

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,  
 विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।  
 पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,  
 'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मानव धर्म प्रणेता

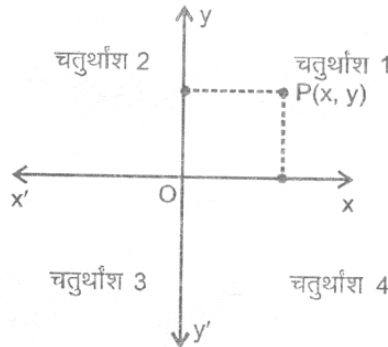
सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

## सरल रेखा (Straight Line)

*The knowledge of which geometry aims is the knowledge of the eternal.....plasa*

### आयतीय (कार्तीय) निर्देश तंत्र (Rectangular Cartesian coordinate systems) :

अब हम द्विविम निर्देशांक ज्यामिति पर ध्यान देंगे जिसमें दो लम्बवत् रेखाएँ निर्देश अक्ष (x-अक्ष तथा y-अक्ष) कहलाती हैं, जो एक समतल में एक बिन्दु की स्थिति ज्ञात करने के काम आती हैं।



○ मूल बिन्दु कहलाता है। इस समतल में कोई बिन्दु P एक आधुनाय क्रमित युग्म (x, y) द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है, जिन्हें उस बिन्दु के निर्देशांक कहते हैं। x, x-निर्देशांक या भुज तथा y, y-निर्देशांक या कोटि कहलाता है। दो लम्बवत् रेखाएँ xox' तथा yoy' समतल को चार भागों में विभक्त करती हैं जिन्हें चतुर्थांश कहते हैं, जो कि चित्रानुसार क्रमांकित हैं।

### दूरी सूत्र (Distance Formula):

दो बिन्दुओं A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) एवं B(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) के बीच की दूरी  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  होती है।

### विभाजन सूत्र (Section Formula):

यदि P(x, y) बिन्दुओं A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) एवं B(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) को मिलाने वाली रेखा को m : n अनुपात में विभाजित करता है, तो

$$x = \frac{mx_2 + ny_1}{m + n}; y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

नोट :

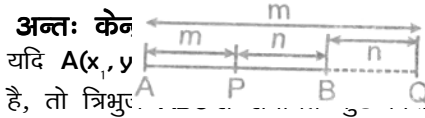
- (i) यदि  $\frac{m}{n}$  धनात्मक है तो विभाजन, अन्तः विभाजन होगा लेकिन यदि  $\frac{m}{n}$  ऋणात्मक है तो यह बाह्य विभाजन

होगा।

- (ii) यदि P, AB को m : n अनुपात में अन्तः विभाजित तथा Q, AB को m : n अनुपात बाह्य विभाजित करते हैं तो P एवं Q, AB के सापेक्ष एक दूसरे के हरात्मक संयुग्मी कहलाते हैं।  
गणितीय रूप में

$$\frac{2}{BA} = \frac{1}{AP} + \frac{1}{AQ} \text{ अर्थात् AP, AB एवं AQ हरात्मक श्रेढ़ी में है।}$$

**केन्द्रक, अन्तः केन्द्र**



**Centroid, Incentre & Excentre)**

यदि  $A(x_1, y_1)$  त्रिभुज  $ABC$  के भीर्श है जिसकी भुजाओं  $BC, CA, AB$  की लम्बाइयाँ क्रमशः  $a, b, c$  हैं, तो त्रिभुज के बिन्दुओं के निर्देशांक निम्न प्रकार हैं -

$$\text{केन्द्रक } G \equiv \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

$$\text{अन्तःकेन्द्र } I \equiv \left( \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c} \right)$$

$$\text{बहिष्केन्द्र (शीर्ष A के सापेक्ष) } I_1 \equiv \left( \frac{-ax_1 + bx_2 + cx_3}{-a + b + c}, \frac{-ay_1 + by_2 + cy_3}{-a + b + c} \right)$$

और इसी प्रकार से भीर्श B एवं C के सापेक्ष भी परिकेन्द्र के निर्देशांक लिखे जा सकते हैं।

- नोट :**
- अन्तःकेन्द्र, कोण अर्द्धको को  $(b+c) : a$ ;  $(c+a) : b$  एवं  $(a+b) : c$  अनुपात में विभाजित करता है।
  - अन्तःकेन्द्र एवं बहिष्केन्द्र जिस कोण अर्द्धको पर स्थित है, उसके सापेक्ष एक दूसरे के हरात्मक संयुग्मी होते हैं।
  - लम्बकेन्द्र केन्द्रक एवं परिकेन्द्र सदैव संरेखीय होते हैं तथा लम्बकेन्द्र एवं परिकेन्द्र को मिलाने वाली रेखा को केन्द्रक 2 : 1 अनुपात में विभाजित करता है।
  - समद्विबाहु त्रिभुज में G, O, I एवं C एक ही रेखा पर स्थित होते हैं तथा समबाहु त्रिभुज में ये सभी चारों बिन्दु संपाती होते हैं।
  - एक समकोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र समकोणीय भीर्श पर होता है तथा परिकेन्द्र कर्ण का मध्य बिन्दु होता है।
  - अधिक कोण त्रिभुज की स्थिति में परिकेन्द्र तथा लम्बकेन्द्र दोनों त्रिभुज के बाहर स्थित होते हैं।

### त्रिभुज का क्षेत्रफल (Area of a Triangle)

यदि  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  एवं  $C(x_3, y_3)$  त्रिभुज ABC के भीर्श हो, तो इस त्रिभुज

का क्षेत्रफल  $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$  द्वारा दिया जाता है जबकि त्रिभुज के भीर्श वामावर्त क्रम में लिखे गये हैं। यदि

सूत्र, भीर्शों को दक्षिणावर्त क्रम में लेने पर ऋणात्मक क्षेत्रफल देता है।

**नोट :** भीर्शों  $(x_1, y_1)$ ;  $(x_2, y_2)$ ; .....  $(x_n, y_n)$  से बने n-भुजाओं वाले बहुभुज का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} \left( \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} x_{n-1} & x_n \\ y_{n-1} & y_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_n & x_1 \\ y_n & y_1 \end{vmatrix} \right)$$

### प्रवणता (Slope Formula) :

यदि एक सरल रेखा x-अक्ष की धनात्मक दिशा से  $\theta$  कोण पर झुकी है तथा  $0^\circ \leq \theta < 180^\circ, \theta \neq 90^\circ$

**Download FREE Study Package from [www.TekoClasses.com](http://www.TekoClasses.com) & Learn on Video [www.MathsBySuhag.com](http://www.MathsBySuhag.com) Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881**

हो, तो रेखा की प्रवणता को  $m$  द्वारा प्रदर्शित किया जाता है तथा  $m = \tan \theta$  द्वारा परिभाषित है। यदि  $\theta$  का मान  $90^\circ$  है, तो  $m$  विद्यमान नहीं होगा परन्तु रेखा  $y$ -अक्ष के समान्तर होगी। यदि  $\theta = 0$  हो, तो  $m = 0$  तथा रेखा  $x$ -अक्ष समान्तर होगी।

यदि  $A(x_1, y_1)$  एवं  $B(x_2, y_2)$ ,  $x_1 \neq x_2$ , बिन्दु सरल रेखा पर है, तो रेखा की प्रवणता  $m = \left( \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right)$  द्वारा दी जाती है।

**तीन बिन्दुओं के संरेखीय होने का प्रतिबन्ध (Condition of collinearity of three points):**

बिन्दु  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  संरेखीय होंगे यदि

(i)  $m_{AB} = m_{BC} = m_{CA}$  अर्थात्  $\left( \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) = \left( \frac{y_2 - y_3}{x_3 - x_2} \right)$  या

(ii)  $A \Delta BC = 0$  अर्थात्  $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$  या

(iii)  $AC = AB + BC$  या  $AB \sim BC$  या

(vi) रेखाखण्ड  $BC$  को बिन्दु  $A$  किसी अनुपात में विभाजित करता हो।

**विभिन्न रूपों में रेखा का समीकरण (Equation of a Straight Line in various forms):**

(i) **बिन्दु प्रवणता रूप** :  $y - y_1 = m(x - x_1)$  उस सरल रेखा का समीकरण है जिसकी प्रवणता  $m$  है तथा जो बिन्दु  $(x_1, y_1)$  से गुजरती हो।

(ii) **प्रवणता अन्तःखण्ड रूप** :  $y = mx + c$  उस सरल रेखा का समीकरण है जिसकी प्रवणता  $m$  है तथा वह  $y$ -अक्ष पर  $c$  अन्तःखण्ड बनाती हो।

(iii) **दो बिन्दु रूप** :  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$  उस सरल रेखा का समीकरण है जो बिन्दु  $(x_1, y_1)$  एवं  $(x_2, y_2)$  से गुजरती है।

(iv) **सारणिक रूप** : बिन्दुओं  $(x_1, y_1)$  एवं  $(x_2, y_2)$  से गुजरने वाली रेखा का समीकरण  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$  है।

(v) **अन्तःखण्ड रूप**:  $\frac{y}{a} + \frac{x}{b} = 1$  उस सरल रेखा का समीकरण है जो  $OX$  एवं  $OY$  अक्षों पर क्रमशः  $a$  एवं  $b$  लम्बाई के अन्तःखण्ड बनाती है।

(vi) **लम्ब/अभिलम्ब रूप**:  $x \cos \theta + y \sin \alpha = p = p$  (जहाँ  $p > 0$ ,  $0 \leq \alpha < 2\pi$ ) सरल रेखा का समीकरण है जहाँ मूल बिन्दु  $O$  से रेखा पर लम्ब की लम्बाई  $p$  है तथा यह लम्ब  $x$ - अक्ष की घनात्मक दिशा से कोण बनाता है।

(vii) **प्राचलिक रूप**:  $P(r) = (x, y) = (x_1 + r \cos \theta, y_1 + r \sin \theta)$  या  $\frac{x - x_1}{\cos \theta} = \frac{y - y_1}{\sin \theta} = r$  रेखा का प्राचलिक रूप में समीकरण है, जहाँ 'r' प्राचल है जिसका यथार्थ मान रेखा पर स्थित बिन्दु  $(x_1, y_1)$  से रेखा पर किसी बिन्दु  $(x, y)$  की दूरी के बराबर होता है।

(viii) **व्यापक रूप** : रेखा की व्यापक रूप में समीकरण  $ax + by + c = 0$  होती है। इस स्थिति में रेखा की प्रवणता  $= -\frac{a}{b}$  x-अन्तःखण्ड  $= -\frac{c}{a}$  y-अन्तःखण्ड  $= -\frac{c}{b}$

**प्रवणताओं के पदों में दो रेखाओं के मध्य कोण**

यदि  $m_1$  एवं  $m_2$  दो प्रतिच्छेदी रेखाओं की प्रवणताएँ ( $m_1 m_2 \neq -1$ ) हो तथा  $\theta$  उनके बीच का न्यूनकोण हो, तो

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

नोट:

- (i) माना  $m_1, m_2, m_3$  क्रमशः तीन रेखाओं  $L_1 = 0; L_2 = 0; L_3 = 0$  की प्रवणताएँ हैं। जहाँ  $m_1 > m_2 > m_3$  हो, तो इन सरल रेखाओं द्वारा बनाये गये त्रिभुज ABC के अन्तःकोण निम्न प्रकार दिये जाते हैं—  
 $\tan A = \frac{m_1 + m_2}{1 + m_1 m_2}; \tan B = \frac{m_2 - m_3}{1 + m_2 m_3}$  एवं  $\tan C = \frac{m_3 - m_1}{1 + m_3 m_1}$
- (ii) बिन्दु  $(x_1, y_1)$  से गुजरने वाली तथा सरल रेखा  $y = mx + c$  से  $\alpha$  कोण बनाने वाली रेखाओं के समीकरण  $(y - y_1) = \tan(\theta - \alpha)(x - x_1)$  जहाँ  
 $(y - y_1) = \tan(\theta + \alpha)(x - x_1)$  है जहाँ  $\tan \theta = m$ .

### समान्तर रेखाएँ (Parallel Lines)

- (i) जब दो रेखाएँ समान्तर होती हैं तो उनकी प्रवणताएँ बराबर होती हैं। अतः  $y = mx + c$  के समान्तर किसी रेखा का समीकरण  $y = mx + d$  रूप में होता है, जहाँ  $d$  प्राचल है।
- (ii) दो रेखाएँ  $ax + by + c = 0$  एवं  $a'x + b'y + c' = 0$  समान्तर होती हैं यदि  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  हो।  
 अतः  $ax + by + c = 0$  के समान्तर कोई रेखा  $ax + by + k = 0$  रूप में होती है, जहाँ  $k$  प्राचल है।
- (iii) दो समान्तर रेखाओं  $ax + by + c_1 = 0$  एवं  $ax + by + c_2 = 0$  के मध्य दूरी  $\left| \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$  होती है।

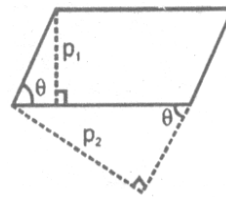
नोट : दोनों समीकरणों में  $x$  तथा  $y$  के गुणांक समान होने चाहिए।

- (iv) किसी भी समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल  $= \frac{p_1 p_2}{\sin \theta}$  से दिया जाता है, जहाँ  $p_1$  एवं  $p_2$   
 क्रमशः समान्तर भुजाओं के मध्य दूरियाँ हैं तथा  $\theta$ , किन्हीं दो आसन्न भुजाओं के मध्य कोण है।

नोट : चार सरल रेखाओं  $y = m_1 x + c_1, y = m_1 x + c_2$  एवं

$y = m_2 x + d_1, y = m_2 x + d_2$  से परिबद्ध समान्तर चतुर्भुज

का क्षेत्रफल  $\left| \frac{(c_1 - c_2)(d_1 - d_2)}{m_1 - m_2} \right|$  द्वारा दिया जाता है।



### लम्बवत रेखाएँ (Perpendicular Lines):

- (i) जब  $m_1$  एवं  $m_2$  प्रवणताओं की दो रेखाएँ समकोण पर होती हैं, तब उनकी प्रवणताओं का गुणनफल  $-1$  होता है अर्थात्  $m_1 m_2 = -1$  अतः  $y = mx + c$  के लम्बवत किसी रेखा का समीकरण

$$y = -\frac{1}{m}x + d \text{ होता है, जहाँ } d \text{ कोई प्राचल है।}$$

- (ii) दो रेखाएँ  $ax + by + c = 0$  एवं  $a'x + b'y + c' = 0$  परस्पर लम्बवत होती हैं यदि  $aa' + bb' = 0$ . अतः  $ax + by + c = 0$  के लम्बवत किसी रेखा का समीकरण  $bx - ay + k = 0$  होता है, जहाँ  $k$  कोई प्राचल है।

रेखा  $ax + by + c = 0$  के सापेक्ष बिन्दु  $(x_1, y_1)$  की स्थिति :

Download FREE Study Package from [www.TekoClasses.com](http://www.TekoClasses.com) & Learn on Video  
[www.MathsBySuhag.com](http://www.MathsBySuhag.com) Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881  
 (Position of the point  $(x_1, y_1)$  relative of the line  $ax + by + c = 0$ )

यदि  $ax_1 + by_1 + c$  का चिह्न  $c$  के चिह्न के समान हो, तो बिन्दु  $(x_1, y_1)$  रेखा  $ax + by + c = 0$  के सापेक्ष उस ओर स्थित होता है जिस ओर मूल बिन्दु स्थित होता है। लेकिन यदि  $ax_1 + by_1 + c$  का चिह्न  $c$  के चिह्न के विपरीत हो, तो बिन्दु  $(x_1, y_1)$  रेखा से मूल बिन्दु के दूसरी तरह होगा।  
 व्यापक रूप में दो बिन्दु  $(x_1, y_1)$  और  $(x_2, y_2)$  रेखा  $ax + by + c = 0$  के एक ही ओर स्थित होंगे यदि  $ax_2 + by_2 + c$  तथा  $ax_1 + by_1 + c$ , समान चिह्न के हो तथा परस्पर रो के विपरीत ओर होंगे यदि  $ax_2 + by_2 + c$  तथा  $ax_1 + by_1 + c$  परस्पर विपरीत चिह्न के हों।

वह अनुपात जिसमें दी गई सरल रेखा दिये गये बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड को विभाजित करता है।  
 (The ratio in which a given line divides the line segment joining two points):

माना दी गई सरल रेखा  $ax + by + c = 0$  बिन्दुओं  $A(x_1, y_1)$  एवं  $B(x_2, y_2)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को  $m : n$  अनुपात में

विभाजित करता है तो  $\frac{m}{n} = -\frac{ax_1by_1 + c}{ax_2by_2 + c}$ .

यदि बिन्दु  $A$  एवं  $B$  दी गई सरल रेखा के एक ही ओर स्थित हो तो अनुपात  $m/n$  ऋणात्मक होता है तथा बिन्दुओं के सरल रेखा के विपरीत ओर स्थित होने पर अनुपात  $m/n$  धनात्मक होता है।

किसी बिन्दु से रेखा पर लम्ब की लम्बाई (Length of perpendicular from a point on a line) :

बिन्दु  $P(x_1, y_1)$  से सरल  $ax + by + c = 0$  पर लम्ब की लम्बाई  $\left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$  द्वारा दी जाती है।

Foot of perpendicular and image of a point about a line :

(i) किसी बिन्दु से रेखा पर लम्ब का पाद  $\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = -\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2}$  से दिया जाता है।

(ii) रेखा  $ax + by + c = 0$  के सापेक्ष बिन्दु  $(x_1, y_1)$  का प्रतिबिम्ब  $\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = -2\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2}$  से दिया जाता है।

दो रेखाओं के मध्य कोणों के समद्विभाजक (Bisectors of the angles between two lines) :

दो रेखाओं  $ax + by + c = 0$  तथा  $a'x + b'y = 0$  ( $ab' \neq a'b$ ) के मध्य कोणों के समद्विभाजकों की समीकरणें

$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$  होती है।

नोट : रेखाओं  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  एवं  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  से समान कोण पर झुकी हुई तथा बिन्दु  $P(x_1, y_1)$  से गुजरने वाली रेखाओं की समीकरण वही होती है जो उन दोनों रेखाओं के मध्य समद्विभाजकों के समान्तर तथा बिन्दु  $P$  से गुजरने वाली रेखाओं की होती है।

न्यूनकोण अर्धक एवं अधिक कोण अर्धक में विभेदन करने की विधि :

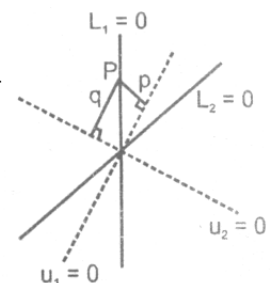
(Methods to discriminate between the acute angle bisector & the obtuse angle bisector)

(i) यदि दो रेखाओं में से कोई एक रेखा एक अर्धक के मध्य का कोण  $\theta$  हो, तो  $\tan \theta$  का मान ज्ञात करते हैं।

यदि  $|\tan \theta| < 1$  हो, तो  $2\theta < 90^\circ$  अतः यह अर्धक न्यून कोण अर्धक होता है।

यदि  $|\tan \theta| > 1$  हो, तो यह अर्धक अधिक कोण अर्धक होता है।

(ii) माना दी गई रेखाएँ  $L_1 = 0$  एवं  $L_2 = 0$  हैं तथा  $u_1 = 0$  एवं  $u_2 = 0$  रेखाएँ  $L_1 = 0$  एवं  $L_2 = 0$  के मध्य कोणों के अर्धक हैं। किसी एक रेखा  $L_1 = 0$  या  $L_2 = 0$  पर बिन्दु  $P$  लेकर  $u_1 = 0$  या  $u_2 = 0$  पर लम्ब डालते हैं। यदि -



$|p| < |q| \Rightarrow u_1$  न्यून कोण अर्द्धक है  
 $|p| > |q| \Rightarrow u_1$  अधिक कोण अर्द्धक है।  
 $|p| = |q| \Rightarrow$  रेखाएँ  $L_1$  एवं  $L_2$  परस्पर लम्बवत् है।

(ii) यदि  $aa' + bb' < 0$  हो, तो न्यूनकोण अर्द्धक की समीकरण

$$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = + \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} \text{ होती है।}$$

परन्तु यदि  $aa' + bb' > 0$  हो, तो अधिक कोण अर्द्धक की समीकरण

$$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = - \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} \text{ होती है।}$$

किसी बिन्दु को रखने वाले तथा नहीं रखने वाले कोणों के अर्धकों में विभेदन की विधि :

(To discriminate between the disector of the angle containing a point)

मूल बिन्दु को रखने वाले तथा मूल बिन्दु को नहीं रखने वाले कोणों के अर्धकों में विभेदन हेतु -  
समीकरणों  $ax + by + c = 0$  एवं  $a'x + b'y + c' = 0$  को इस प्रकार लिखा जाता है कि अक्षर  $c, c'$  दोनों के चिह्न धनात्मक हो

जाये। ऐसी स्थिति में  $\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = + \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$  एवं समीकरण

$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = - \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$  क्रमशः मूल बिन्दु को रखने वाले एवं मूल बिन्दु को नहीं रखने वाले कोण के अर्धकों के

समीकरण को प्रदर्शित करेगा। व्यापक रूप में -

बिन्दु  $(\alpha, \beta)$  को रखने वाले कोण के अर्धक का समीकरण -

(i)  $\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$  होगा यदि व्यंजक  $a\alpha + b\beta + c$  एवं  $a'\alpha + b'\beta + c'$  के चिह्न का एक समान हो।

(ii)  $\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = - \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$  होगा यदि व्यंजक  $a\alpha + b\beta + c$  एवं  $a'\alpha + b'\beta + c'$  पर परस्पर विपरीत

चिह्न के हो।

तीन सरल रेखाओं के संगामी होने का प्रतिबंध (Condition of Concurrency):

तीन रेखाएँ  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ,  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  एवं  $a_3x + b_3y + c_3 = 0$  संगामी होती है यदि

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ हो}$$

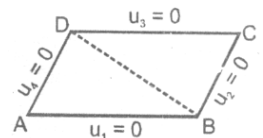
वैकल्पिक विधि : यदि तीन अक्षर A, B एवं C (सभी भून्य नहीं हैं) इस प्रकार ज्ञात किए जा सकते हैं कि  $A(a_1x + b_1y + c_1) + B(a_2x + b_2y + c_2) + C(a_3x + b_3y + c_3) \equiv 0$  हो, तो तीनों रेखाएँ संगामी होती हैं।

रेखा निकाय (Family Of Straight Lines)

रेखाएँ  $L_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$  एवं  $L_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाली सरल रेखाओं के निकाय का समीकरण  $L_1 + kL_2 = 0$  होता है, अर्थात्

$(a_1x + b_1y + c_1) + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$ , जहाँ  $k$  स्वेच्छ वास्तविक संख्या है।

नोट : (i) यदि  $u_1 = ax + by + c$ ,  $u_2 = a'x + b'y + d$ ,  $u_3 = ax + by + c'$   
 $u_4 = a'x + b'y + d'$  हो तो



$u_1 = 0; u_2 = 0; u_3 = 0; u_4 = 0$  एक समान्तर चतुर्भुज का निर्माण करते हैं।

विकर्ण BD का समीकरण  $u_2u_3 - u_1u_4 = 0$  होता है।

(ii) विकर्ण AC का समीकरण  $u_1 + \lambda u_4 = 0$  तथा

$u_2 + \mu u_3 = 0$  होता है, यदि  $\lambda$  तथा  $\mu$  के कुछ वास्तविक मानों के लिए दोनों समीकरणों एक समान हों।

[ $\lambda$  एवं  $\mu$  के मान ज्ञात करने के लिए  $x, y$  के गुणांकों एवं अचर पदों की तुलना करते हैं।]

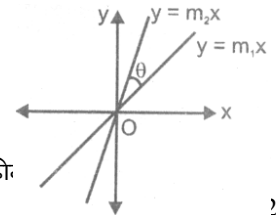
### मूल बिन्दु से गुजरने वाले रेखा युग्म का समीकरण (A Pair of straight lines through origin) :

(i) दो घात का समघात समीकरण " $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ " सदैव मूल बिन्दु से गुजरने वाले रेखा युग्म को प्रदर्शित करता है यदि :

(a)  $h^2 > ab \Rightarrow$  रेखाएँ वास्तविक तथा भिन्न होंगी।

(b)  $h^2 = ab \Rightarrow$  रेखाएँ संपाती होंगी।

(c)  $h^2 < ab \Rightarrow$  रेखाएँ काल्पनिक हैं जिनका प्रतिच्छेद बिन्दु वास्तविक हो।



(ii) यदि रेखाओं  $y = m_1x$  एवं  $y = m_2x$  द्वारा निरूपित समीकरण  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  है, तो  $m_1 + m_2 = -\frac{2h}{b}$

एवं  $m_1 m_2 = \frac{a}{b}$  . .

(iii) यदि सरल रेखा युग्म  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  के मध्य न्यून कोण  $\theta$  हो, तो

$$\tan \theta = \left| \frac{2^2 - ab}{a + b} \right| . .$$

(iv) रेखाओं के लिए प्रतिबंध :

(a) दोनों एक दूसरे से समकोण पर होंगी यदि  $a + b = 0$  अर्थात्  $x^2$  का गुणांक  $+ y^2$  का गुणांक  $= 0$

(b) रेखाएँ संपाती होंगी यदि  $h^2 = ab$ .

(c)  $x$  अक्ष से समान कोण पर झुकी होंगी यदि  $h = 0$  अर्थात्  $xy$  का गुणांक  $= 0$

**नोट :** एक  $n$  घात का समघात समीकरण मूल बिन्दु से जाने वाली  $n$  सरल रेखाओं को प्रदर्शित करता है।

(v) दो सरल रेखाओं  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  के मध्य कोण को समद्विभाजित करने वाले रेखा युग्म का

$$\text{समीकरण } \frac{x^2 - y^2}{a - b} = \frac{xy}{h} \text{ है।}$$

### सरल रेखाओं के युग्म को प्रदर्शित करने वाला व्यापक द्विघात समीकरण :

#### (General equation of second degree representing a pair of straight lines):

(i)  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  एक रेखा युग्म को प्रदर्शित करता है, यदि :

$$abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0 \text{ अर्थात् यदि } \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0.$$

(ii) व्यापक समीकरण द्वारा प्रदर्शित दो सरल रेखाओं के मध्य कोण  $\theta$  वही होता है जो उसके समघात भाग द्वारा प्रदर्शित दो सरल रेखाओं के मध्य होता है।

### समघातीयकरण बनाना (Homogenization):

द्विघात वक्र  $S \equiv ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  एवं सरल रेखा  $L \equiv lx + my + n = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाले सरल रेखा युग्म का समीकरण

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx \left( \frac{lx + my}{-n} \right) + 2fy \left( \frac{lx + my}{-n} \right) + c \left( \frac{lx + my}{-n} \right)^2 = 0 \text{ होता है।}$$

वक्र के समीकरण को सरल रेखा के समीकरण की सहायता से समघात बनाकर समीकरण ज्ञात करते हैं।

**नोट :** दो वक्रों  $C_1 = 0$  एवं  $C_2 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं से गुजरने वाले किसी वक्र की समीकरण  $\lambda C_1 + \mu C_2 = 0$  होती है, जहाँ  $\lambda$  एवं  $\mu$  प्राचल हैं।

## Exercise - 1

### 1-A (OBJECTIVE TYPE QUESTIONS)

केवल एक विकल्प सही

1. तीन बिन्दु  $(-2, 2)$ ,  $(8, -2)$  एवं  $(-4, -3)$ , निम्न में से किसके भीर्श है-  
 (A) समद्विबाहु त्रिभुज (B) समबाहु त्रिभुज (C) एक समकोण त्रिभुज (D) इनमें से कोई नहीं
2. बिन्दुओं  $(0, 4)$  एवं  $(2, 0)$  को मिलाने वाली रेखा पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो इसको 3 : 2 अनुपात में बाह्य विभाजित करता है।  
 (A)  $(3, -4)$  (B)  $(6, -8)$  (C)  $(\frac{3}{5}, \frac{8}{5})$  (D)  $(\frac{8}{5}, \frac{3}{5})$
3. बिन्दु  $A(-4, -1)$ ,  $B(-2, -4)$ ,  $C(4, 0)$  एवं  $D(2, 3)$  निम्न में से किसके भीर्श है-  
 (A) समान्तर चतुर्भुज (B) आयत (C) समचतुर्भुज (D) इनमें से कोई नहीं
4. बिन्दुओं  $(0, 0)$ ,  $(5, 12)$ ,  $(16, 12)$  से निर्मित त्रिभुज का अन्तः केन्द्र है-  
 (A)  $(7, 9)$  (B)  $(9, 7)$  (C)  $(-9, 7)$  (D)  $(-7, 9)$
5. एक त्रिभुज के भीर्श  $(2, 1)$ ,  $(-2, 3)$  एवं  $(4, -3)$  है। इस त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल है-  
 (A) 1.5 sq. units (B) 3 sq. units (C) 6 sq. units (D) 12 sq. units
6. बिन्दु  $A(0, 4)$  और  $B(0, -4)$  दिये गये हैं। यदि  $|AP - BP| = 6$  हो, तो बिन्दु  $P(x, y)$  का बिन्दुपथ है-  
 (A)  $9x^2 - 7y^2 + 63 = 0$  (B)  $9x^2 - 7y^2 - 63 = 0$   
 (C)  $7x^2 - 9y^2 + 63 = 0$  (D)  $7x^2 - 9y^2 - 63 = 0$
7. बिन्दुओं  $(5, 3)$  तथा  $(k^2, k + 1)$  को मिलाने वाले रेखी की प्रवणता  $1/2$  है, तब  $k$  है -  
 (A) 1 (B)  $1 + \sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{2} - 1$  (D)  $-1 - \sqrt{2}$
8. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(-4, 3)$  से गुजरती है और यह बिन्दु उसके अक्षों के मध्य के अन्तः खण्ड को 5 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।  
 (A)  $9x - 20y + 96 = 0$  (B)  $2x - y + 11 = 0$  (C)  $2x + y + 5 = 0$  (D)  $3x - 2y + 7 = 0$
9.  $\Delta ABC$  की भुजाओं  $AB$  एवं  $AC$  के लम्ब समद्विभाजकों की समीकरण क्रमशः  $x - y + 5 = 0$  एवं  $x + 2y = 0$  है। यदि बिन्दु  $A$  के निर्देशांक  $(1, -2)$  हो, तो रेखा  $BC$  का समीकरण है :  
 (A)  $14x + 23y = 40$  (B)  $14x - 23y = 40$  (C)  $23x + 14y = 40$  (D)  $23x - 14y = 40$
10. बिन्दु  $(2, 3)$  की रेखा  $x - y + 12 = 0$  के अनुदिश के रेखा  $2x - 3y + 9 = 0$  से दूरी है-  
 (A)  $5\sqrt{3}$  (B)  $4\sqrt{2}$  (C)  $3\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{2}$
11. कौनसा बिन्दु युग्म रेखा  $3x - 8y - 7 = 0$  के एक ओर स्थित है-  
 (A)  $(0, -1)$  एवं  $(0, 0)$  (B)  $(4, -3)$  एवं  $(0, 1)$   
 (C)  $(-3, -4)$  एवं  $(1, 2)$  (D)  $(-1, -1)$  एवं  $(3, 7)$
12. रेखा  $5x + y + 6 = 0$  में बिन्दु  $(4, -13)$  का प्रतिबिम्ब है-  
 (A)  $(-1, -14)$  (B)  $(3, 4)$  (C)  $(1, 2)$  (D)  $(-4, 13)$
13. रेखाओं  $3x - 4y + 7 = 0$  एवं  $12x + 5y - 2 = 0$  के मध्य न्यून कोण के अर्द्धक का समीकरण ज्ञात कीजिए।  
 (A)  $11x - 3y + 9 = 0$  (B)  $3x + 11y - 13 = 0$  (C)  $3x + 11y - 3 = 0$  (D)  $11x - 3y + 2 = 0$
13. रेखाओं  $3x - 4y + 7 = 0$  हो, तो  $ax + by + c = 0$  से प्रदर्शित सरल रेखाएँ निम्न में से किस बिन्दु पर संगामी हैं-  
 (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$  (B)  $(1, 3)$  (C)  $(3, 1)$  (D)  $(\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$
15. यदि समीकरण  $ax^2 + 10xy + y^2 = 0$  द्वारा निरूपित रेखाओं के युग्म में से एक रेखा की प्रवणता दूसरी रेखा की प्रवणता से चार गुना है, तो  $a$  का मान है-  
 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 16
16. समीकरण  $(x^2 + y^2)\sqrt{3} = 4xy$  द्वारा निरूपित रेखाओं के मध्य कोणों के अर्द्धकों की संयुक्त समीकरण है-



(A)  $y^2 - x^2 = 0$       (B)  $xy = 0$       (C)  $x^2 + y^2 = 2xy$       (D)  $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{3}} = \frac{xy}{2}$

17. माना द्विघात समीकरण  $x^2 + 2\sqrt{2}xy + 2y^2 + 4x + 4\sqrt{2}y + 1 = 0$  सरल रेखाओं के युग्म को प्रदर्शित करती है तो इन रेखाओं के मध्य दूरी है-

(A) 4      (B)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$       (C) 2      (D)  $2\sqrt{3}$

18. सरल रेखा  $2x + y = 1$  एवं वक्र  $3x^2 + 4xy - 4x + 1 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली सरल रेखाओं के मध्य कोण है-

(A)  $\frac{\pi}{2}$       (B)  $\frac{\pi}{3}$       (C)  $\frac{\pi}{4}$       (D)  $\frac{\pi}{6}$

एक से अधिक विकल्प सही

19. बिन्दुओं (0, 0) एवं (9, 12) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभुजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक है-

(A) (3, 4)      (B) (8, 6)      (C) (6, 8)      (D) (4, 0)

20. यदि बिन्दु (k, 2 - 2k), (1 - k, 2k) एवं (-k - 4, 6 - 2k) संरेखीय हो, तो k संभव मान है-

(A)  $-\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 1      (D) -1

21. रेखा  $x + y = 4$  पर वह बिन्दु जो रेखा  $4x + 3y = 10$  से इकाई दूरी पर स्थित है, है-

(A) (3, 1)      (B) (7, 11)      (C) (-7, 11)      (D) (1, 3)

22. एक आयत की एक भुजा रेखा  $4x + 7y + 5 = 0$  के अनुदिश है। इसके दो भीर्श (-3, 1) एवं (1, 1) है। तो इसकी अन्य भुजाओं के समीकरण है :

(A)  $7x - 4y + 25 = 0$       (B)  $7x + 4y + 25 = 0$   
 (C)  $7x - 4y - 3 = 0$       (D)  $4x + 7y = 11$

1- B (SUBJECTIVE TYPE QUESTIONS)

1. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (2a, 4a), (2a, 6a) एवं (2a +  $\sqrt{3}a$ , 5a) एक समबाहु त्रिभुज के भीर्श है जिसकी भुजा 2a है।

2. बिन्दुओं (3, 5) एवं (-7, 9) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु  $(\frac{1}{2}, 6)$  किस अनुपात में विभाजित करता है यह

3. एक त्रिभुज के दो भीर्श (-2, 4) एवं (7, -3) है तथा इसका केन्द्रक (3, 2) है, तो तृतीय भीर्श के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

4. उस त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात कीजिए जिसके भीर्श (-2, -3) (-1, 0) (7, -6) है।

5. बिन्दु A एवं B क्रमशः (3, 4) एवं (5, -2) है। बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके लिए PA = PB एवं त्रिभुज PAB का क्षेत्रफल 10 वर्ग इकाई है।

6. निम्नलिखित भीर्शों वाले चतुर्भुजों का क्षेत्रल ज्ञात कीजिए -  
 (i) (0, 0) (6, 0) (4, 3) (0, 3)      (ii) (0, 0) (a, b) (0, b)

7. उस बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जिसकी x-अक्ष से दूरी y-अक्ष से दूरी की दुगुनी है।

8. एक त्रिभुज के केन्द्रक का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जिसके भीर्श के निर्देशांक (a cos t, a sin t), (b sin t, - b cos t) तैर (1, 0) है, जहाँ 't' प्राचल है।

9. यदि बिन्दु (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>), (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) एवं (x<sub>3</sub>, y<sub>3</sub>) संरेखीय है, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $\frac{y_2 - y_3}{x_2 x_3} + \frac{y_3 - y_1}{x_3 x_1} + \frac{y_1 - y_2}{x_1 x_2} = 0$ .

10. अक्षों के बराबर झुकाव वाली तथा y-अक्ष पर -5 इकाई के बराबर अन्तःखण्ड काटने वाली सरल रेखा की समीकरण ज्ञात कीजिए।

11. त्रिभुज ABC की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक D(2, 1), E(5, 3) एवं F(3, 7) है। इसकी भुजाओं के समीकरण तथा लम्बाईयाँ ज्ञात कीजिए।

12. रेखा  $x - 2y = 3$  से 45° का कोण बनाने वाली रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

13. उस त्रिभुज के लम्बकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ क्रमशः  $3x - 2y = 6$ ,  $3x + 4y + 12 = 0$  एवं  $3x - 8y + 12 = 0$  है।

14. बिन्दुओं (2, 1) तथा (1, 2) से गुजरने वाली रेखा की प्राचलिक समीकरण ज्ञात कीजिये।

15. समान्तर रेखाओं  $3x - 4y + 5 = 0$  तथा  $3x - 4y + 7 = 0$  के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।

16. यदि मूल बिन्दु से रेखाओं  $x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta = a$  एवं  $x \cos \theta - y \sin \theta = a \cos 2\theta$  पर डालने गए लम्बों की

- लम्बाईयाँ क्रमशः  $p$  एवं  $p'$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $4p^2 + p'^2 = a^2$ .
- उस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाएँ  $y = x + 3$  तथा  $2x - y + 1 = 0$  तथा अन्य दो भुजाएँ  $(0, 0)$  से गुजरती हैं।
  - रेखाओं  $4x + 3y - 7 = 0$  एवं  $24x + 7y - 31 = 0$  के मध्य उस कोण के अर्द्धक की समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें मूल बिन्दु स्थित है।
  - सिद्ध कीजिए  $x(a + 2b) + y(a - 3b) = (a - b)$ ,  $a, b$  के सभी वास्तविक मानों के लिए एक स्थिर बिंदु से गुजरती है।
  - $k$  का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिये समीकरण  $12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + k = 0$  एक सरल रेखा युग्म को प्रदर्शित कर सके।

## Exercise - 2

### 2-A (OBJECTIVE TYPE QUESTIONS)

केवल एक विकल्प सही

- त्रिभुज ABC का लम्बकेन्द्र 'B' है तथा परिकेन्द्र 'S'  $(a, b)$  है। यदि A मूल बिन्दु हो, तो भीर्श C के निर्देशांक हैं :  
 (A)  $(2a, 2b)$  (B)  $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$  (C)  $(\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$  (D) इनमें से कोई नहीं
- किसी त्रिभुज ABC के भीर्श  $A(-1, 0)$ ,  $B(-2, 3/4)$  एवं  $C(-3, -7/6)$  है तथा लम्बकेन्द्र H है, तो त्रिभुज BCH का लम्बकेन्द्र होगा :  
 (A)  $(-3, -2)$  (B)  $(1, 3)$  (C)  $(-1, 2)$  (D) इनमें से कोई नहीं
- त्रिभुज ABC में A के निर्देशांक  $(1, 2)$  है तथा B तथा C से गुजरने वाली माध्यिकाओं की समीकरण क्रमशः  $x + y = 5$  एवं  $= 4$  है, तो B एवं C के निर्देशांक क्रमशः होंगे -  
 (A)  $(-2, 7)$ ,  $(4, 3)$  (B)  $(7, -2)$ ,  $(4, 3)$  (C)  $(2, 7)$ ,  $(-4, 3)$  (D)  $(2, -7)$ ,  $(3, -4)$
- रेखा  $y = 0.2x$  द्वारा  $x$ -अक्ष के साथ बनाए गए कोण का दुगुना कोण बनाने वाली एवं मूलबिन्दु से गुजरने वाली सरल रेखा का समीकरण है:  
 (A)  $y = 0.4x$  (B)  $y = (5/12)x$  (C)  $6y - 5x = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं
- एक चर सरल रेखा, स्थिर बिन्दु  $(a, b)$  से गुजरती हुई निर्देशी अक्षों को A एवं B पर काटती है। यदि 'O' मूल बिन्दु हो, तो त्रिभुज OAB के केन्द्रक का बिन्दुपथ है-  
 (A)  $bx + ay - 3xy = 0$  (B)  $bx + ay - 2xy = 0$   
 (C)  $ax + by - 3xy = 0$  (D)  $ax + by - 2xy = 0$
- रेखाओं  $|x| + |y| = 2$  से निर्मित चतुर्भुज का क्षेत्रफल है -  
 (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) इनमें से कोई नहीं
- मूल बिन्दु एवं बिन्दु  $(1, 1)$  सरल रेखा  $z^2x + z by + 1 = 0 \forall a \in R, b > 0$  के एक ही ओर स्थित होने के लिए  $b$  के मानों का समुच्चय है -  
 (A)  $b \in (2, 4)$  (B)  $b \in (0, 2)$  (C)  $b \in [0, 2]$  (D)  $(2, \infty)$
- बिन्दु  $(a^2, a + 1)$  रेखाओं  $3x - y + 1 = 0$  एवं  $x + 2y - 5 = 0$  के मध्य उस कोण में स्थित होगा जिसमें मूल बिन्दु स्थित है यदि-  
 (A)  $a \geq 1$  या  $\leq -3$  (B)  $a \in (-3, 0) \cup (1/3, 1)$   
 (C)  $a \in (0, 1)$  (D) इनमें से कोई नहीं
- मूल बिन्दु से परस्पर लम्बवत् दो सरल रेखाएँ, सरल रेखा  $2x + y = a$  के साथ समद्विबाहु त्रिभुज बनाते हुए खींची जाती है। तो त्रिभुज का क्षेत्रफल है -  
 (A)  $\frac{a^2}{2}$  (B)  $\frac{a^2}{3}$  (C)  $\frac{a^2}{5}$  (D) इनमें से कोई नहीं
- रेखा दर्पण  $y = x$  में बिन्दु  $A(1, 2)$  का प्रतिबिम्ब B है तथा रेखा दर्पण  $y = 0$  में B के प्रतिबिम्ब के निर्देशांक  $(\alpha, \beta)$  हैं, तो -  
 (A)  $\alpha = 1, \beta = -2$  (B)  $\alpha = 0, \beta = 0$  (C)  $\alpha = 2, \beta = -1$  (D) इनमें से कोई नहीं
- रेखा  $x + 3y - 2 = 0$  एक सरल रेखा युग्म के मध्य कोण को समद्विभाजित करती है। यदि रेखा युग्म की एक समीकरण  $x - 7y + 5 = 0$  हो, तो अन्य रेखा की समीकरण है-  
 (A)  $3x + 3y - 1 = 0$  (B)  $x - 3y + 2 = 0$  (C)  $5x + 5y - 3 = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं

12. सरल रेखा  $x + 2y = 4$  द्वारा अक्षों के मध्य काटे गये अन्तःखण्ड को एक भुजा लेकर एक वर्ग, मूल बिन्दु के विपरीत ओर, बनाया जाता है, तो इसके विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक होंगे :  
 (A) (2, 3) (B) (3, 2) (C) (3, 3) (D) इनमें से कोई नहीं
13. बिन्दु A(3, 10) से उत्सर्जित होने वाली एक प्रकाश किरण, सरल रेखा  $2x + y - 6 = 0$  से परावर्तित होकर बिन्दु B(4, 3) से गुजरती है, तो परावर्तित प्रकाश किरण का समीकरण होगा -  
 (A)  $3x - y + 1 = 0$  (B)  $a + 3y - 13 = 0$  (C)  $3x + y - 15 = 0$  (D)  $x - 3y + 5 = 0$
14. दो रेखाओं  $3x - 4y + 12 = 0$  एवं  $12x - 5y + 7 = 0$  के बीच बिन्दु (-1, 4) को समाहित करने वाले कोण के अर्धक का समीकरण है-  
 (A)  $21x + 27y + 121 = 0$  (B)  $21x - 27y + 121 = 0$   
 (C)  $21x + 27y + 191 = 0$  (D)  $\frac{-3x + 4y - 12}{5} = \frac{12x - 5y + 7}{13}$
15. दो रेखाओं  $L_1$  एवं  $L_2$  के समद्विभाजकों की समीकरण  $2x - 16y - 5 = 0$  एवं  $64x + 8y + 35 = 0$  है। यदि रेखा  $L_1$  बिन्दु (-11, 4) से गुजरती है, तो  $L_1$  एवं  $L_2$  के मध्य न्यून कोण अर्द्धक की समीकरण है -  
 (A)  $2x - 16y - 5 = 0$  (B)  $64x + 8y + 35 = 0$   
 (C) आँकड़े अपर्याप्त है। (D) इनमें से कोई नहीं
16. AB एक चर रेखा है जो निर्देशी अक्षों के बीच इस प्रकार फिसल रही है कि A, x-अक्ष पर स्थित है और b, y-अक्ष पर स्थित है। यदि AB पर एक चर बिन्दु P इस प्रकार है कि  $PA = b$ ,  $PB = a$  और  $AB = a + b$ , तो P के बिन्दुपथ का समीकरण है-  
 (A)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  (C)  $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$  (D) इनमें से कोई नहीं
17. रेखा युग्म  $xy - 3y^2 + y - 2x + 10 = 0$  के लम्बवत् एवं मूल बिन्दु से गुजरने वाले रेखा युग्म का समीकरण है -  
 (A)  $xy - 3y^2 = 0$  (B)  $xy + 3y^2 = 0$  (C)  $xy + 3y^2 = 0$  (D)  $x^2 - y^2 = 0$
18. यदि सरल रेखाओं के युग्म  $x^2 - 2p xy - y^2 = 0$  एवं  $x^2 - 2a xy - y^2 = 0$  इस प्रकार है कि प्रत्येक युग्म अन्य युग्म के मध्य कोणों को समद्विभाजित करता है, तो -  
 (A)  $pq = -1/2$  (B)  $pq = -2$  (C)  $pq = -1$  (D)  $p/q = -1$
19. वक्र  $5x^2 + 12xy - 6y^2 + x - 2y + 3 = 0$  एवं रेखा  $x + ky - 1 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली सरल रेखाएँ x-अक्ष से समान कोण पर झुकी हुई हो तो, k का मान है -  
 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) 3

एक से अधिक विकल्प सही

20. दो प्रतिच्छेदी रेखाओं  $\frac{x-3}{\cos \theta} = \frac{y+5}{\sin \theta}$  एवं  $\frac{x-3}{\cos \phi} = \frac{y+5}{\sin \phi}$  के मध्य कोणों के अर्द्धकों की समीकरण  $\frac{x-3}{\cos \alpha} = \frac{y+5}{\sin \alpha}$  एवं  $\frac{x-3}{\beta} = \frac{y+5}{\gamma}$  हो, तो (A)  $\alpha = \frac{\theta + \phi}{2}$  (B)  $\beta = -\sin \alpha$  (C)  $\gamma = \cos \alpha$  (D)  $\beta = \sin \alpha$
21. बिन्दु (4, 5) से गुजरने वाली एवं रेखाओं  $3x = 4y + 7$  तथा  $5y = 12x + 6$  के समान कोण पर झुकी रेखा की समीकरण है -  
 (A)  $9x - 7y = 1$  (B)  $9x + 7y = 71$  (C)  $7x + 9y = 73$  (D)  $7x - 9y + 17 = 0$
22. यदि समीकरण  $2x^2 + k xy - 3y^2 - x - 4y - 1 = 0$  रेखाओं के युग्म को प्रदर्शित करती है, तो k का मान हो सकता है -  
 (A) 1 (B) 5 (C) -1 (D) -5
23. यदि  $a^2 + 9b^2 - 4c^2 = 6 ab$  हो तो रेखा समूह  $ax + by + c = 0$  किस बिन्दु पर संगामी है-  
 (A) (1/2, 3/2) (B) (-12/2, -3/2) (C) (-1/2, 3/2) (D) (1/2, -3/2)

## 2-B (SUBJECTIVE TYPE QUESTIONS)

1. एक चर रेखा  $x \cos \theta + t \sin \theta = 2$ , x एवं y अक्ष को क्रमशः A एवं B बिन्दुओं पर काटती है। आयत OAPB के भीर्ष P का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जबकि O मूल बिन्दु है।
2. सरल रेखाओं  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  एवं  $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाली एक चर रेखा, निर्देशी अक्षों को क्रमशः A एवं B पर मिलती है। प्रदर्शित कीजिए कि AB के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ  $2xy(a + b) = ab(x + y)$  है।
3. यदि  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  एक त्रिभुज के भीर्ष हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि -

- (i) A से गुजरने वाली माध्यिका को  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$  लिखा जा सकता है।
- (ii) A से गुजरने वाली एवं BC के समान्तर रेखा  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$  होगी।
- (iii) A से गुजरने वाले कोण अर्द्धक की समीकरण  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$  होगी।

जहाँ  $b = AC$  एवं  $c = AB$ .

4. यदि सरल रेखाओं  $ax + by + p = 0$  एवं  $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$  के मध्य कोण  $\pi/4$  हो तथा सरल रेखा  $x \sin \alpha - y \cos \alpha = 0$  को दी गई दोनों रेखाएँ समान बिन्दु पर मिलती हैं, तो  $a^2 + b^2$  का मान ज्ञात कीजिए।
5.  $\beta$  के लिए प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिन्दु  $(0, \beta)$  सरल रेखाओं  $y + 3x + 2 = 0$ ,  $3y - 2x - 5 = 0$  एवं  $4y + x - 14 = 0$  से निर्मित त्रिभुज पर या अंदर स्थित हो।
6. माना दो बिन्दुओं A एवं B के निर्देशांक क्रमशः  $(1, 2)$  एवं  $(7, 5)$  है। AB को समत्रिविभाजित करने वाले बिन्दु जो B के नजदीक है, के सापेक्ष AB को वामावर्त दिशा में  $45^\circ$  कोण से घुमाया जाता है। नई स्थिति में रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
7. बिन्दु  $(1, 1)$  से गुजरने वाली एवं समीकरण  $x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$  द्वारा प्रदर्शित रेखाओं के समान्तर सरल रेखाओं की समीकरण ज्ञात कीजिए।
8. प्रदर्शित कीजिए कि वक्र  $3x^2 - y^2 - 2x + 4y = 0$  की सभी जीवाएँ जो मूल बिन्दु पर समकोण बनाती हैं, संगामी होती हैं। क्या यह परिणाम वक्र  $3x^2 + 3y^2 - 2x + 4y = 0$  के लिए भी सत्य है? यदि हाँ, तो संगामी बिन्दु क्या है एवं यदि नहीं, तो कारण बताइये।
9. भीर्शों A  $(0, 0)$ , B  $(2, 1)$ , C  $(3, 0)$  वाले त्रिभुज में बनने वाले वर्शों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जबकि इसके दो भीर्श भुजा AC पर स्थित हैं।
10. त्रिभुज ABC की भुजाओं AB एवं AC के लम्बों की समीकरण क्रमशः  $x - y - 4 = 0$  एवं  $2x - y - 5 = 0$  है। यदि भीर्श A  $(-2, 3)$  एवं लम्ब समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु  $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$  हो, तो भुजाओं AB एवं AC की माध्यिकाओं की समीकरण ज्ञात कीजिए।
11. समानतर चतुर्भुज की दो क्रमागत भुजाएँ  $4x + 5y = 0$  एवं  $7x + 2y = 0$  हैं। यदि एक विकर्ण की समीकरण  $11x + 7y = 9$  हो, तो अन्य विकर्ण की समीकरण ज्ञात कीजिए।
12. x एवं y-अक्ष पर दो स्थिर बिन्दु क्रमशः A और B इस प्रकार लिए जाते हैं कि  $OA = a$  और  $OB = b$ . दो चर बिन्दु C और D क्रमशः x एवं y-अक्ष पर लिये जाते हैं। AD और CB के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जबकि  $\frac{1}{OC} - \frac{1}{OD} = \frac{1}{DA} - \frac{1}{OB}$ .
13. उभयनिष्ठ लम्बाई c के एक सरल रेखाखण्ड के दो सिरे A और B स्थिर आयतीय अक्षों क्रमशः Ox और Oy पर फिसलते हैं। यदि आयत OAPB पूर्ण होता है तो प्रदर्शित कीजिए कि P से AB पर डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ  $x^{2/3} + y^{2/3} = c^{2/3}$  है।
14. उस त्रिभुज की भुजाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके दो अन्तः कोणों के अर्द्धकोणों की समीकरण  $x - 1 = 0$  एवं  $x - y - 1 = 0$  है तथा भीर्श  $(4, -1)$  है।

## Exercise - 3

### 3-A (MATCH THE COLUMN)

1. स्तम्भ मिलान कीजिए -  
स्तम्भ - I

स्तम्भ - II

- (A) निर्देशा अक्षों को समद्विभाजित करने वाली रेखा की प्रवणता है -

(p) 3

- (B) रेखा  $3x + 4y + 12 = 0$  के निर्देशा अक्षों के साथ बनाये गये त्रिभुज का क्षेत्रफल है- (q) 1
- (C) यदि  $2x^2 - 2xy - y^2 - 6x + 6y + c = 0$  एक सरल रेखा युग्म को प्रदर्शित करता है, तो  $c$  है- (r) 6
- (D) यदि समांतर सरल रेखाओं  $x^2 + 2xy + y^2 - 8ax - 8ay - 9a^2 = 0$  के मध्य दूरी  $25\sqrt{2}$  है, तो  $a/5$  बराबर है- (s) -1

3-B (ASSERTION/REASON)

2. कथन -1 :  $3x^2 + 4xy + y^2 = 0$  तथा  $7x^2 + 12xy + y^2 = 0$  परस्पर समान कोण पर झुकी रेखाओं को प्रदर्शित करती है।  
 कथन-2: यदि  $a_1x^2 + 2h_1xy + b_1y^2 = 0$  तथा  $a_2x^2 + 2h_2xy + b_2y^2 = 0$  पर स्पर समान कोण पर झुकी रेखाओं को प्रदर्शित करती है तो दोनों युग्मों के कोण समद्विभाजक समान होंगे।  
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
3. कथन-1 : उस चतुर्भुज के विकर्णों के मध्य कोण  $\pi/2$  है जिसकी भुजाएँ  $3x + 2y + 1 = 0, 3x + 2y + 2 = 0, 2x + 3y + 1 = 0$  तथा  $2x + 3y + 2 = 0$  है।  
 कथन-2: समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित होते हैं।  
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
4. कथन-1: रेखा  $y - x + 12 = 0$  पर स्थित प्रत्येक बिंदु, रेखाओं  $3x + 4y - 12 = 0$  तथा  $4x + 3y - 12 = 0$  से समान दूरी पर स्थित है।  
 कथन-2: उस बिन्दु का बिंदुपथ जो दो रेखाओं से समान दूरी पर स्थित है, उन दोनों रेखाओं का कोण समद्विभाजक होगा।  
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है। (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

5. कथन-1: बिन्दु (5, 6) से गुजरने वाली उस रेखा से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 60 वर्ग इकाई है, जिसका अक्षों के मध्य काटा गया अन्तःखण्ड इस बिन्दु पर समद्विभाजित होता है।  
 कथन-2: बिन्दु  $(\alpha, \beta)$  से गुजरने वाली तथा अक्षों द्वारा बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होता है, जबकि  $(\alpha, \beta)$  अक्षों के मध्य के अन्तःखण्ड का मध्य बिन्दु हो।  
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

3-C (COMPREHENSION)

6. माना कि ABC एक न्यूनकोण त्रिभुज है तथा AB, BE तथा CF इसकी माध्यिकाएँ हैं जहाँ E तथा F क्रमशः बिन्दु E(3, 4) और F(1, 2) हैं तथा त्रिभुज ABC का केन्द्रक G(3, 2) है, तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।  
 6.1 भुजा AB का समीकरण है-  
 (A)  $2x + y = 4$  (B)  $x + y - 3 = 0$  (C)  $4x - 2y = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं  
 6.2 D के निर्देशांक हैं -  
 (A) (7, -4) (B) (5, 0) (C) (7, 4) (D) (-3, 0)  
 6.3 बिन्दु A से डाले गये भीर्शाभिलम्ब की ऊँचाई (इकाई में) है -  
 (A)  $4\sqrt{4}$  (B)  $3\sqrt{2}$  (C)  $6\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{3}$   
 7. अनुच्छेद  
 दो सरल रेखाएँ AB तथा AC जिनकी समीकरणें क्रमशः  $3x + 4y = 5$  और  $4x - 3y = 15$  हैं, तो बिन्दु (1, 2) से गुजरने वाली रेखा BC की सम्भावित समीकरण, जबकि  $\Delta ABC$  समद्विबाहु है,  $L_1 = 0$  या  $L_2 = 0$  है, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।  
 7.1 यदि  $L_1 \equiv ax + by + c = 0$  तथा  $L_2 \equiv dx + ey + f = 0$  जहाँ  $a, b, c, d, e, f \in I$  एवं  $a, d > 0$  हो, तो  $c + f =$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4  
 7.2 एक सरल रेखा बिन्दु P(2, c + f - 1) से गुजरती है तथा धनात्मक y-अक्ष से  $60^\circ$  का कोण बनाती है, तो इस रेखा पर बिन्दु P से (+f) इकाई दूरी पर एक बिन्दु के निर्देशांक होंगे। (c, f प्रश्न संख्या 7.1 में निकाले गये हैं)  
 (A)  $(2 + 2\sqrt{3}, 5)$  (B)  $(3 + 2\sqrt{3}, 3)$  (C)  $(2 + 3\sqrt{2}, 4)$  (D)  $(2 + 3\sqrt{2}, 3)$   
 7.3 यदि प्रश्न संख्या 7.2 में प्राप्त बिन्दु के निर्देशांक (a, b) हैं, तो उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिन्दु से  $|b - 2a - 1|$  इकाई दूरी पर है और प्रथम चतुर्थांश में निर्देशी में निर्देशी अक्षों पर समान अन्तःखण्ड काटती है।  
 (A)  $x + y + 4\sqrt{6} = 0$  (B)  $x + y + 2\sqrt{6} = 0$  (C)  $x + y - 4\sqrt{6} = 0$  (D)  $x + y - 2\sqrt{6} = 0$

3-D(TRUE/FALSE)

8. x-अक्ष से  $45^\circ$  कोण पर झुकी हुई तथा y अक्षा की धनात्मक दिशा से इकाई अन्तःखण्ड काटने वाली रेखा का समीकरण  $x - y + 1 = 0$  है।  
 9. रेखा  $x + 7y + 2 = 0$  के समान्तर तथा बिन्दु (1, -1) से इकाई दूरी पर दो सरल रेखाओं की समीकरण  $x + 7y + 6 \pm 5\sqrt{2} = 0$  है।  
 10. बिन्दु (4, 5) की सरल रेखा  $3x - 5y + 7 = 0$  से दूरी  $\frac{5}{\sqrt{34}}$  होगी।  
 11. रेखाओं  $3x - 4y + 7 = 0$  एवं  $12x - 5y - 8 = 0$  के मध्य कोणों के अर्द्धको के समीकरण  $99x - 77y + 51 = 0, 21x + 27y - 131 = 0$  है।  
 12.  $\Delta ABC$  में भुजा AB का समीकरण  $2x + 3y = 29$  तथा भुजा AC का समीकरण  $x + 2y = 16$  है। यदि भुजा BC का मध्य बिन्दु (5, 6) हो, तो BC का समीकरण  $2x - y = 17$  है।

3-E(FILL IN THE BLANKS)

13. रेखाओं  $2x + 5y + 4 = 0$ ,  $5x + 2y + 7 = 0$ ,  $2x + 5y + 3 = 0$  तथा  $5x + 2y + 6 = 0$  से बनने वाली आकृति \_\_\_\_\_ है।
14. बिन्दु  $(1, 2)$  से रेखा  $L$  पर डाले गये लम्ब का पाद  $(2, 3)$  है, तब रेखा  $L$  \_\_\_\_\_ है।
15. रेखा  $3x + 4y - 1 = 0$  पर, मूल बिन्दु से निकटतम बिन्दु \_\_\_\_\_ है।
16. यदि  $2a = 3b + 4c$  तथा  $ax + by + c = 0$  द्वारा प्रदर्शित रेखा निकाय \_\_\_\_\_ बिन्दु पर संगामी होता है।
17. यदि  $K(x - 3)x^2 + 16xy + (k + 1)y^2 = 0$  द्वारा प्रदर्शित रेखा युग्म, परस्पर लम्बवत् तब  $k =$  \_\_\_\_\_.

## Exercise - 4

### SECTION - A (PREVIOUS JEE QUESTIONS)

#### IIT - JEE - 2008

1. तीन बिन्दु लीजिये  $P = (-\sin(\beta - \alpha) - \cos \beta)$ ,  $Q = (\cos(\beta - \alpha), \sin \beta)$  तथा  $R = (\cos(\beta - \alpha + \theta), \sin(\beta - \theta))$ , जहाँ  $0 < \alpha, \beta, \theta < \frac{\pi}{4}$  है। तो
- (A) P रेखीय खंड RQ पर है। (B) Q रेखीय खंड PR पर है।  
 (C) R रेखीय खंड OP पर है। (D) P, Q, R असंरेख है।

#### IIT-JEE-2007

2. माना कि  $O(0,0)$ ,  $P(3,4)$ ,  $Q(6,0)$  त्रिभुज OPQ के भीर्षबिन्दु (vertices) है। R त्रिभुज OPQ का अंदर एक ऐसा बिन्दु है कि त्रिभुजों OPR, PQR, OQR के क्षेत्रफल बराबर है। R के निर्देशांक (coordinates) हैं-
- (A)  $\left(\frac{4}{3}, 3\right)$  (B)  $\left(3, \frac{2}{3}\right)$  (C)  $\left(3, \frac{4}{3}\right)$  (D)  $\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$
3. रेखायें  $L_1 : y - x = 0$  तथा  $L_2 : 2x + y = 0$  रेखा  $L_3 : 2x + y = 0$  रेखा  $L_3 : y + 2 = 0$  को क्रमशः P तथा Q पर काटती है।  $L_1$  तथा  $L_2$  के बीच के न्यूनकोण (acute angle) का द्विभाजक (bisector)  $L_3$  को R पर काटता है।
- वक्तव्य - 1 : PT : RQ का अनुपात  $2\sqrt{2} : \sqrt{5}$  है।

**क्योंकि**

वक्तव्य - 2 : किसी भी त्रिभुज के एक कोण का द्विभाजक त्रिभुज को दो समरूप (similar)

त्रिभुजों में विभाजित करता है।

- (A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है  
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) वक्तव्य -1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।  
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है

#### IIT-JEE-2005

4. x-अक्ष के समान्तर एवं  $P(h, k)$  से गुजरने वाली रेखा तथा रेखाओं  $y = x$  एवं  $x + y = 2$  द्वारा निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल  $4h^2$  हैं, तो बिन्दु P का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए।

#### IIT-JEE-2004

5. रेखा युग्म  $x^2 - y^2 + 2y = 1$  के कोण समद्विभाजकों एवं रेखा  $x + y + 3 = 0$  से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल है-
- (A) 2 वर्ग इकाई (B) 4 वर्ग इकाई (C) 6 वर्ग इकाई (D) 8 वर्ग इकाई

#### IIT-JEE-2003

6. भीर्ष  $(0, 0)$ ,  $(0, 21)$  एवं  $(21, 0)$  वाले त्रिभुज के ठीक अंदर स्थित पूर्णांक बिन्दुओं (अर्थात् ऐसे बिन्दु जिनके x व y दोनों निर्देशांक पूर्णांक हो) की संख्या है -

7. बिन्दुओं (0, 0), (3, 4) एवं (4, 0) से निर्मित त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है-  
 (A) 133 (B) 190 (C) 233 (D) 105  
 (A)  $\left(3, \frac{5}{4}\right)$  (B) (3, 12) (C)  $\left(3, \frac{3}{4}\right)$  (D) (3, 9)
8. सरल रेखाओं  $x^2 - 8x + 12 = 0$  और  $y^2 - 14y + 45 = 0$  द्वारा निर्मित वर्ग में बनाए गए अंतर्गत वृत्त (inscribed circle) का केन्द्र होगा -  
 (A) (4, 7) (B) (7, 4) (C) (9, 4) (D) (4, 9)

**IIT-JEE-2002**

9. वक्रों  $y = |x| - 1$  एवं  $y = -|x| + 1$  से परिबद्ध क्षेत्रफल है-  
 (A) 1 (B) 2 (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 4
10. माना  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  स्थिर कोण है। यदि  $P = (\cos \theta, \sin \theta)$  तथा  $Q = (\cos(\alpha - \theta), \sin(\alpha - \theta))$  हो, तो P से Q प्राप्त होगा  
 (A) मूल बिन्दु के सापेक्ष  $\alpha$  कोण से दक्षिणावर्त घूर्णन द्वारा  
 (B) मूल बिन्दु के सापेक्ष  $\alpha$  कोण से वामावर्त घूर्णन द्वारा  
 (C) मूल बिन्दु से गुजरने वाली एक  $\tan \alpha$  प्रणवता वाल सरल रेखा में प्रतिबिम्ब द्वारा  
 (D) मूल बिन्दु से गुजरने वाली  $(\alpha/2)$  प्रणवता वाली सरल रेखा में प्रतिबिम्ब द्वारा
11. यदि तीन बिन्दु  $P = (-1, 0)$ ,  $Q = (0, 0)$  एवं  $R = (3, 3\sqrt{3})$  हो, तो कोण PQR के समद्विभाजक की समीकरण है -  
 (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}x + y = 0$  (B)  $x + \sqrt{3}y = 0$  (C)  $\sqrt{3}x + y = 0$  (D)  $x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 0$
12. मूल बिन्दु O से गुजरने वाली एक सरल रेखा समान्तर रेखाओं  $4x + 2y = 9$  एवं  $2x + y + 6 = 0$  को क्रमशः बिन्दु P एवं Q पर मिलती हो तो बिन्दु O रेखाखण्ड PQ को किस अनुपात में विभाजित करता है ?  
 (A) 1 : 2 (B) 3 : 4 (C) 2 : 1 (D) 4 : 3
13. सरल रेखा L मूलबिन्दु से गुजरती हुई रेखाओं  $x + y = 1$  एवं  $x + y = 3$  को क्रमशः P एवं Q पर मिलती है। P एवं Q से गुजरती हुई दो सरल रेखाएँ  $L_1$  एवं  $L_2$  रेखाओं  $2x - y = 5$  एवं  $3x + y = 5$  के समान्तर खींची जाती है। रेखा  $L_1$  एवं  $L_2$  बिन्दु R पर प्रतिच्छेद करती है। प्रदर्शित कीजिए कि L के परिवर्तित होने के अनुसार R का बिन्दु पथ एक सरल रेखा है
14. ऋणात्मक प्रणवता वाली सरल रेखा L बिन्दु (8, 2) से गुजरती है तथा निर्देशा अक्षों को घनात्मक दिशा में P तथा Q बिन्दुओं पर काटती है। L के परिवर्तित होने के अनुसार OP + OQ का न्यूनतम निरपेक्ष मान ज्ञात कीजिए, जहाँ O मूल बिन्दु है।

**IIT-JEE-2001**

15. माना a, b, c तीन वास्तविक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , तो प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण  

$$\begin{vmatrix} ax - by - c & bx + ay & cx + a \\ bx + ay & -ax + by - c & cy + b \\ cx + a & cy + b & -ax + by + c \end{vmatrix}$$
 सरल रेखा को प्रदर्शित करती है।
16. m के पूर्णांक मानों की संख्या, जिसके लिए रेखाओं  $3x + 4y = 9$  एवं  $y = mx + 1$  के प्रतिच्छेद बिन्दु का x-निर्देशांक भी पूर्णांक है, है-  
 (A) 2 (B) 0 (C) 4 (D) 1
17. रेखाओं  $y = mx$ ,  $y = mx + 1$ ,  $y = nx$  एवं  $y = nx + 1$  से निर्मित समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है -  
 (A)  $\frac{|m+n|}{(m-n)^2}$  (B)  $\frac{2}{|m+n|}$  (C)  $\frac{1}{|m+n|}$  (D)  $\frac{1}{|m-n|}$

**IIT-JEE-2000**

18. माना PS, भीर्शों P(2, 2), Q(6, -1) एवं R(7, 3) से निर्मित त्रिभुज की माध्यिका है, (1, -1) से गुजरने वाली एवं PS के समान्तर रेखा की समीकरण है -  
 (A)  $2x - 9y - 7 = 0$  (B)  $2x - 9y - 11 = 0$  (C)  $2x + 9y - 11 = 0$  (D)  $2x + 9y + 7 = 0$
19. बिन्दुओं  $(1, \sqrt{3})$ , (0, 0) एवं S(2, 0) से निर्मित त्रिभुज का अन्तः केन्द्र है -  
 (A)  $\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  (B)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  (C)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  (D)  $\left(1, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
20. निर्देशी समतल के बिन्दुओं  $P = (x_1, y_1)$  और  $Q = (x_2, y_2)$  के बीच एक नयी दूरी  $d(P, Q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$  परिभाषित की गई है। माना कि  $O = (0, 0)$  और  $A = (3, 2)$  है। सिद्ध कीजिए कि प्रथम चतुर्थांश में O और A



के समान दूरी (नये दूरी सूत्र के सापेक्ष) पर स्थित बिन्दुओं का समूच एक निश्चित लम्बाई के रेखाखण्ड और एक किरण के संघ (union) को प्रदर्शित करता है। इस समुच्चय का लेखाचित्र बनाइये।

**IIT-JEE-1999**

21. यदि  $x_1, x_2, x_3$  एवं  $y_1, y_2, y_3$  समान सार्व अनुपात की गुणोत्तर श्रेणी में हो, तो बिन्दु  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  एवं  $(x_3, y_3)$   
 (A) एक सरल रेखा पर स्थित है। (B) एक दीर्घवृत्त पर स्थित है।  
 (C) एक वृत्त पर स्थित है। (D) एक त्रिभुज के भीर्ष है।
22. माना PQR समकोण समद्विबाहु त्रिभुज है तथा P(2, 1) पर समकोण है। यदि QR की समीकरण  $2x + y = 3$  हो, तो रेखा PQ एवं PR के युग्म को प्रदर्शित करने वाली रेखा की समीकरण है -  
 (A)  $3x^2 + 3y^2 + 8xy + 20x + 10y + 25 = 0$  (B)  $3x^2 - 3y^2 + 8xy - 20x - 10y + 25 = 0$   
 (C)  $3x^2 - 3y^2 + 8xy + 10x + 15y + 20 = 0$  (D)  $3x^2 - 3y^2 - 8xy - 10x - 15y - 20 = 0$

**IIT-JEE-1998**

23. यदि बिन्दु P(1, 2), Q(4, 6), R(5, 7) एवं S(a, b) एक समानतर चतुर्भुज PQRS के भीर्ष हो, तो-  
 (A)  $a = 2, b = 4$  (B)  $a = 3, b = 4$  (C)  $a = 2, b = 3$  (D)  $a = 3, b = 5$
24. एक समानतर चतुर्भुज के विकर्ण रेखाओं  $x + 3y = 4$  एवं  $6x - 2y = 7$  के अनुदिश है, तो PQRS हो चाहिए -  
 (A) आयात (B) वर्ग (C) चक्रीय चतुर्भुज (D) समचतुर्भुज
25. यदि त्रिभुज PQR के भीर्ष P, Q, R परिमेय बिन्दु है, तो निम्नलिखित में से कौनसा सत्य है ?  
 (A) केन्द्रक अपरिमेय है। (B) अन्तःकेन्द्र अपरिमेय है  
 (C) परिकेन्द्र अपरिमेय है। (D) इनमें से कोई नहीं
26. निर्देशांक ज्यामिति का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज के तीन भीर्षाभिलम्ब संगामी होते हैं।

**IIT-JEE-1197**

27. फलन  $\cos x \cos (x+2) - \cos^2 (x + 1)$  का आलेख :  
 (A)  $(0 - \sin^2 1)$  से गुजरने वाली सरल रेखा है जिसकी प्रवणता 2 है  
 (B)  $(0, 0)$  से गुजरने वाली सरल रेखा है।  
 (C) भीर्ष  $(1 - \sin^2 1)$  वाला परवलय है।  
 (D) बिन्दु  $\left(\frac{\pi}{2}, \sin^2 1\right)$  से गुजरने वाली एवं x-अक्ष के समानतर रेखा है।

**IIT-JEE-1995**

28.  $xy = 0$  तथा  $x + y = 1$  द्वारा निर्मित त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है।  
 (A)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  (B)  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$  (C)  $(0, 0)$  (D)  $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

**4-B (PREVIOUS AIEEE/DCE QUESTIONS)**

29. माना P = (-1, 0) Q = (0, 0) तथा R =  $(3, 3\sqrt{3})$  तीन बिन्दु है, कोण PQR के समद्विभाजक की समीकरण है।  
 (A)  $\sqrt{3}x + y = 0$  (B)  $x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 0$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}x + y = 0$  (D)  $x + \sqrt{3}y = 0$
30. यदि  $my^2 + (1 - m^2)my - mx^2 = 0$  में से एक सरल रेखा रेखाओं  $xy = 0$ , के मध्य के कोण का समद्विभाजक है, तब m है-  
 (A)  $-\frac{1}{2}$  (B) -2 (C)  $\pm 1$  (D) 2
31. बिन्दु A(3, 4) से गुजरने वाली एक रेखा इस प्रकार है कि इसका अक्षों के मध्य अंतःखण्ड A पर समद्विभाजित होता है। इसकी समीकरण है -  
 (A)  $3x - 4y + 7 = 0$  (B)  $4x + 3y = 24$  (C)  $3x + 4y = 25$  (D)  $x + y = 732$ . यदि  $(a, a^2)$  रेखाओं  $y = \frac{x}{2}, x > 0$  तथा  $y = 3x, x > 0$  के मध्य के कोण के अंदर स्थित है, तब a निम्न में स्थित है-  
 (A)  $(3, \infty)$  (B)  $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$  (C)  $\left(-3, -\frac{1}{2}\right)$  (D)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
33. माना P बिन्दु (1,0) तथा Q बिन्दुपथ  $y^2 = 8x$  पर स्थित एक बिन्दु है। PQ के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ है -  
 (A)  $x^2 - 4y + 1 = 0$  (B)  $x^2 + 4y + 2 = 0$  (C)  $y^2 + 4x + 2 = 0$  (D)  $y^2 - 4x + 2 = 0$

34. x-अक्ष के समांतर तथा रेखाओं  $ax + 2by + 3b = 0$  तथा  $bx - 2ay - 3a = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाली रेखा जहाँ  $(a,b) \neq (0,0)$  है-  
 (A) x-अक्ष के ऊपर इससे  $(2/3)$  इकाई दूरी पर  
 (B) x-अक्ष के ऊपर इससे  $(3/2)$  इकाई दूरी पर  
 (C) x-अक्ष के नीचे इससे  $(2/3)$  इकाई दूरी पर  
 (D) x-अक्ष के नीचे इससे  $(3/2)$  इकाई दूरी पर
35. यदि तीन अशून्य संख्याएँ  $a, b, c$  हरात्मक श्रेणी में हैं तब सरल रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{1}{c} = 0$  सदैव एक स्थित बिन्दु से गुजरती है। यह बिन्दु है-  
 (A)  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$  (B)  $(1, -2)$  (C)  $(-1, -2)$  (D)  $(-1, 2)$
36. यदि एक त्रिभुज का एक भीर्श  $(1, 1)$  तथा इस भीर्श से जाने वाली दो भुजाओं के मध्य बिन्दु  $(-1, 2)$  तथा  $(3, 2)$  हैं, तब इस त्रिभुज का केन्द्रक है-  
 (A)  $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$  (B)  $\left(1, \frac{7}{3}\right)$  (C)  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$  (D)  $\left(-1, \frac{7}{3}\right)$
37. यदि सरल रेखा युग्म  $ax^2 + 2(a+b)xy + by^2 = 0$  एक वृत्त के व्यास के अनुदिश स्थित है तथा वृत्त को चार खंडों में इस प्रकार विभक्त करती है कि एक खंड का क्षेत्रफल अन्य खंड का तीन गुना है, तब-  
 (A)  $3a^2 + 2ab + 3b^2 = 0$  (B)  $3a^2 + 10ab + 3b^2 = 0$  (C)  $3a^2 - 2ab + 3b^2 = 0$  (D)  $3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0$
38. माना  $A(2, -3)$  तथा  $B(-2, 1)$  एक त्रिभुज ABC के भीर्श हैं, यदि इस त्रिभुज का केन्द्रक रेखा  $2x + 3y = 1$  पर गमन करता है, तब भीर्श C का बिन्दुपथ है -  
 (A)  $2x + 3y = 9$  (B)  $2x - 3y = 7$  (C)  $3x + 2y = 5$  (D)  $3x - 2y = 3$
39. बिन्दु  $(4, 3)$  से गुजरने वाली तथा निर्देश अक्षों पर वह अंतःखण्ड बनाने वाली जिनका योग  $-1$  है, रेखा का समीकरण है-  
 (A)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -1$  तथा  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = -1$  (B)  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -1$  तथा  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = -1$   
 (C)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  तथा  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$  (D)  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$  तथा  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$
40. यदि  $x^2 - 2cxy - 7y^2 = 0$  द्वारा प्रदर्शित रेखाओं की प्रवणताओं का योग उनके गुणन से चार गुना है, तब  $c$  का मान है -  
 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
41. यदि  $6x^2 - xy + 4cy^2 = 0$  द्वारा प्रदर्शित रेखाओं में से एक  $3x + 4y = 0$  है तब  $c$  बराबर है-  
 (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) -3
42. यदि बिन्दुओं  $(a_1, b_1)$  तथा  $(a_2, b_2)$  से समान दूरी पर स्थित बिन्दु का बिन्दुपथ  $(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + c = 0$  है, तब 'c' का मान है -  
 (A)  $\frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2)$  (B)  $a_1^2 - a_2^2 + b_1^2 - b_2^2$   
 (C)  $\frac{1}{2}(a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2)$  (D)  $\sqrt{a_1^2 + b_1^2 - a_2^2 - b_2^2}$
43. उस त्रिभुज के केन्द्रक का बिन्दुपथ जिसके भीर्श  $(a \cos t, a \sin t)$ ,  $(b \sin t, -b \cos t)$  तथा  $(1, 0)$  जहाँ  $t$  एक प्राचल है-  
 (A)  $(3x - 1)^2 + (3y)^2 = a^2 - b^2$  (B)  $(3x - 1)^2 + (3y)^2 = a^2 + b^2$   
 (C)  $(3x + 1)^2 + (3y)^2 = a^2 + b^2$  (D)  $(3x + 1)^2 + (y)^2 = a^2 - b^2$
44. यदि सरल रेखाओं के युग्म  $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$  एवं  $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$  इस प्रकार हैं कि प्रत्येक युग्म अन्य युग्म के मध्य कोणों को समद्विभाजित करता है, तो -  
 (A)  $p = q$  (B)  $p = -q$  (C)  $pq = 1$  (D)  $pq = -1$
45. यदि  $a$  भुजा का वर्ग x-अक्ष के ऊपर स्थित है तथा उसका एक भीर्श मूलबिन्दु पर है। मूल बिन्दु से गुजरने वाली भुजा x भुजा की घनात्मक दिशा से  $\alpha$   $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{4}\right)$  कोण बनाती है। इसके मूल बिन्दु से न गुजरने वाले विकर्ण

- की समीकरण है-
- (A)  $y(\cos \alpha - \sin \alpha) - x(\sin \alpha - \cos \alpha) = a$  (B)  $y(\cos \alpha + \sin \alpha) + x(\sin \alpha - \cos \alpha) = a$   
 (C)  $y(\cos \alpha + \sin \alpha) + x(\sin \alpha + \cos \alpha) = a$  (D)  $y(\cos \alpha + \sin \alpha) + x(\cos \alpha - \sin \alpha) = a$
46. एक रेखा बिन्दु (2, 2) से गुजरती है तथा रेखा  $3x + y = 3$  के लम्बवत् है इसका y अन्तःखण्ड है-
- (A)  $\frac{4}{3}$  (B) 1 (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{1}{3}$
47. उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल जिसके भीर्श (2, 3) (3, 4) (4, 5) तथा (5, 6) है बराबर है-
- (A) 6 (B) 0 (C) 4 (D) इनमें से कोई नहीं
48. रेखा  $y = mx$  पर  $y = 2$  तथा  $y = 6$  द्वारा अंतःखण्ड 5 से कम है, तब m निम्न में स्थित है-
- (A)  $]-\infty, -\frac{4}{3} \cup \frac{4}{3}, \infty[$  (B)  $]\frac{4}{3}, \frac{3}{8}[$   
 (C)  $]-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}[$  (D)  $]\frac{4}{3}, \infty[$
49.  $(\sin \theta, \cos \theta)$  तथा (3, 2) रेखा  $x + y = 1$  के एक ही ओर स्थित है तब  $\theta$  निम्न में स्थित है-
- (A)  $(0, \pi/2)$  (B)  $(0, \pi)$  (C)  $(\pi/4, \pi/2)$  (D)  $(0, \pi/4)$
50. यदि  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{2xy}{h} = 0$  एक सरल रेखा युग्म को प्रदर्शित करता है तथा एक रेखा की प्रवणता अन्य की प्रवणता की दुगुनी है, तो  $ab^2 : h^2$  है-
- (A) 9 : 8 (B) 8 : 9 (C) 1 : 2 (D) 2 : 1
51. एक रेखा मूल बिन्दु से गुजरती है तथा दो रेखाओं  $2x + y + 6 = 0$  तथा  $4x + 2y - 9 = 0$  के लम्बवत् है, तो वह अनुपात जिसमें मूल बिन्दु इस रेखा को विभाजित करता है, निम्न है-
- (A) 1 : 2 (B) 2 : 1 (C) 4 : 3 (D) 3 : 4
52. उस बिन्दु का बिन्दुपथ जिसकी एक स्थित बिन्दु से तथा एक सरल रेखा  $x = 9/2$  से दूरी का अनुपात सदैव  $2/3$  है, निम्न होगा-
- (A) अतिपरवलय (B) दीर्घवृत्त (C) परवलय (D) वृत्त

## Answers

### EXERCISE # 1 - A

1. C 2. B 3. B 4. A 5. A 6. A 7. B  
 8. A 9. A 10. B 11. D 12. A 13. A 14. D  
 15. D 16. A 17. C 18. A 19. AC 20. BD  
 21. AC 22. ACD

### EXERCISE # 1 - B

2. 1 : Internally 3. (4, 5) 4. (3, -3)  
 5. (7, 2) or (1, 0)  
 6. (i) 15 sq. units (ii)  $|av|$  sq. units  
 7.  $y = \pm 2x$  8.  $(3x - 1)^2 + 9y^2 = a^2 + b^2$

10.  $x - y - 5 = 0, x + y + 5 = 0$

11. AB :  $2x - 3y + 15 = 0, 2\sqrt{13}$  BC :  $2x + y - 5 = 0, 4\sqrt{5}$ , CA :  $6a - y - 27 = 0, 2\sqrt{37}$

12.  $3, -\frac{1}{3}$  13.  $\left(-1\frac{1}{6}, -\frac{23}{9}\right)$

14.  $\left[\frac{x-2}{-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{y-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = r\right]$

15.  $2/5$  17. 3sq.unit

18.  $x - 2y + 1 = 0$

20.  $k =$

2

**EXERCISE # 2 – A**

1. A 2. D 3. B 4. B 5. A 6. A 7. B  
 8. B 9. C 10. C 11. C 12. C 13. B 14. A  
 15. A 16. A 17. B 18. C 19. B 20. ABC  
 21. AC 22. AD 23. CD

**EXERCISE # 2 – B**

1.  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$  4. 2 5.  $5/3 \leq \beta \leq 7/2$   
 6.  $3x - y - 11 = 0$   
 7.  $(x - 4y + 3)(x - y) = 0$   
 or  $x^2 - 5xy + 4y^2 + 3x - 3y = 0$   
 8. (1, -2), yes (1/3, -2/3)  
 9.  $\left(\frac{3}{2}, 0\right), \left(\frac{9}{4}, 0\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{9}{4}, \frac{3}{4}\right)$   
 10.  $x + 4y = 4; 5x + 2y = 8$  11.  $x - y = 0$   
 12.  $x - y = 0$

14.  $2x - y + 3 = 0, 2x + y - 7 = 0; x - 2y - 6 = 0$

**EXERCISE # 3**

1. (A) → (q, s), (B) → (r), (C) → (p), (D) → (q)  
 2. A 3. B 4. D 5. C 6.1 A 6.2 B 6.3 C  
 7.1 D 7.2 A 7.3 C 8. True 9. True  
 10. False 11. True 12. False 13. Rhombus  
 14.  $x + y - 5 = 0$  15.  $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$  16.  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$   
 17.  $k = 1$

**EXERCISE # 4**

1. D 2. C 3. C 4.  $Y = 2X + 1$  OR  $Y = -2X + 1$   
 5. A 6. B 7. C 8. A 9. B 10. D 11. C  
 12. B 16. A 17. D 18. D 19. D 20. A 21. A  
 22. B 23. C 24. D 25. D 27. D 28. C 29. A  
 30. C 31. B 32. B 33. D 34. D 35. B 36. B  
 37. A 38. A 39. D 40. C 41. D 42. A 43. B  
 44. D 45. D 46. D 47. A 48. A 49. D 50. A  
 51. C 52. B

**MQB**

**EXERCISE # 1 (बहुविकल्पीय प्रश्न)**

केवल एक विकल्प सही

1. यदि बिन्दु A(0, 4) एवं B(0, -4) हैं तथा बिन्दु P(x, y) इस प्रकार है कि  $|AP - BP|$  तो बिन्दु P का बिन्दु पथ होगा ।  
 (A)  $9x^2 - 7y^2 + 63 = 0$  (B)  $9x^2 - 7y^2 - 63 = 0$   
 (C)  $7x^2 - 9y^2 + 63 = 0$  (D)  $7x^2 - 9y^2 - 63 = 0$
2. एक वर्ग की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 4 इकाई है तथा केन्द्र (1, 1) है तथा भुजाओं का एक युग्म  $3x - 4y = 0$  के समान्तर है तो इस वर्ग की भुजाओं के समीकरण हैं-  
 (A)  $3x - 4y + 11 = 0, 3x - 4y - 9 = 0, 4x + 3y + 3 = 0, 4x + 3y - 17 = 0$   
 (B)  $3x - 4y - 15 = 0, 3x - 4y - 5 = 0, 4x + 3y + 3 = 0, 4x + 3y - 17 = 0$   
 (C)  $3x - 4y + 11 = 0, 3x - 4y - 9 = 0, 4x + 3y + 2 = 0, 4x + 3y - 18 = 0$   
 (D) इनमें से कोई नहीं
3. यदि रेखाएँ  $x + 2ay + a = 0, x + 3by + b = 0$  एवं  $x + 4cy + c = 0$  संगामी हो, तो a, b, c होंगे-

- (A) स.श्रे. में (B) ग.श्रे. में (C) ह.श्रे. में (D) इनमें से कोई नहीं
4. सरल रेखाओं  $x^2 (\sec^2 \theta - \sin^2 \theta) - 2xy \tan \theta + y^2 \sin^2 \theta = 0$  की प्रवणताओं का अंतर का मापांक है -  
 (A) -2 (B) 1/2 (C) 2 (D) 1
5. दो रेखाओं के मध्य कोणों के अर्द्धकोणों के युग्म की समीकरण  $12x^2 - 7xy - 12y^2 = 0$  है। यदि एक रेखा की समीकरण  $2y - x = 0$  हो, तो अन्य रेखा का समीकरण है -  
 (A)  $41x - 38y = 0$  (B)  $38x - 41y = 0$  (C)  $38x + 41y = 0$  (D)  $41x + 38y = 0$
6. यदि वक्रों  $C_1 = \lambda x^2 + 4y^2 - 2xy - 9x + 3$  एवं  $C_2 = 2x^2 + 3y^2 - 4xy + 3x - 1$  के प्रतिच्छेद बिन्दु मूल बिन्दु पर समकोण बनाते हैं, तो  $\lambda$  का मान है -  
 (A) 19 (B) 9 (C) -19 (D) -9
7. यदि बिन्दु A(3, 2) से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता  $\frac{3}{4}$  हो, तो रेखा पर A से 5 इकाई दूरी पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक होंगे-  
 (5, 5), (-1, -1) (B) (7, 5), (-1, -1) (C) (5, 7), (-1, -1) (D) (7, 5), (1, 1)
8. चर रेखा  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ , जहाँ p अचर है, की अक्षों के मध्य दूरी के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ है-  
 (A)  $x^2 + y^2 = 4p^2$  (B)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{4}{p^2}$  (C)  $x^2 + y^2 = \frac{4}{p^2}$  (D)  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{2}{p^2}$
9. एक त्रिभुज की भुजाएँ  $x = 3, y = 4$  एवं  $3x + 4y = 6$  हैं, तो त्रिभुज के लम्बकेन्द्र के निर्देशांक हैं-  
 (A) (0, 0) (B) (3, 0) (C) (0, 4) (D) (3, 4)
10.  $-\frac{3}{2}$  प्रवणता वाली रेखा की समीकरण जो रेखाओं  $4x + 3y - 7 = 0$  एवं  $8x + 5y - 1 = 0$  के संगामी है, है-  
 (A)  $2y - 3x - 2 = 0$  (B)  $3x + 2y - 2 = 0$  (C)  $3x + 2y - 63 = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं
11. यदि रेखाएँ  $px^2 - qxy - y^2 = 0$ , x-अक्ष से  $\alpha$  तथा  $\beta$  कोण बनाती हैं, तो  $\tan(\alpha + \beta)$  का मान है-  
 (A)  $\frac{-q}{1+q}$  (B)  $\frac{q}{1+p}$  (C)  $\frac{p}{1+q}$  (D)  $\frac{-p}{1+q}$
12. निकाय  $2x + y + 4 + \lambda(x - 2y - 3) = 0$  की उस रेखा की समीकरण जो बिन्दु A(2, -3) से  $\sqrt{10}$  इकाई दूरी पर स्थित है।  
 (A)  $3x + y + 1 = 0$  (B)  $3x - y + 1 = 0$  (C)  $y - 3x + 1 = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं
13. यदि A(2, 2), B(-4, -4), C(5, -8) किसी त्रिभुज के भीर्श हैं, तो भीर्श C से गुजरने वाली माध्यिका की लम्बाई है -  
 (A)  $\sqrt{65}$  (B)  $\sqrt{117}$  (C)  $\sqrt{85}$  (D)  $\sqrt{113}$
14. बिन्दु A(-4, -1) B(-2, -4), C(4, 0) एवं D(2, 3) निम्न में से किसके भीर्श हैं-  
 (A) समानतर चतुर्भुज (B) आयात (C) समचतुर्भुज (D) इनमें से कोई नहीं
15. सरल रेखा बिन्दु P(1, 2) से इस प्रकार गुजरती है कि इसका अक्षों के मध्य अन्तःखण्ड बिन्दु P पर समद्विभाजित होता है। इसकी समीकरण है -  
 (A)  $x + 2y = 5$  (B)  $a - y + 1 = 0$  (C)  $x + y - 3 = 0$  (D)  $2x + y - 4 = 0$
16. रेखाओं  $x = 0, y = 0$  एवं  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल है-  
 (A) ab (B)  $\frac{ab}{2}$  (C) 2ab (D)  $\frac{ab}{3}$
17.  $\Delta ABC$  में भुजा AB का समीकरण  $2x + 3y = 29$  तथा भुजा AC का समीकरण  $x + 2y = 16$  है। यदि भुजा BC का मध्य बिन्दु (5, 6) हो, तो BC का समीकरण है-  
 (A)  $2x + y = 7$  (B)  $x + y = 11$  (C)  $2x - y = 17$  (D) इनमें से कोई नहीं

18. कोई रेखा L रेखा  $5x - y = 1$  पर लम्ब है तथा रेखा L एवं निर्देशी अक्षों से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 वर्ग इकाई है। रेखा L का समीकरण है -  
 (A)  $x + 5y = 5$  (B)  $x + 5y = \pm 5\sqrt{2}$  (C)  $x - 5y = 5$  (D)  $x - 5y = 5\sqrt{2}$
19. कौनसा बिन्दु युग्म रेखा  $3x - 8y - 7 = 0$  के एक ओर स्थित है-  
 (A) (0, -1) और (0, 0) (B) (4, -3) और (0, 1)  
 (C) (-3, -4) और (1, 2) (D) (-1, -1) और (3, 7)
20. रेखा  $5x + y + 6 = 0$  में बिन्दु (4, -13) का प्रतिबिम्ब है-  
 (A) (-1, -14) (B) (3, 4) (C) (1, 4) (D) (-4, 13)
21. यदि  $3a + 2b + 4c = 0$  हो, तो  $ax + by + c = 0$  से प्रदर्शित सरल रेखाएँ निम्न में से किस बिन्दु पर संगामी है-  
 (A)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  (B) (1, 3) (C) (3, 1) (D)  $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$
22. समीकरण  $(x^2 + y^2) \sqrt{3} = 4xy$  द्वारा निरूपित रेखाओं के मध्य कोणों के अर्द्धकोणों की संयुक्त समीकरण है-  
 (A)  $y^2 - x^2 = 0$  (B)  $xy = 0$  (C)  $x^2 + y^2 = 2xy$  (D)  $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{3}} = \frac{xy}{2}$
23. त्रिभुज ABC में A के निर्देशांक (1, 2) तथा B एवं C से जाने वाली माध्यिकाएँ क्रमशः  $x + y = 5$  तथा  $x = 4$  हैं, तो B तथा C के निर्देशांक क्रमशः होंगे-  
 (A) (-2, 7), (4, 3) (B) (7, -2), (4, 3) (C) (2, 7), (-4, 3) (D) (2, -7), (3, -4)
24. रेखा  $y = 0.2x$  द्वारा x-अक्ष के साथ बनाए गए कोण का दुगना कोण बनाने वाली एवं मूलबिन्दु से गुजरने वाली सरल रेखा का समीकरण है-  
 (A)  $y = 0.4x$  (B)  $y = (5/12)x$  (C)  $6y - 5x = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं
25. एक चर सरल रेखा, स्थित बिन्दु (a, b) से गुजरती हुई निर्देशी अक्षों को A एवं B पर काटती है। यदि 'O' मूल बिन्दु हो, तो त्रिभुज OAB के केन्द्रक का बिन्दुपथ है-  
 (A)  $bx + ay - 3xy = 0$  (B)  $bx + ay - 2xy = 0$  (C)  $ax + by - 3xy = 0$  (D)  $ax + by - 2xy = 0$
26. मूलबिन्दु एवं बिन्दु (1,1) सरल रेखा  $a^2x + aby + 1 = 0 \forall a \in R, b > 0$  के एक ही ओर स्थित होने के लिए b के मानों का समुच्चय है -  
 (A)  $b \in (2, 4)$  (B)  $b \in (0, 2)$  (C)  $b \in [0, 2]$  (D)  $(2, \infty)$
27. मूल बिन्दु से परस्पर लम्बवत् दो सरल रेखाएँ, सरल रेखा  $2x + y = a$  के साथ समद्विबाहु त्रिभुज बनाते हुए खींची जाती है। तो त्रिभुज का क्षेत्रफल है-  
 (A)  $\frac{a^2}{2}$  (B)  $\frac{a^3}{3}$  (C)  $\frac{a^2}{5}$  (D) इनमें से कोई नहीं
28. रेखाओं  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = a$  और  $x \sin \alpha - y \cos \alpha = b$ , जहाँ  $\alpha$  एक प्राचल है, के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ है-  
 (A)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (B)  $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$  (C)  $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$  (D)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
29. यदि सरल रेखाओं के युग्म  $x^2 - 2p xy - y^2 = 0$  एवं  $x^2 - 2q xy - y^2 = 0$  इस प्रकार है कि प्रत्येक युग्म अन्य युग्म के मध्य कोणों को समद्विभाजित करता है तो-  
 (A)  $pq = -1/2$  (B)  $pq = -2$  (C)  $pq = -$  (D)  $p/q = -$
30. वक्र  $5x^2 + 12xy - 6y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$  एवं रेखा  $x + ky - 1 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली सरल रेखाएँ x-अक्ष से समान कोण पर झुकी हुई हो, तो k का मान है-  
 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) 3

एक से अधिक विकल्प सही

31. यदि किसी वर्ग के एक विकर्ण का सिरा (a, b) एवं अन्य विकर्ण की समीकरण  $x - y = a$  हो, तो वर्ग के अन्य भीर्श हो सकते हैं-  
 (A) (a - b, a) (B) (a, 0) (C) (0, -a) (D) (a + b, b)
32. रेखाओं  $x - y + 1 = 0$  एवं  $3x + y - 5 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाली एवं इनमें से किसी एक के लम्बवत् रेखा की समीकरण है-  
 (A)  $x + y + 3 = 0$  (B)  $x + y - 3 = 0$  (C)  $x - 3y - 5 = 0$  (D)  $x - 3y + 5 = 0$
33. तीन रेखाएँ  $px + qy = r = 0$ ,  $qx + ry + p = 0$  एवं  $rx + py + q = 0$  संगामी है यदि -  
 (A)  $p + q + r = 0$  (B)  $p^2 + q^2 + r^2 = pq + qr + rp$   
 $r^3 = 3 pqr$  (D) इनमें से कोई नहीं
34. यदि बिन्दु (k, 2-2k), (1 - k, 2k) एवं (-k -4, 6-2k) संरेखीय हो, तो k के संभव मान हैं-  
 (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) -1
35. वृत्त  $x^2 + y^2 = 3$  एवं रेखा  $x + y = 2$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली रेखाओं के समीकरण हैं-  
 (A)  $y - (3 + 2\sqrt{2})x = 0$  (B)  $x - (3 + 2\sqrt{2})y = 0$   
 (C)  $y - (3 - 2\sqrt{2})x = 0$  (D)  $x - (3 - 2\sqrt{2})y = 0$
36. AB एक चर रेखा है जो निर्देशी अक्षों के बीच इस प्रकार फिसल रही है कि A, x-अक्ष पर स्थित है और B, y-अक्ष पर स्थित है। यदि AB पर एक चर बिन्दु P इस प्रकार है कि  $PA = b$ ,  $PB = a$  और  $AB = a + b$ , तो P के बिन्दुपथ का समीकरण है-  
 (A)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  (C)  $a^2 + y^2 = a^2 + b^2$  (D) इनमें से कोई नहीं।
37. यदि समीकरण  $2x^2 + kxy - 3y^2 - x - 4y - 1 = 0$  रेखाओं के युग्म को प्रदर्शित करती है, तो k का मान हो सकता है :  
 (A) 1 (B) 5 (C) -1 (D) -5
38. एक त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 5 वर्ग इकाई है। इसके दो भीर्श A(2, 1) व B(3, -2) है। भीर्श C जो रेखा  $y = x + 3$  पर स्थित है, के निर्देशांक हैं-  
 (A)  $\left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$  (B)  $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$  (C)  $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$  (D) इनमें से कोई नहीं
39. बिन्दु A(4,1) क्रमागत रूप से निम्न रूपान्तरणों से गुजरता है  
 (i) रेखा  $y = x$  के सापेक्ष प्रतिबिंबित होता है।  
 (ii) x-अक्ष की धनात्मक दिशा में 2 इकाई विस्थापित होता है।  
 (iii) मूल बिन्दु O के सापेक्ष वामावर्त दिशा में  $\pi/4$  कोण से घुमता है।  
 तब बिन्दु A के अंतिम स्थिति में निर्देशांक है  
 (A)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right)$  (B)  $(-2, 7\sqrt{2})$  (C)  $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right)$  (D) इनमें से कोई नहीं
40. एक बिन्दु x-y समतल में इस प्रकार गमन करता है कि इसका दो परस्पर लम्बवत् रेखाओं से दूरियों का योग सदैव 3 इकाई रहता है। उस बिन्दु के बिन्दुपथ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है।  
 (A) 18 वर्ग इकाई (B)  $\frac{9}{2}$  वर्ग इकाई (C) 9 वर्ग इकाई (D) इनमें से कोई नहीं
41. यदि  $4a^2 + 9b^2 - c^2 + 12ab = 0$  तब सरल रेखाओं  $ax + by + c = 0$  का निकाय निम्न बिन्दु पर संगामी हो सकता है।  
 (A) (1, 2), (-1, -2) (B) (7, 8), (-7, -8) (C) (2, 3), (-2, -3) (D) इनमें से कोई नहीं

42. यदि बिन्दु  $(-2, 0), \left(-1, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  तथा  $(\cos \theta, \sin \theta)$  संरेखीय है, तब  $\theta$  के उन मानों की संख्या जबकि  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ .  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) अपरिमित
43.  $x$  के वह वास्तविक मान जबकि  $x^2 + 2x, 2x + 3$  तथा  $x^2 + 3x + 8$  एक त्रिभुज की भुजायें हो, निम्न द्वारा दिये जाते हैं।  
 (A)  $x > -\frac{11}{3}$  (B)  $x > 5$  (C) R (D) इनमें से कोई नहीं

EXERCISE # 2 (विशयात्मक प्र न)

- एक त्रिभुज के भीर्श  $(1, 2\sqrt{3}), (3, 0)$  एवं  $(-1, 0)$  है। क्या त्रिभुज समबाहु, समद्विबाहु या विशमबाहु है ?
- सिद्ध कीजिए कि बिन्दु  $(2, -2), (8, 4), (5, 7)$  एवं  $(-1, 1)$  एक आयत के भीर्श है।
- बिन्दुओं  $(1, -2)$  एवं  $(-3, 4)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को समत्रिविभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- त्रिभुज का अन्तः केन्द्र ज्ञात कीजिए जिसके भीर्श  $(7, -36), (7, 20)$  एवं  $(-8, 0)$  है।
- OX- अक्ष से  $30^\circ$  पर झुकी हुई तथा y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा से  $2$  इकाई का अन्तःखण्ड काटने वाली सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
- सरल रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से गुजरती है तथा सरल रेखा  $3x + y = 12$  के निर्देशांक अक्षों के मध्य अन्तःखण्ड को समत्रिविभाजित करती है।
- बिन्दु  $(1, 2)$  से गुजरते हुए एक सरल रेखा किस दिशा में खींची जाए कि सरल रेखा  $x + y = 4$  के साथ इसके प्रतिच्छेद बिन्दु की बिन्दु  $(1, 2)$  से दूरी  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  रहे।
- रेखा  $x - y = 2$  से  $45^\circ$  के झुकाव पर दो सरल रेखाएँ बिन्दु  $(3, 4)$  से गुजरती हैं। इन रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा इन तीनों रेखाओं से घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- सिद्ध कीजिए कि रेखाओं  $4y - 3x - a = 0, 3y - 4x + a = 0, 4y - 3x - 3a = 0$  एवं  $3y - 4x + 2a = 0$  से बने समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल  $\frac{2}{7}a^2$  वर्ग इकाई है।
- बिन्दु  $P(-8, 12)$  से रेखा  $4x + 7y + 13 = 0$  पर डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- भुजाओं  $x + 1 = 0, 3x - 4y - 5 = 0, 5x + 12y - 27 = 0$  वाले त्रिभुज के सापेक्ष मूलबिन्दु की स्थिति ज्ञात कीजिए
- बिन्दुओं  $(a \cos \alpha, a \sin \alpha)$  एवं  $(a \cos \beta, a \sin \beta)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
- बिन्दु  $(1, 2)$  से सरल रेखा  $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$  पर डाले गये लम्ब की मूल बिन्दु से लम्बवत् दूरी ज्ञात कीजिए।
- बिन्दु  $(2, 3)$  से रेखा  $y = 3x - 4$  पर डाले गये लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- सरल रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जो
  - बिन्दु  $(3, 2)$  एवं रेखाओं  $2x + 3y = 1$  एवं  $3x - 4y = 6$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरती है।
  - रेखाओं  $x + 2y + 3 = 0$  एवं  $3x + 4y + 7 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरती है तथा सरल रेखा  $y - x = 8$  के लम्बवत् है।
- समीकरण  $x^2 - 7xy + 12y^2 = 0$  से प्रदर्शित होने वाली सरल रेखाओं के समीकरण तथा उनके मध्य का कोण ज्ञात कीजिए।
- वक्र  $x^2 + y^2 = a^2$  एवं सरल रेखा  $y = mx + c$  के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली सरल रेखाओं के युग्म का समीकरण ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए कि वे परस्पर लम्बवर्त होंगी, यदि  $2c^2 = a^2(1 + m^2)$ ।



18. बिन्दु A, P(-5, 1) एवं Q(3, 5) को मिलाने वाली रेखाखण्ड को k : 1 के अनुपात में विभाजित करता है। k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $\Delta ABC$ , जहाँ B is (1, 5) एवं (7, -2) है, का क्षेत्रफल 2 वर्ग इकाई है।
19. सरल रेखा L, रेखा  $5x - y = 1$  पर लम्बवत् है। निर्देशांक अक्षों एवं रेखा L से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 वर्ग इकाई है। रेखा की समीकरण ज्ञात कीजिए।
20. त्रिभुज ABC के भीर्श लम्बों AD, BE, CF की समीकरण क्रमशः  $x + y = 0$ ,  $x - 4y = 0$  एवं  $2x - y = 0$  है। A के निर्देशांक (t, -t) है। B एवं C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए कि यदि t एक चर हो, तो त्रिभुज ABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ  $x + 5y = 0$  है।
21. सिद्ध कीजिए बिन्दुओं से A(-1, 11); B(-9, -8); C(15, -2) से बनने वाले त्रिभुज का परिकेन्द्र, लम्बकेन्द्र, अन्तःकेन्द्र एवं केन्द्रक संरेखीय है। (किसी को भी ज्ञात किए बिना)
22. क्या  $\lambda$  का कोई वास्तविक मान है जिसके लिए बिन्दु  $(\lambda, \lambda - 1)$  का रेखा दर्पण  $3x + y = 6\lambda$  के सापेक्ष प्रतिबिम्ब बिन्दु  $(\lambda^2 + 1, \lambda)$  हों ? यदि ऐसा हो, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।
23. समद्विबाहु त्रिभुज की दो बराबर भुजाओं के समीकरण क्रमशः  $7x - y + 3 = 0$  एवं  $x + y - 3 = 0$  है एवं इसकी तृतीय भुजा बिन्दु (1, -10) से गुजरती है। इसकी तृतीय भुजा की समीकरण ज्ञात कीजिए।
24. सरल रेखाओं  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  एवं  $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाली एक चर रेखा निर्देशांक अक्षों को क्रमशः A एवं B पर मिलती है। प्रदर्शित कीजिए कि AB के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ  $2xy(a + b) = ab(x + y)$  है।
25. सरल रेखाएँ  $3x + 4y = 5$  एवं  $4x - 3y = 15$  बिन्दु A पर प्रतिच्छेद करती हैं। बिन्दु B एवं C उन दो रेखाओं पर इस प्रकार हैं कि  $AB = AC$ । बिन्दु (1, 2) से गुजरने वाली रेखा BC की संभावित समीकरण ज्ञात कीजिए।
26. रेखाओं AB :  $a + y - 5 = 0$ , BC :  $a + 7y - 7 = 0$  एवं CA :  $7x + y + 14 = 0$  से त्रिभुज बनाया जाता है। कोण B के अन्तः समद्विभाजक एवं कोण C के बाह्य समद्विभाजक की समीकरण ज्ञात कीजिए। अन्तः कोण A की प्रकृति ज्ञात कीजिए एवं इसके समद्विभाजक की समीकरण ज्ञात कीजिए।
27. बिन्दु P(-1, 2) से गुजरने वाली चल रेखा x एवं y अक्ष को क्रमशः A एवं B पर काटती है तथा बिन्दु Q, AB पर इस प्रकार है कि Pa, PQ, PB ह.श्रे. में हो। प्रदर्शित कीजिए कि Q का बिन्दुपथ रेखा  $y = 2x$  है।
28. बिन्दु A एवं B क्रमशः (3, 4) एवं (5, -2) है। बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $PA = PB$  एवं त्रिभुज PAB का क्षेत्रफल 10 वर्ग इकाई है।
29. एक त्रिभुज के भीर्श (2, 1), (-2, 3) एवं (4, -3) है। इस त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
30. निम्नलिखित भीर्शों वाले चतुर्भुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए - (i) (0, 0) (6, 0) (4, 3) (0, 3)  
(ii) (0, 0) (a, 0) (a, b) (0, b)
31. k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण  $12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + k = 0$  एक सरल रेखा युग्म को प्रदर्शित कर सकें।
32. यदि  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  एक त्रिभुज के भीर्श हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि :

$$(i) \quad A \text{ से गुजरने वाली माध्यिका को } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ लिखा जा सकता है।}$$

$$(ii) \quad A \text{ से गुजरने वाली एवं BC के समानतर रेखा } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ होगी।}$$

$$(iii) \quad A \text{ से गुजरने वाली कोण अर्द्धक की समीकरण } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ होगी।}$$

जहाँ  $b = AC$  एवं  $c = AB$ .

33. माना दो बिन्दुओं A एवं B के निर्देशांक क्रमशः (1, 2) एवं (7, 5) है। AB को समत्रिविभाजित करने वाले बिन्दु जो B के नजदीक है, के सापेक्ष AB को वामावर्त दिशा में  $45^\circ$  कोण से घुमाया जाता है। नई स्थिति में रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।
34. बिन्दु (1, 1) से गुजरने वाली एवं समीकरण  $x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$  द्वारा प्रदर्शित रेखाओं के समान्तर सरल रेखाओं की समीकरण ज्ञात कीजिए।
35. समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाएँ  $4x + 5y = 0$  एवं  $7x + 2y = 0$  है। यदि एक विकर्ण की समीकरण  $11x + 7y = 9$  हो, तो अन्य विकर्ण की समीकरण ज्ञात कीजिए।
36. सरल रेखा  $2c + 3y + 1 = 0$  दो सरल रेखाओं के मध्य बने कोण को समद्विभाजित करती है जिनमें से एक रेखा  $3x + 2y + 4 = 0$  है, तो दूसरी रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

## Answers

EXERCISE # 1

1. A 2. A 3. C 4. C 5. A 6. C 7. B 8. B 9. D 10. B 11. A 12. B 13. C 14. B  
 15. D 16. B 17. B 18. B 19. D 20. A 21. D 22. A 23. B 24. B 25. A 26. B 27. C 28. B  
 29. C 30. B 31. BD 32. BD 33. ABC 34. BD 35. ABCD 36. AB 37. AD 38. AC 39. C 40. A  
 41. C 42. A 43. B

EXERCISE # 2

1. equilateral 3.  $\left(-\frac{1}{3}, 0\right), \left(-\frac{5}{3}, 2\right)$  4.  $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$  5.  $x - \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$  6.  $y = 6x, 2y = 347$  7.  $\pi/12, 5\pi/12$

8.  $x = 3, y = 4, 9/2$  sq. units 10.  $(-12, 5)$  11. origin lies inside the triangle 12.  $a \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$  13.  $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{3})$

14.  $\left(\frac{23}{10}, \frac{29}{10}\right)$  15. (i)  $43x - 29y = 71$  (ii)  $x + y + 2 = 0$  16.  $x - 3y = 0, x - 4y = 0, \tan^{-1}\left(\frac{1}{13}\right)$

18.  $k = 7, 31/9$  19.  $x + 5y + 5\sqrt{2} = 0$  or  $x + 5y - 5\sqrt{2} = 0$  20.  $B\left(-\frac{2t}{3}, -\frac{t}{6}\right), C\left(\frac{t}{2}, t\right)$

22. 2 23.  $x - 3y - 31 = 0$  or  $3x + y + 7 = 0$  25.  $7x + y - 9 = 0; x - 7y + 13 = 0$

26.  $3x + 6y - 16 = 0; 8x + 8y + 7 = 0; 12x + 6y - 11 = 0$  28.  $(7, 2)$  or  $(1, 0)$  29. 1.5 sq. units

30. (i) 15 sq. units (ii)  $|ab|$  sq. units 31.  $k = 2$  33.  $3x - y - 11 = 0$

34.  $(x - 4y + 3)(x - y) = 0$  or  $x^2 - 5xy + 4y^2 + 3x - 3y = 0$  35.  $x - y = 0$  36.  $9x + 46y = 28$

**for 39 Yrs. Que. of IIT-JEE  
 &  
 15 Yrs. Que. of AIEEE  
 we have distributed already a  
 book**