iv) $\pi\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \ln 4$
 9. (i) 1 (ii) $\frac{\pi}{4}$ (iii) $2\left(\frac{5}{6} - \ln 2\right)$ (iv) $\ln\left(\frac{9}{8}\right)$
 10. (i) $\frac{\pi}{2}$ (ii) $\frac{8}{21}$ (iii) $\frac{1}{20} \ln 3$

11. (i) π (ii) $\frac{\pi}{8}(b-a)^2$
 12. (i) $\frac{\pi}{4}$ (ii) $\frac{\pi}{4}$ (iii) $\frac{a}{2}$ (iv) $(a+b)\frac{\pi}{4}$
 13. (i) $\frac{3}{2}$ (ii) 40 (15) $4\sqrt{2}$
 18. (i) $\frac{4}{15}$ (ii) $\frac{8\pi}{15}$ (iii) $\frac{\pi}{2}$
 19. (i) $\frac{\pi}{2}$ (ii) 2

EXERCISE #2-A

1. D 2. D 3. C 4. B 5. C 6. B 7. B
 8. B 9. A 10. C 11. B 12. D 13. D 14. B
 15. D 16. D 17. C 18. B 19. C 20. A
 21. AD 22. ABC 23. CD 24. AB 25. BC

EXERCISE # 2-B

1. 0 2. $\frac{1}{2}\left[\ln 2 + \frac{\pi}{2} - 1\right]$ 3. $\frac{16\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

$$F(x) = x - \frac{x^2}{2}x - \text{if } 0 \leq x \leq 1$$
 4. 0 9. $\frac{1}{2}$ if $1 < x \leq 2$
 $\frac{(x-2)^3}{3} + \frac{1}{2}$ if $2 < x \leq 3$
 10. $-\frac{2}{\pi^2} \cos \pi x$ for $0 < x < 1$;
 $\frac{2}{\pi^2}$ for $x \geq 1$ & $-\frac{2}{\pi^2}$ for $x \leq 0$

11. (i) 0 (ii) $\frac{p^2}{1+p^2}$ 12^x $\frac{-3e^x}{2(e-1)} - 3x$

20. (i) A (ii) A 21. (a) C (b) C

23. (a) B (b) C 24. $\frac{1}{2} \ln^2 x$

EXERCISE # 3

1. (A) → (r), (B) → (r), (C) → (p), (D) → (p)

25. (a) C (b) A (c) BD 26. $\frac{\pi}{2}$ 27. A 28. A

2. (A) → (q), (B) → (r), (C) → (p), (D) → (s)

29. $\ln 2$ 30. (a) 2 (b) 1631. A 32. B

3. D 4. A 5. C 6. B 7.1 C 7.2 A 7.3 A

33. C 35. $\frac{\pi}{8} \ln 2$

8.1 D 8.2 A 8.3 C 9. True 10. True

11. False 12. True 13. False 14. 4 15. π^2

36. (a) $\frac{1}{a^2 - b^2} \left[\ln \frac{2a - b}{2} - 5a - \frac{7b}{2} \right]$ (b) π^2 37. D

16. $\frac{13}{10}$ 17. 2 18. $\frac{2}{\sqrt{5}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

38. A 39. 40. π^2

EXERCISE # 4

EXERCISE # 4

1. AD 2.1 A 2.3 B 3. A

4. (A) → (s), (B) → (s), (C) → (p), (D) → (r)

5. D 6. 5051 7.1 A 7.2 A 7.3 A 8. C

9. C 10. $\frac{24}{5} \left[e \cos \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} e \sin \left(\frac{1}{2} \right) - 1 \right]$

12. C 13. 2π 14. $\frac{4\pi}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$

15. A 16. B 19. C

41. $\frac{1}{2}$ 43. $\pi[\sqrt{2} - 1]$ 44. D 45. $\frac{1}{2} \ln 6 - \frac{1}{10}$

46. A 47. A 48. A 49. B 50. A 51. A 52. C

53. A 54. A 55. C 56. C 57. A 58. C 59. B

60. A 61. B 62. B 63. C 64. C 65. D 66. C

67. A 68. A 69. C 70. D 71. C 72. B 73. D

74. A 75. D 76. A 77. C 78. A 79. A 80. B

80. A 81. B 82. B 83. 84. B

MQB

EXRECUSE # 1 (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. समाकल $\int_{-1}^3 \left(\tan^{-1} \frac{x}{x^2+1} + \tan^{-1} \frac{x^2+1}{x} \right)$ का मान बराबर है-
 (A) π (B) 2π (C) 4π (D) इनमें से कोई नहीं

2. यदि $\frac{C_0}{1} + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} = 0$ जहाँ C_0, C_1, C_2 सभी वास्तविक है, तब समी $C_2x^2 + C_1x + C_0 = 0$ का है
 (A) (0,1) में कम से कम एक मूल्य (B) (1,2) में पहला मूल तथा (3,4) में दूसरा
 (C) (-1,1) में प्रथम मल तथा (-5,-2) में दूसरा (D) दोनो मूल काल्पनिक

3. निश्चित समाकलन $\int_2^3 \left[\sqrt{2x - \sqrt{5(4x-5)}} + \sqrt{2x + \sqrt{5(4x-5)}} \right] dx$ का मान है
 (A) $4\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{3} - \frac{4}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{7\sqrt{7} - 5\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$

4. यदि $f(x), [1,2]$ में रोल प्रमेय की आवश्यकतओं को संतुष्ट करता है और $f'(x), [1,2]$ में सतत् है तब $\int_1^2 f'(x) dx$ बराबर है
 (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) -1

5. $\int_0^2 (x - \log_2 a) dx = 2 \log_2 \left(\frac{2}{a} \right)$ यदि-
 (A) $a > 0$ (B) $a > 2$ (C) $a = 4$ (D) $a = 8$

6. $\int_{-1}^1 \frac{x^4}{1+e^{x^7}} dx$ है-
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{5}$ (D) इनमें से कोई नहीं

7. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+a^x} dx, a > 0$ का मान है

- (A) π (B) $a\pi$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 2π

8. $\frac{1}{c} \int_{ac}^{bc} f\left(\frac{x}{c}\right) dx =$

- (A) $\frac{1}{c} \int_a^b f(x) dx$ (B) $\int_a^b f(x) dx$ (C) $c \int_a^b f(x) dx$ (D) $\int_{ac^2}^{bc^2} f(x) dx$

9. यदि $\int_{\ln 2}^x \frac{dx}{e^x - 1} = \frac{\pi}{6}$, तब $x =$

- (A) 4 (B) $\ln 8$ (C) $\ln 4$ (D) इनमें से कोई नहीं

10. यदि $f(x) = \begin{vmatrix} \sec x & \cos x & \sec^2 x + \cos \operatorname{esx} \cot x \\ \cos^2 x & \cos^{2x} & \operatorname{cosec}^2 x \\ 1 & \cos^2 x & \cos^2 x \end{vmatrix}$ तब $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$ बराबर है—

- (A) 0 (B) 1 (C) $-\left(\frac{\pi}{4} + \frac{8}{15}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

11. माना $I_1 \int_1^1 \frac{e^x dx}{1+x}$ तथा $I_2 \int_1^1 \frac{x^2 dx}{e^{x^3}(2-x^3)}$ तब $\frac{I_1}{I_2}$ बराबर है,

- (A) $3/e$ (B) $e/3$ (C) 20 (D) 30

12. यदि $f(x)$ एक सतत् फलन है तथा $[-3,3]$ में केवल परिमेय ग्रहण करता है और इसका $[-3,3]$ में महत्तम मान 5 है तब

$$\int_{-3}^3 f(x) dx =$$

- (A) 5 (B) 10 (C) 20 (D) 30

13. यदि $\int_0^1 e^{x^2} (x - \alpha) dx = 0$, तब

- (A) $1 < \alpha < 2$ (B) $\alpha < 0$ (C) $0 < \alpha < 1$ (D) $\alpha = 0$

14. माना $f(x) = \min(|x|, 1 - |x|, 1/4), \forall x \in \mathbb{R}$ तब $\int_{-1}^1 f(x) dx$ का मान बराबर है
- (A) $\frac{1}{32}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{4}{32}$ (D) इनमें से कोई नहीं
15. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{e^x \sec^2 x}{e^{2x} - 1} dx$
- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $2e^{\pi/4}$ (D) इनमें से कोई नहीं
16. माना $f(x) = \int_0^x (t^2 - t + 1) dt \forall x \in (3, 4)$ तब फलन की अधिकतम तथा न्यूनतम मानों का अंतर है-
- (A) $\frac{49}{6}$ (B) $\frac{59}{6}$ (C) $\frac{69}{8}$ (D) $\frac{59}{3}$
17. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ के लिए $\int_{1/\sqrt{2}}^{1/2} \cot x dx$ बराबर है-
- (A) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ (D) कोई नहीं
18. If $f(x) = \begin{cases} e^{\cos x} \sin x, & |x| \leq 2 \\ 2, & \end{cases}$ तब $\int_{-2}^3 f(x) dx =$
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
19. $\int_0^{\pi/3} [\sqrt{3} \tan x] dx$ का मान है (जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है)
- (A) $\frac{5\pi}{6}$ (B) $\frac{5\pi}{6} - \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (C) $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं
20. $\int_{-1}^1 \frac{\sin x + x^2}{3 - |x|} dx$
- (A) 0 (B) $2 \int_0^1 \frac{\sin x}{3 - |x|} dx$ (C) $2 \int_0^1 \frac{x^2}{3 - |x|} dx$ (D) $2 \int_0^1 \frac{\sin x + x^2}{3 - |x|} dx$

21. माना $I_1 = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ और $I_2 = \int_1^2 \frac{dx}{x}$, तब

- (A) $I_1 > I_2$ (B) $I_2 > I_1$ (C) $I_1 = I_2$ (D) $I_1 > 2I_2$

22. $\int_{5/2}^5 \frac{\sqrt{(25-x^2)^3}}{x^4} dx$ बराबर है-

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) कोई नहीं

23. माना $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्तम पूर्णांक को प्रदर्शित करता है $\int_0^{\pi/4} \sin x d(x - [x]) =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

24. $\int_{-2}^1 \left[x \left[1 + \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \right] + 1 \right] dx$ का मान है जहाँ $++$ महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है

- (A) 1 (B) $1/2$ (C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं

25. $\int_0^{[x]} (x - [x]) dx$ का मान है-

- (A) $\frac{1}{2}[x]$ (B) $2[x]$ (C) $\frac{1}{2[x]}$ (D) इनमें से कोई नहीं

26. यदि $x \in (0, 2)$ तब $\int_0^1 e^{2x - [2x]} d(x - [x])$ का मान है (जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है)

- (A) $e + 1$ (B) e (C) $2e - 2$ (D) विद्यमान नहीं हैं

27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{r}(3\sqrt{r} + 4\sqrt{n})^2}$

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{1}{14}$ (D) इनमें से कोई नहीं

28. $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos e^x d(\sin x), 0 < x < \pi/2$ का मान है—
 (A) $\ln 2$ (B) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ (C) $\ln \left(\frac{\sin 1/2}{\sin 1/\sqrt{2}} \right)$ (D) इनमें से कोई नहीं
29. माना $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x dx$ तब $\frac{1}{I_2 + I_4}, \frac{1}{I_3 + I_5}, \frac{1}{I_4 + I_6}, \dots$ में हैं—
 (A) A.P. (B) G.P. (C) H.P. (D) कोई नहीं
30. $\int_0^2 x^3 \left[1 + \cos \frac{\pi x}{2} \right] dx$ बराबर है जहाँ $[x]$ x से छोटा या बराबर महत्तम पूर्णांक को प्रदर्शित करता है—
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

एक से अधिक विकल्प सही

31. यदि $f(x) = 2^{(x)}$ जहाँ $\{x\}$ x भिन्नात्मक भाग को प्रदर्शित करता है। तब निम्न में कौन सा सत्या है
 (A) f आवर्ती फलन है (B) $\int_0^1 2^{(x)} dx = \frac{1}{\ln 2}$
 (C) $\int_0^1 2^{(x)} dx = \log_2 e$ (D) $\int_0^{100} 2^{(x)} dx = 100 \log_2 e$
32. माना $f(x) = \int_0^x |2t - 3| dt$, तब f है—
 (A) $x = 3/2$ पर सतत् (B) $x = 3$ पर सतत्
 (C) $x = 3/2$ पर अवकलनीय (D) $x = 0$ पर अवकलनीय

EXERCISE#2 (विषयात्मक प्रश्न)

1. $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{x^4}{1-x^4} \cos^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) dx.$
2. ज्ञात करो $\int_0^1 \frac{1}{(5+2x-2x^2)(1+e^{(2-4x)})} dx$

3. प्रदर्शित कीजिए : $\int_0^1 \frac{\ln x}{(1+x)} dx = -\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx = -\frac{\pi^2}{12}$

4. माना $\int_0^\pi \log \sin x dx = -\pi \log 2$, प्रदर्शित कीजिए कि $\int_0^\pi \theta^3 \log \sin \theta d\theta = \frac{3\pi}{2} \int_0^\pi \theta^2 \log(\sqrt{2} \sin \theta) d\theta$.

5. प्रदर्शित कीजिए $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{a + b \cos x + c \sin x} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2 - c^2}}$ जहाँ $a > \sqrt{b^2 + c^2} > 0$.

6. किसी धनात्मक पूर्णांक k के लिए सिद्ध करो कि—

$$\frac{\sin 2kx}{\sin x} = 2[\cos x + \cos 3x + \dots + \cos(2k-1)x]. \text{ तथा सिद्ध कीजिये कि } \int_0^{\pi/2} \sin 2kx \cdot \cot x dx = \frac{\pi}{2}.$$

7. सिद्ध कीजिए कि $\text{Limit}_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\cos^{2p} \frac{\pi}{2n} + \cos^{2p} \frac{2\pi}{2n} + \cos^{2p} \frac{3\pi}{2n} + \dots + \cos^{2p} \frac{\pi}{2} \right] = \prod_{r=1}^p \frac{2r-1}{2r}$

जहाँ Π क्रमागत गुणन को प्रदर्शित करता है तथा $p \in n$

8. यदि $n > 1$, ज्ञान करो $\int_0^\infty \frac{dx}{(x + \sqrt{1+x^2})^n}$

9. $\int_{-1/\sqrt{3}}^{1/\sqrt{3}} \frac{\cos^{-1}\left(\frac{2x}{x^2+1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)}{e^x + 1} dx$

10. $\int_0^1 (\{2x\} - 1)(\{3x\} - 1) dx$ जहाँ $\{x\}$ x का भिन्नात्मक भाग प्रदर्शित करता है

11. सिद्ध करो कि $\int_0^x \frac{\sin x}{x+1} dx \geq 0, x \geq 0$ के लिए

12. यदि $f(x)$ एक सतत् फलन इस प्रकार है कि $\int_0^x f(t)dt \rightarrow \infty$ जब $x \rightarrow \infty$ तब दर्शाओ कि प्रत्येक रेखा $y = mx$ वक्र $y^2 + \int_0^x f(t)dt = a$ को प्रतिच्छेद करत है जहाँ $a \in \mathbb{R}$

13. माना $f(x)$ एक सतत् फलन $\forall x \in \mathbb{R}, x = 0$ के अलावा इस प्रकार हैं कि $\int_0^a f(x)dx, a \in \mathbb{R}^+$ अस्तित्व में है। यदि

$$g(x) = \int_x^a \frac{f(t)}{t} dt, \text{ सिद्ध करो कि } \int_0^a g(x) dx = \int_0^a f(x) dx$$

Answers

Exercise # 1

1. A 2. A 3. A 4. A 5. A 6. C 7. C
 8. B 9. C 10. C 11. C 12. D 13. C 14. B
 15. A 16. B 17. B 18. C 19. C 20. C 21. B
 22. A 23. B 24. C 25. A 26. D 27. C 28. D
 29. A 30. B 31. ABCD 32. ABD

Exercise # 2

1. $\frac{\pi}{4} \ln(2 + \sqrt{3}) + \frac{\pi^2}{12} - \frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{1}{\sqrt{11}} \ln \frac{\sqrt{11}+1}{\sqrt{11}-1}$

8. $\frac{n}{n^2-1}$ 9. $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ 10. $\frac{19}{72}$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

**for 39 Yrs. Que. of IIT-JEE
&
15 Yrs. Que. of AIEEE
we have distributed already a book**