

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,  
विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।  
पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,  
'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मन्मथ धर्म प्रणेता

सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

## द्विघात समीकरण (Quadratic Equation)

.....  
The mathematicians have been very much absorbed with finding the general solution of algebraic equations, and several of them have tried to prove the impossibility of it. However, if I am not mistaken, they have not as yet succeeded. I therefore dare hope that the mathematicians will receive this memoir with good will, for its purpose is to fill this gap in the theory of algebraic equations.  
.....

### 1. बहुपद (polynomial) :

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_1x+a_0$$

जहाँ  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in R$  से परिभाषित एक फलन  $f$ ,  $n$  घात का बहुपद कहलाता है जबकि गुणक ( $a_n \neq 0, n \in W$ ) वास्तविक है। यदि  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in C$ , हो, तो यह सम्मिश्र गुणांकों वाला बहुपद कहलाता है।

### 2. द्विघात बहुपद एवं द्विघात समीकरण (Quadratic polynomial & Quadratic equation) :

दो घात एक बहुपद द्विघात बहुपद कहलाता है। कोई समीकरण  $f(x)=0$ , जहाँ  $f$  द्विघात बहुपद है, द्विघात समीकरण कहलाता है। द्विघात समीकरण का व्यंजक रूप निम्न है –

$$ax^2+bx+c=0 \quad \dots\dots(i)$$

जहाँ  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं जबकि  $a \neq 0$ ।

यदि  $a=0$  हो, तो समीकरण (i) रैखिक समीकरण बन जाता है।

### 3. समीकरण एवं सर्वसमिका में अन्तर : (Difference between equation & identity) :

यदि एक कथन चर के सभी मानों के लिए सत्य हो, तो कथन सर्वसमिका कहलाता है। यदि कथन चर के कुछ मानों के लिए सत्य हो, तो कथन समीकरण कहलाता है।

उदाहरण

(i)  $(x+3)^2=x^2+6x+9$  एक सर्वसमिका है।

(ii)  $(x+3)^2=x^2+6x+8$  एक समीकरण है जिसका कोई मूल नहीं है।

(iii)  $(x+3)^2=x^2+5x+8$  एक समीकरण है जिसका एक मूल  $-1$  है।

एक द्विघात समीकरण के ठीक दो मूल होते हैं जो वास्तविक (समान या असमान) या काल्पनिक हो सकते हैं। समीकरण  $ax^2+bx+c=0$

★ एक द्विघात समीकरण है यदि  $a \neq 0$  दो मूल

★ रैखिक समीकरण है यदि  $a=0, b \neq 0$  एक मूल

★ विरोधाभास है यदि  $a=b=0, c \neq 0$  कोई मूल नहीं

★ सर्वसमिका है यदि  $a=b=c=0$  अनन्त मूल

★ यदि  $ax^2+bx+c=0$ ,  $x$  के तीन भिन्न-भिन्न मानों से सन्तुष्ट हो, तो यह एक सर्वसमिका है।

### 4. मूलों तथा गुणांकों में सम्बन्ध (Relation Between Roots & Co-efficients) :

(i)  $ax^2+bx+c=0, (a \neq 0)$  के हल  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  है।

व्यंजक  $b^2-4ac=D$ , द्विघात समीकरण का विवेचक कहलाता है।

(ii) यदि द्विघात समीकरण

$$ax^2+bx+c=0 \quad \dots\dots(ii)$$

के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो समीकरण (i) को  $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$  द्वारा लिखा जा सकता है।

या  $ax^2-a(\alpha+\beta)x+a\alpha\beta=0 \quad \dots\dots(ii)$

समीकरण (i) एवं (ii) एक समान है।

∴ गुणांकों की तुलना करने पर

$$\text{मूलों का योग} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{x}{x^2}$$

तथा मूलों का गुणनफल  $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{c}{x^2}$

(iii) समीकरण (i) को  $a$  से विभाजित करने पर

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

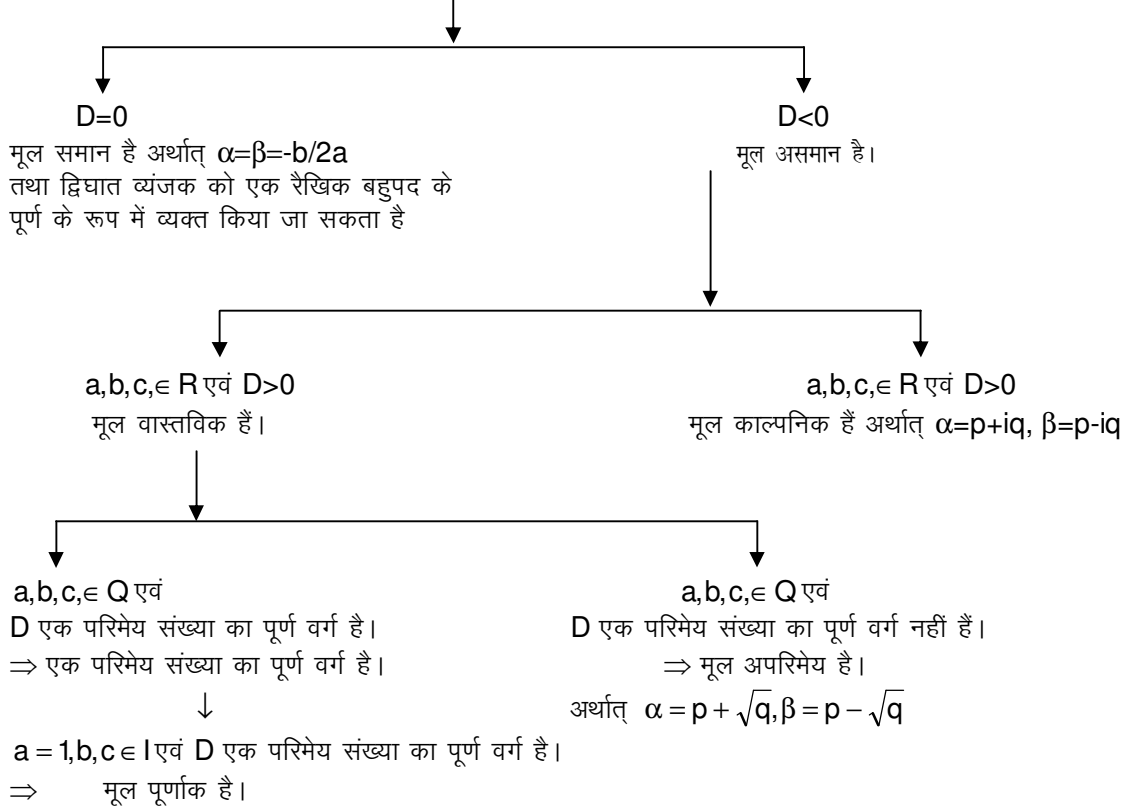
$$\Rightarrow x^2 - (\text{मूलों का योग})x + (\text{मूलों का गुणनफल}) = 0$$

इससे निष्कर्ष निकलता है कि द्विघात समीकरण जिसके मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  हों,  $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$  है।

### 5. मूलों की प्रकृति (Nature of Roots) :

माना द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  है जिसके मूल  $\alpha, \beta$  हैं—

$$D = b^2 - 4ac$$



### 6. उभयनिष्ठ मूल (Common Roots) :

माना कि दो द्विघात समीकरण  $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$  एवं  $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$  हैं।

(i) यदि दोनों द्विघात समीकरणों के दोनों मूल उभयनिष्ठ हों, तो दोनों समीकरणों सर्वसम हैं एवं उनके गुणांक समानुपाती हैं अर्थात्  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ .

(ii) यदि केवल एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो उभयनिष्ठ मूल ' $\alpha$ '

$$\alpha = \frac{c_1 a_1 - c_2 a_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{c_1 a_2 - c_2 a_1} \text{ होगा।}$$

अतः एक मूल उभयनिष्ठ होने के लिए प्रतिबन्ध  $(c_1 a_2 - c_2 a_1)^2 = (a_1 b_2 - a_2 b_1)(b_1 c_2 - b_2 c_1)$

नोट : यदि  $f(x)=0$  एवं  $g(x)=0$  दो बहुपदीय समीकरण हैं जिनके कुछ मूल उभयनिष्ठ हैं तो उनके उभयनिष्ठ मूल  $h(x)=a f(x)+b g(x)=0$  के भी मूल होते हैं।

### 7. द्विघात व्यंजक का आलेख (Graph of Quadratic Expression) :

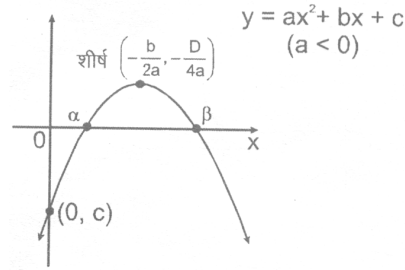
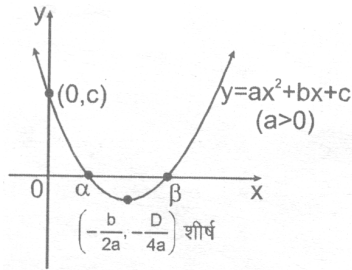
$$Y=f(x)=ax^2+bx+c$$

$$\text{या } \left(y + \frac{D}{4a}\right) = a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

★  $x, y$  में आलेख सदैव एव परवलय है।

★ शीर्ष के निर्देशांक  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$  है।

★ यदि  $a>0$  हो, तो परवलय का आकार उपर की ओर अवतल है तथा यदि  $a<0$  हो, तो परवलय का आकार निचे की ओर अवतल है।



★ परवलय  $y$ -अक्ष को बिन्दु  $(0, c)$  पर प्रतिच्छेद करता है।

★ परवलय एवं  $x$ -अक्ष के प्रतिच्छेद बिन्दुओं के  $x$ -निर्देशांक द्विघात समीकरण  $f(x)=0$  के वास्तविक मूल हैं। अतः परवलय  $x$  अक्ष को प्रतिच्छेद कर सकता है और नहीं भी।

### 8. द्विघात व्यंजक $f(x)=ax^2+bx+c$ का परिसर : (Range of Quadratic Expression $f(x)=ax^2+bx+c$ )

$$\text{यदि } a > 0 \Rightarrow f(x) \in \left[-\frac{D}{4a}, \infty\right); \quad a < 0 \Rightarrow f(x) \in \left(-\infty, \frac{D}{4a}\right]$$

व्यंजक  $f(x)$  का अधिकतम एवं न्यूनतम मान संगत स्थितियों में  $-\frac{D}{4a}$  होता है एवं यह  $x = -\frac{b}{2a}$  (शीर्ष पर) पर प्राप्त होता है।

(ii) प्रतिबन्धत प्रान्त में परिसर : दिया गया है कि  $x \in [x_1, x_2]$

$$(a) \text{ यदि } -\frac{b}{2a} \notin [x_1, x_2] \quad f(x) \in [\min\{f(x_1), f(x_2)\}, \max\{f(x_1), f(x_2)\}]$$

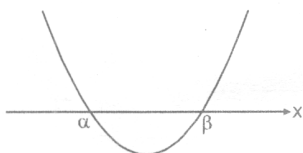
$$(b) \text{ यदि } -\frac{b}{2a} \in [x_1, x_2] \text{ हो, तो } f(x) \in \left[\min\left\{f(x_1), f(x_2), -\frac{D}{4a}\right\}, \max\left\{f(x_1), f(x_2), -\frac{D}{4a}\right\}\right]$$

### 9. द्विघात व्यंजक का चिन्ह (Sign of Quadratic Expressions) :

$x=x_0$  पर व्यंजक  $f(x)=ax^2+bx+c$  का मान परवलय  $y=ax^2+bx+c$  पर स्थित बिन्दु जिसका  $x$ -निर्देशांक  $x_0$  के  $y$ -निर्देशांक के बराबर होता है। अतः यदि  $x=x_0$  के लिए बिन्दु  $x$ -अक्ष से उपरी स्थित हो, तो  $f(x_0)>0$  एवं विलोमतः।

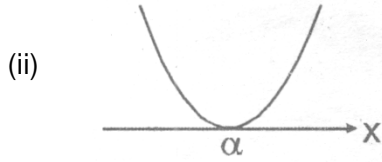
$x$ -अक्ष के सापेक्ष परवलय की हम निम्नानुसार छः स्थितियों प्राप्त करते हैं –

(i)

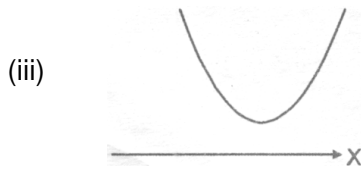


निष्कर्ष

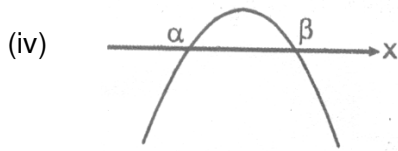
- (a)  $a > 0$   
 (b)  $D > 0$   
 (c) मूल वास्तविक एक भिन्न-भिन्न है।  
 (d)  $x \in (-\infty, \alpha) \cup (\beta, \alpha) \cup (\beta, \infty)$  में  $f(x) > 0$   
 (e)  $x \in (\alpha, \beta)$  में  $f(x) < 0$



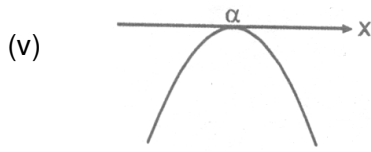
- (a)  $a > 0$   
 (b)  $D = 0$   
 (c) मूल वास्तविक एवं समान है।  
 (d)  $x \in \mathbb{R} - \{\alpha\}$  में  $f(x) > 0$



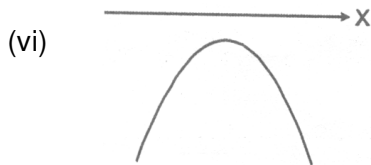
- (a)  $a > 0$   
 (b)  $D < 0$   
 (c) मूल काल्पनिक है।  
 (d)  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$



- (a)  $a < 0$   
 (b)  $D > 0$   
 (c) मूल काल्पनिक एवं भिन्न-भिन्न हैं।  
 (d)  $x \in (-\infty, \alpha) \cup (\beta, \infty)$  में  $f(x) < 0$   
 (e)  $x \in (\alpha, \beta)$  में  $f(x) > 0$



- (a)  $a < 0$   
 (b)  $D = 0$   
 (c) मूल वास्तविक एवं समान है।  
 (d)  $x \in \mathbb{R} - \{\alpha\}$  में  $f(x) < 0$



- (a)  $a < 0$   
 (b)  $D < 0$   
 (c) मूल काल्पनिक है।  
 (d)  $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

**10. द्विघात असमिकाओं के हल (Solution of Quadratic Inequalities) :**

असमिका  $ax^2+bx+c>0$  ( $a \neq 0$ ) को सन्तुष्ट करने वाले  $x$  के मान हैं -

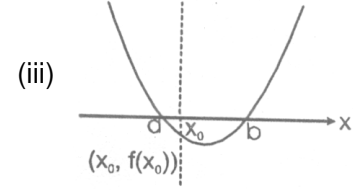
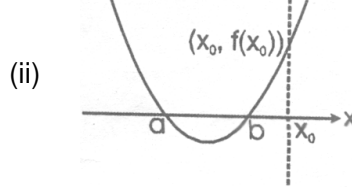
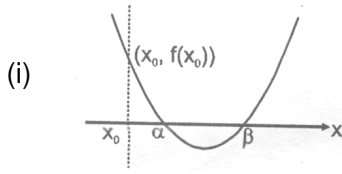
- (i) यदि  $D > 0$  अर्थात् समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के दो भिन्न-भिन्न मूल  $\alpha < \beta$  हैं।  
 तब  $a > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \alpha) \cup (\beta, \infty)$   
 $a < 0 \Rightarrow x \in (\alpha, \beta)$

- (ii) यदि  $D = 0$  अर्थात् मूल बराबर हैं अर्थात्  $\alpha = \beta$   
 तब  $a > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \alpha) \cup (\alpha, \infty)$   
 $a < 0 \Rightarrow x \in \phi$

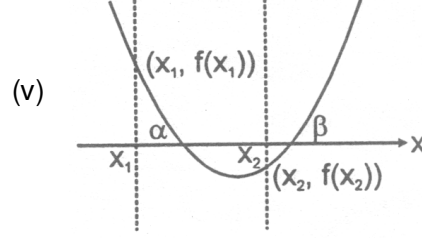
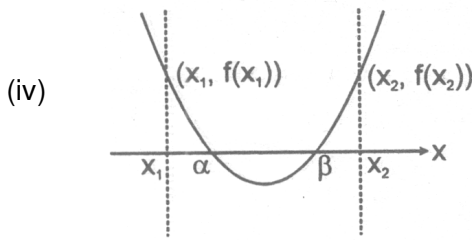
- (iv) यदि  $D < 0$  अर्थात् समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  को कोई वास्तविक मूल नहीं है  
 तब  $a > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$   
 $a < 0 \Rightarrow x \in \phi$

- (iv)  $\frac{P(x)Q(x)R(x)\dots}{A(x)B(x)C(x)\dots} \leq 0$  के रूप की असमिकाओं को अन्तराल विधि का उपयोग करके शीघ्र हल कर सकते हैं, जहाँ  $A, B, C, \dots, P, Q, R, \dots$  'x' के रैखिक फलन हैं।

11. मूलों की स्थिति (Location of Roots) :  $f(x)=ax^2+bx+c$ . जहाँ  $a>0$  एवं  $a,b,c \in R$ .



- (i)  $f(x)=0$  के दोनों मूल एक विशेष संख्या  $x_0$  से बड़े होने के लिए निम्न प्रतिबन्ध है –  
 $b^2-4ac \geq 0$ ;  $f(x_0) > 0$  एवं  $(-b/2a) > x_0$
- (ii)  $f(x)=0$  के दोनों मूल एक विशेष संख्या  $x_0$  से छोटे होने के लिए निम्न प्रतिबन्ध है –  
 $b^2-4ac \geq 0$ ;  $f(x_0) > 0$  एवं  $(-b/2a) < x_0$
- (iii) संख्या  $x_0$  समीकरण  $f(x)=0$  के मूलों के मध्य स्थित होने के लिए प्रतिबन्ध  $f(x_0) < 0$  है।



- (vi) समीकरण  $f(x)=0$  के दोनों मूल संख्या  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$  के मध्य स्थित होने के लिए निम्न प्रतिबन्ध है –  
 $b^2-4ac \geq 0$ ,  $f(x_1) > 0$ ;  $f(x_2) > 0$  एवं  $x_1 < (-b/2a) < x_2$
- (v) समीकरण  $f(x)=0$  का ठीक एक मूल अन्तराल  $(x_1, x_2)$  में स्थित अर्थात्  $x_1 < x < x_2$  होने के लिए प्रतिबन्ध  $f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$  है।

12. समीकरण सिद्धान्त (Theory of Equation) :

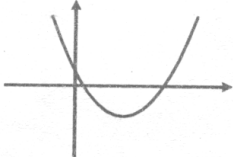
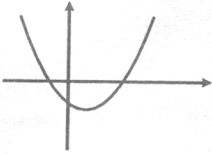
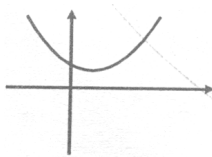
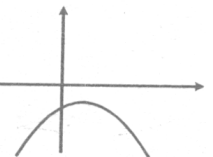
यदि  $f(x)=a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n=0$ , जहाँ  $a_0, a_1, \dots, a_n$  सभी वास्तविक है तथा  $a_0 \neq 0$  के मूल  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  हो, तो  $\sum \alpha_1 = -\frac{a_1}{a_0}$ ,  $\sum \alpha_1 \alpha_2 = +\frac{a_2}{a_0}$ ,  $\sum \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = -\frac{a_3}{a_0}$ ,  $\dots, \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$

- नोट :
- यदि समीकरण  $f(x)=0$  का एक मूल  $\alpha$  हो, तो बहुपद  $f(x), (x-\alpha)$  से पूर्णतः विभाजित होता है या  $f(x)$  का एक गुणखण्ड  $(x-\alpha)$  है एवं विलोमतः।
  - $n, (n \geq 1)$  घात की प्रत्येक समीकरण के ठीक  $n$  मूल होते हैं तथा यदि समीकरण के मूल  $n$  से अधिक है, तब यह एक सर्वसमिका कहलाती है।
  - यदि  $f(x)=0$  के सभी गुणांक वास्तविक हो एवं इसका एक मूल  $\alpha+i\beta$  हो, तो  $\alpha-i\beta$  भी एक मूल है अर्थात् काल्पनिक मूल संयुग्मी युग्मों में होते हैं।
  - एक विषम घात की समीकरण के वास्तविक मूलों की संख्या विषम होगी तथा तथा सम घात की समीकरण के वास्तविक मूलों की संख्या सम होगी।
  - यदि समीकरण के सभी गुणांक परिमेय है तथा इसका एक मूल  $\alpha + \sqrt{\beta}$  हो, तो  $\alpha - \sqrt{\beta}$  भी इसका मूल है, जहाँ  $\alpha, \beta \in Q$  तथा  $\beta$  परिमेय संख्या का वर्ग नहीं है।
  - यदि कोई दो वास्तविक संख्याएँ  $a$  एवं  $b$  इस प्रकार हो कि  $f(a)$  एवं  $f(b)$  विपरीत चिन्ह के हो, तो  $a$  एवं  $b$  के मध्य  $f(x)=0$  के वास्तविक मूलों की संख्या विषम (कम से कम एक वास्तविक मूल) होनी चाहिए।
  - विषम घात की प्रत्येक समीकरण  $f(x)=0$  का एक वास्तविक मूल इस समीकरण के अन्तिम पद के चिन्ह के विपरीत चिन्ह का होता है। (यदि अधिकतम घात के पद का गुणांक धनात्मक हों।)

## Exercise – 1

### 1-A(बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

- समीकरण  $(p^2-3p+2)x^2-(p^2-5p+4)x+p-p^2=0$  के दो से अधि कमूल होने के लिए  $p$  के मानों की संख्या हैं—  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं
- समीकरण  $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$  के मूल हैं —  
(A)  $\frac{c-a}{b-c}, 1$  (B)  $\frac{a-b}{b-c}, 1$  (C)  $\frac{b-c}{a-b}, 1$  (D)  $\frac{c-a}{a-b}, 1$
- यदि द्विघात समीकरण  $x^2+px+q=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो समीकरण  $x^2+px-r=0$  के मूल  $\gamma, \delta$  हो, तो  $(\alpha-\gamma), (\alpha-\delta)$  का मान है —  
(A)  $q+r$  (B)  $q-r$  (C)  $-(q+r)$  (D)  $-(p+q+r)$
- दो वास्तविक संख्याएँ  $\alpha$  एवं  $\beta$  इस प्रकार हैं कि  $\alpha+\beta=3$  एवं  $|\alpha-\beta|=4$  हो, तो वह समीकरण जिसके मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  हो, तो  
(A)  $4x^2-12x-7=0$  (B)  $4x^2-12x+7=0$  (C)  $4x^2-12x+25=0$  (D) इनमें से कोई नहीं
- यदि  $a, b, c$  पूर्णांक हो और  $b^2 = 4(ac + 5d^2), d \in \mathbb{N}$  हो, तो समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूल हैं—  
(A) अपरिमेय (B) परिमेय और असमान (C) सम्मिश्र संयुग्मी (D) परिमेय और समान
- यदि  $a, b$  एवं  $c$  वास्तविक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि  $4a+2b+c=0$  तथा  $ab>0$  हो, तो समीकरण  $ax^2+bx+c=0$   
(A) के दोनों मूल वास्तविक हैं। (B) के दोनों मूल काल्पनिक हैं।  
(C) का ठीक एक मूल है। (D) इनमें से कोई नहीं
- माना कि समीकरण  $x^2+2x-n=0$ , जहाँ  $n \in \mathbb{N}$  और  $n \in [5, 100]$  है। दी गई समीकरण के मूल पूर्णांक होने के लिए  $n$  के भिन्न-भिन्न मानों की कुल संख्या है —(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 3
- यदि समीकरण  $k(6x^2+3)+rx+2x^2-1=0$  एवं  $6k(2x^2+1)+px+4x^2-2=0$  के दोनों मूल उभयनिष्ट हो, तो  $(2r-p)$  का मानन है —(A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं
- यदि  $a, b, p, q$  अशून्य वास्तविक संख्याएँ हैं, तो समीकरणों  $2a^2x^2-2abx+b^2=0$  एवं  $p^2x^2+2pqx+q^2=0$   
(A) का कोई उभयनिष्ट मूल नहीं है। (B) का एक मूल उभयनिष्ट है, यदि  $2a^2+b^2=p^2+q^2$   
(C) के दो मूल उभयनिष्ट हैं, यदि  $3pq=2ab$  (D) के दो मूल उभयनिष्ट हैं, यदि  $3qb=2ap$
- निम्नलिखित में से कौन-सा ग्राफ व्यंजक  $f(x)=ax^2+bx+c(a \neq 0)$  को प्रदर्शित करता है जबकि  $a>0, b<0$  एवं  $c<0$  हो —  
(A)  (B)  (C)  (D) 
- व्यंजक  $y=ax^2+bx+c$  का चिन्ह सदैव  $a$  के चिन्ह के समान होता है यदि —  
(A)  $4ac<b^2$  (B)  $4ac>b^2$  (C)  $ac<b^2$  (D)  $ac>b^2$
- व्यंजक  $y=x^2+kx-x+9$  का सम्पूर्ण आलेख  $x$ -अक्ष के उपर होगा यदि और केवल यदि —  
(A)  $k<7$  (B)  $-5<k<7$  (C)  $k>-5$  (D) इनमें से कोई नहीं
- यदि  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$  एवं द्विघात समीकरण  $ax^2-bx+1=0$  के मूल काल्पनिक हो, तो  $a+b+1$  है—  
(A) धनात्मक (B) ऋणात्मक  
(C) शून्य (D)  $b$  के चिन्ह पर निर्भर है।
- यदि समीकरण  $x^2+ax+b=0$  के अशून्य भिन्न-भिन्न मूल  $a$  एवं  $b$  हो, तो  $x^2+ax+b$  का न्यूनतम मान है —  
(A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{9}{4}$  (C)  $-\frac{9}{4}$  (D) 1
- यदि  $y = -2x^2-6x+9$  हो, तो —  
(A)  $y$  का अधिकतम मान  $-11$  है और यह  $x=2$  पर प्राप्त होता है।  
(B)  $y$  का न्यूनतम मान  $-11$  है और यह  $x=2$  पर प्राप्त होता है।  
(C)  $y$  का अधिकतम मान  $13.5$  है और यह  $x = -1.5$  पर प्राप्त होता है।  
(D)  $y$  का न्यूनतम मान  $13.5$  है और यह  $x = -1.5$  पर प्राप्त होता है।
- यदि  $f(x) = x^2+4x+1$  हो, तो  
(A)  $x$  के सभी मानों के लिए  $f(x)>0$  (B)  $x \geq 0$   $f(x)>1$   
(C)  $x \leq -4$  के लिए  $f(x) \geq 1$  (D)  $x$  के सभी मानों के लिए  $f(x)=f(-x)$
- असमिकाओं  $5x+2<3x+8$  और  $\frac{x+2}{x-1} < 4$  को संतुष्ट करने वाले  $x$  के मानों का सम्पूर्ण समुच्चय है —  
(A)  $(-\infty, 1)$  (B)  $(2, 3)$  (C)  $(-\infty, 3)$  (D)  $(-\infty, 1) \cup (2, 3)$
- $x^2+9<(x+3)^2<8x+25$  के पूर्णांक हलों की संख्या है —

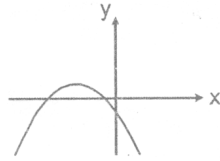
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) इनमें से कोई नहीं
19. असमिका  $\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 30} \geq 0$  के सम्पूर्ण हलों का समुच्चय है -  
 (A)  $(-\infty, -5) \cup (1, 2) \cup (6, \infty) \cup \{0\}$  (B)  $(-\infty, -5) \cup [1, 2] \cup (6, \infty) \cup \{0\}$   
 (C)  $(-\infty, -5] \cup [1, 2] \cup [6, \infty) \cup \{0\}$  (D) इनमें से कोई नहीं
20. यदि असमिका  $(m-2)x^2 + 8x + m + 4 > 0$ ,  $x$  के सभी वास्तविक मानों के लिये सत्य है, तब  $m$  का न्यूनतम पूर्णांक मान है -  
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) इनमें से कोई नहीं
21. यदि असमिका  $||x-1| - 1| \leq 1$  को सन्तुष्ट करने वाले  $x$  के वास्तविक मानों का समुच्चय है -  
 (A)  $[0, 2]$  (B)  $[-1, 3]$  (C)  $[-1, 1]$  (D)  $[1, 3]$
22. यदि  $\log_{1/3} \frac{3x-1}{x+2}$  इकाई से छोटा हो, तो  $x$  किस अन्तराल में स्थित होना चाहिए -  
 (A)  $(-\infty, -2) \cup (5/8, \infty)$  (B)  $(-2, 5/8)$   
 (C)  $(-\infty, -2) \cup (1/3, 5/8)$  (D)  $(-2, 1/3)$
23. असमिका  $2 - \log_2(x^2 + 3x) \geq 0$  के हलों का समुच्चय है -  
 (A)  $[-4, 1]$  (B)  $[-4, -3] \cup (0, 1]$   
 (C)  $(-\infty, -3) \cup (1, \infty)$  (D)  $(-\infty, -4) \cup [1, \infty)$
24. असमिका  $\log_{1-x}(x-2) \geq -1$  के सभी हलों का समुच्चय है -  
 (A)  $(-\infty, 0)$  (B)  $(2, \infty)$  (C)  $(-\infty, 1)$  (D)  $\phi$
25. यदि  $\log_{0.3}(x-1) < \log_{0.09}(x-1)$  हो, तो  $x$  किस अन्तराल में स्थित है -  
 (A)  $(2, \infty)$  (B)  $(1, 2)$  (C)  $(-2, -1)$  (D) इनमें से कोई नहीं
26. यदि  $\log_{0.5} \log_5(x^2 - 4) > \log_{0.5} 1$  हो, तो  $x$  किस अन्तराल में स्थित है -  
 (A)  $(-3, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3)$  (B)  $(-3, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3\sqrt{5})$  (C)  $(\sqrt{5}, 3\sqrt{5})$  (D)  $\phi$
27. यदि  $x$  वास्तविक तथा  $k = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$  हो, तो  
 (A)  $\frac{1}{3} \leq k \leq 3$  (B)  $k \geq 5$  (C)  $k \leq 0$  (D) इनमें से कोई नहीं
28. यदि समीकरण  $2x^2 - (a^3 + 8a - 1)x + a^2 - 4a = 0$  के मूल विपरित चिन्ह के हो, तो  $a$  के वास्तविक मान है -  
 (A)  $a > 5$  (B)  $0 < a < 4$  (C)  $a > 0$  (D)  $a > 7$
29. यदि समीकरण  $x^2 - 2p(x-4) - 15 = 0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो एक मूल 1 से छोटा और दूसरा मूल 2 से बड़ा होने के लिए  $p$  के मानों का समुच्चय है -  
 (A)  $(7/3, \infty)$  (B)  $(-\infty, 7/3)$  (C)  $x \in R$  (D) इनमें से कोई नहीं
30. यदि समीकरण  $4x^2 - 16x + \lambda = 0$  जहाँ  $\lambda \in R$ , के मूल  $\alpha, \beta$  इस प्रकार है कि  $1 < \alpha < 2$  और  $2 < \beta < 3$  हो, तो  $\lambda$  के पूर्णांक हलों की संख्या है -  
 (A) 5 (B) 6 (C) 2 (D) 3
31. यदि समीकरण  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  के दो मूल मापांक में बराबर परन्तु विपरित चिन्ह के हो, तो -  
 (A)  $pr = qr$  (B)  $qr = p$  (C)  $pq = r$  (D) इनमें से कोई नहीं
32. यदि समीकरण  $x^3 - x - 1 = 0$  के मूल  $\alpha, \beta$  एवं  $\gamma$  हो, तो  $\frac{1+\alpha}{1-\alpha} + \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$  का मान है -  
 (A) शून्य (B) -1 (C) -7 (D) 1
33. माना कि समीकरण  $(x-a)(x-b)(x-c) = d, d \neq 0$  के मूल  $\alpha, \beta, \gamma$  हो, तो समीकरण  
 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) + d = 0$  के मूल है - (A)  $a+1, b+2, c+1$  (B)  $a, b, c$  (C)  $a-1, b-1, c-1$  (D)  $\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}$

एक से अधिक विकल्प सही

34. समीकरण  $|x|^2 + |x| - 6 = 0$  के लिए सत्य कथन है -  
 (A) मूलों का योग शून्य है। (B) मूलों का गुणनफल  $-4$  है। (C) मूलों की संख्या 4 है। (D) केवल दो मूल है।

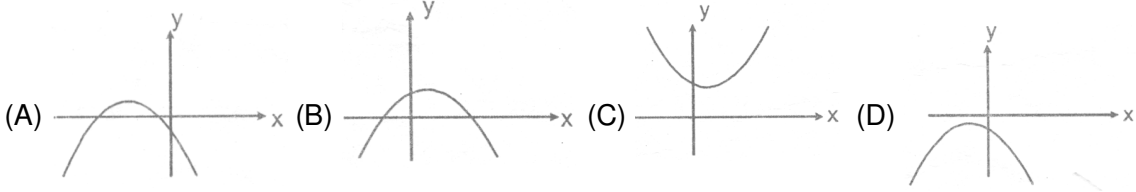


35. यदि समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हैं एवं समीकरण  $px^2+qx+r=0$  के मूल  $\alpha+h, \beta+h$  हो, तो –  
 (A)  $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$  (B)  $h = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{a} - \frac{q}{p}\right)$  (C)  $h = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{a} + \frac{q}{p}\right)$  (D)  $\frac{b^2 - 4ac}{a^2} = \frac{q^2 - 4pr}{p^2}$
36. यदि अशून्य वास्तविक संख्याएँ  $a, b$  हो एवं  $x^2+ax+b=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो –  
 (A)  $x^2-(2b-a^2)x+a^2=0$  के मूल  $\alpha^2, \beta^2$  हैं। (B)  $bx^2+ax+1=0$  के मूल  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$  हैं।  
 (C)  $bx^2+(2b-a^2)x+b=0$  के मूल  $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$  हैं। (D) समीकरण  $x^2+x(a+2)+1+a+b=0$  के मूल  $(\alpha-1), (\beta-1)$
37. द्विघात व्यंजक  $y=ax^2+bx+c$  का आलेख चित्रानुसार हो, तो –

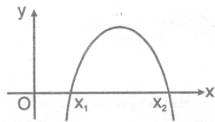


- (A)  $b^2-4ac>0$  (B)  $b<0$  (C)  $a>0$  (D)  $c<0$

38. द्विघात व्यंजक  $y=ax^2+bx+c$  के निम्न आलेखों में से किस आलेख के लिए गुणन  $abc$  का मान ऋणात्मक है :



39. यदि  $y=ax^2+bx+c$  का आलेख निम्नानुसार हो, तो –



- (A)  $a<0$  (B)  $b^2<4ac$   
 (C)  $c>0$  (D)  $a$  एवं  $b$  विपरित चिन्ह के हैं।

40. यदि  $ax^3+bx^2+cx+d=0$  जहाँ  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , का एक गुणनखण्ड  $x^2+x+1$  हो तो दी गई समीकरण का वास्तविक मूल है–  
 (A)  $-d/a$  (B)  $d/a$  (C)  $(b-a)/a$  (D)  $(a-b)/a$

**1-B(विषयात्मक प्रश्न)**

1.  $a$  के किस मान के लिए समीकरण  $(a^2-a-2)x^2+(a^2-4)x+(a^2-3a+2)=0$  के दो से अधिक हल होंगे ? क्या यहाँ  $x$  का कोई वास्तविक मान विद्यमान है जिसके लिए दी गई समीकरण  $a$  में एक सर्वसमिका होगी ?
2. यदि समीकरण  $2x^2+3x+4=0$  के मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  हो, तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए –  
 (i)  $\alpha^2+\beta^2$  (ii)  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$
3. यदि द्विघात समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो वह द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिनके मूल निम्न हैं –  
 (i)  $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$  (ii)  $\alpha^2+2, \beta^2+2$
4. एक आयत की लम्बाई इसकी चौड़ाई से 2 मीटर अधिक है। यदि लम्बाई को 6 मीटर बढ़ाया जाये और चौड़ाई को 2 मीटर घटाया जाये तो क्षेत्रफल 119 वर्ग मीटर हो जाता है। दिये गए आयतन की विमाएँ ज्ञात कीजिए।
5. यदि  $\alpha \neq \beta$  लेकिन  $\alpha^2=5\alpha-3, \beta^2=5\beta-3$  हो, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल  $\frac{\alpha}{\beta}$  एवं  $\frac{\beta}{\alpha}$  हो।



6.  $x^2+px+q=0$  रूप की एक द्विघात समीकरण को लिखते समय  $x$  का गुणांक गलती से  $-11$  की जगह  $-10$  लिखने पर मूल 4 एवं 6 प्राप्त होते हो, तो सही समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए।
7. यदि समीकरण  $x^2+px+q=0$  जहाँ  $p, q \in \mathbb{R}$  का एक मूल  $2+i\sqrt{3}$  हो, तो कमित युग्म  $(p,q)$  ज्ञात कीजिये।
8. यदि समीकरण  $(\ell - m)x^2 + \ell x + 1 = 0$  का एक मूल दूसरे मूल का दुगुना हो और  $\ell$  वास्तविक हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $m \leq \frac{9}{8}$
9. समीकरण  $x^4+4x^3+5x^2+2x-2=0$  को हल कीजिए जबकि इसका एक मूल  $-1+\sqrt{-1}$  हो।
10. यदि समीकरण  $x^2-(2c)x+ab=0$  के मूल वास्तविक और असमान हो, तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $x^2-2(a+b)x+a^2+b^2+2c^2=0$
11.  $k$  के किन मानों के लिए व्यंजक  $kx^2+(k+1)x+2$  एक रैखिक गुणनखण्ड का पूर्ण वर्ग होगा ?
12. प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण  $(a^2-bc)x^2+2(b^2-ac)x+c^2-ab=0$  के मूल समान हैं यदि समान हैं यदि  $b=0$  या  $a^3+b^3+c^3=3abc$
13. सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$  के मूल सदैव वास्तविक तथा कोई मूल नहीं है यदि  $a=b=c$  हो।
14. यदि समीकरण  $\frac{1}{(x+p)} + \frac{1}{(x+q)} = \frac{1}{r}$  के मूल मापांक में बराबर तथा विपरित चिन्ह के हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $p+q=2r$  एवं मूलों का गुणनफल  $(-1/2)(p^2+q^2)$  है।
15. यदि  $x = \frac{3+5\sqrt{-1}}{2}$  हो, तो व्यंजक  $2x^3+2x^2-7x+72$  का मान ज्ञात कीजिए।
16.  $x^2-11x+a=0$  और  $x^2-14x+2a=0$  कस एक मूल उभयनिष्ठ होने के लिए  $a$  के मान ज्ञात कीजिए।
17. यदि  $ax^2+bx+c=0$  और  $bx^2+cx+a=0$  का एक मूल उभयनिष्ठ हो और  $a,b,c$  अशून्य वास्तविक संख्याएँ हो, तो  $\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}$  का मान ज्ञात कीजिए।
18. यदि  $x^2+px+q=0$  और  $x^2+qx+p=0$  का एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $1+p+q=0$  तथा यह भी प्रदर्शित कीजिए कि शेष मूल समीकरण  $x^2+x+pq=0$  के मूल हैं।
19. यदि समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  का एक मूल समीकरण  $a_1x^2+b_1x+c_1=0$  के मूलों में से एक का व्युत्क्रम है तो प्रदर्शित कीजिए कि  $(aa_1-cc_1)^2=(bc_1-ab_1)(b_1c-a_1b)$
20. निम्नलिखित द्विघात व्यंजकों के आलेख बनाइए -  
 (i)  $y=x^2+4x+3$  (ii)  $y=9x^2+6x+1$  (iii)  $y=-2x^2+x-1$
21. निम्नलिखित द्विघात व्यंजकों के परिसर ज्ञात कीजिए-  
 (i)  $f(x)=-x^2+2x+3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$   
 (ii)  $f(x)=x^2-2x+3 \quad \forall x \in [0,2]$   
 (iii)  $f(x)=x^2-4x+6 \quad \forall x \in [0,1]$
22. यदि  $x$  वास्तविक हो, तो निम्नलिखित परिमेय व्यंजकों के परिसर ज्ञात कीजिए 7  
 (i)  $y = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$  (ii)  $y = \frac{x^2-2x+9}{x^2+2x+9}$
23. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए -  
 (i)  $x^2-7x+10>0$  (ii)  $x^2-4x+3<0$   
 (iii)  $\frac{2x}{2x^2+5x+2} > \frac{1}{x+1}$  (iv)  $\frac{x-2}{x+2} > \frac{2x-3}{4x-1}$
24.  $x^2-3x+2>0$  और  $x^2-3x-4 \leq 0$  को सन्तुष्ट करने वाले  $x$  के सभी वास्तविक मान ज्ञात कीजिए।
25. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए -  
 (i)  $(x-1)^2(x+1)^3(x-4) \geq 0$  (ii)  $\frac{x^4(x+1)^2(x-2)}{(x-3)^3(x+4)} > 0$   
 (iii)  $(x^2-x-1)(x^2-x-7) < -5$  (iv)  $\frac{(x+2)(x^2-2x+1)}{-4+3x-x^2} \geq 0$

26. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए

(i)  $\left|1 + \frac{3}{x}\right| > 2$

(ii)  $\left|\frac{3x}{x^2 - 4}\right| \leq 1$

(iii)  $\frac{|x+3|+x}{x+2} > 1$

(iv)  $|x^2 + 3x| + x^2 - 2 \geq 0$

(v)  $|x+3| > |2x-1|$

27. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए—

(i)  $\log_{1/5} \frac{4x+6}{x} \geq 0$

(ii)  $\log_2(4^x - 2 \cdot 2^x + 17) > 5$

(iii)  $\log^2 x \geq \log x + 2$

(iv)  $\log_{1/2}(x+1) > \log_2(2-x)$

28. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए –

(i)  $\text{Log}_{0.5}(x+5)^2 > \log_{1/2}(3x-1)^2$  (ii)  $\log \log_{1/2} \log_3 \frac{x+1}{x-1} \geq 0$

(iii)  $\log_{(3x^2+1)} 2 < \frac{1}{2}$

(iv)  $\log_{x^2}(2+x) < 1$

29. यदि समीकरण  $x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0$  के दोनों मूल 3 से बड़े हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $a > 11/9$

30. समीकरण  $x^2 - (K+1)x + K^2 + K - 8 = 0$  का एक मूल 2 से बड़ा एवं दूसरा 2 से छोटा होने के लिए K के मान ज्ञात कीजिए

31. समीकरण  $(a^2 - a + 2)x^2 + 2(a-3)x + 9(a^4 - 16) = 0$  के मूल विपरीत चिन्ह के होने के लिए a के सभी वास्तविक मान ज्ञात कीजिए।

32. समीकरण  $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$  का ठीक एक मूल संख्याओं 2 और 4 के मध्य स्थित हो तथा समीकरण का कोई भी मूल न तो 2 के बराबर हो और न ही 4 के बराबर हो, तो a के सभी मान ज्ञात कीजिए।

33.  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$   $\alpha, \beta$   $\alpha\beta + 1 = 0$   $r^2 + pr + q + 1 = 0$

34. यदि समीकरण  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$  के मूल  $\alpha, \beta, \gamma$  हो, तो  $\left(\alpha - \frac{1}{\beta\gamma}\right)\left(\beta - \frac{1}{\gamma\alpha}\right)\left(\gamma - \frac{1}{\alpha\beta}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

35. यदि समीकरण  $2x^3 + x^2 - 7 = 0$  के मूल  $\alpha, \beta, \gamma$  हो, तो  $\sum\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

## Exercise – 2

### 2-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. यदि द्विघात समीकरणों  $3x^2 + ax + 1 = 0$  और  $2x^2 + bx + 1 = 0$  का एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो व्यंजक  $ab - 2a^2 - 3b^2$  का मान है –

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) इनमें से कोई नहीं

2. यदि द्विघात समीकरण  $(2-x)(x+1) = p$  के दोनों मूल भिन्न-भिन्न एवं धनात्मक हो, तो p किस अन्तराल में स्थित होना चाहिए –

(A) (2, ∞) (B) (2, 9/4) (C) (-∞, -2) (D) (-∞, ∞)

3. समीकरण  $\pi^x = -2x^2 + 6x - 9$

(A) का कोई हल नहीं है। (B) का एक हल है। (C) के दो हल हैं। (D) के अनन्त हल हैं।

4. यदि  $a > 0, b > 0$  एवं  $c > 0$  हो, तो समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के

(A) दोनों मूल वास्तविक एवं ऋणात्मक हैं। (B) दोनों मूलों के वास्तविक भाग ऋणात्मक हैं।  
 (C) दोनों मूल परिमेय संख्याएँ हैं। (D) दोनों मूलों के वास्तविक भाग धनात्मक हैं।

5. असमिका  $(1/2)^{x^2-2x} < 1/4$  के सभी हलों का समुच्च निम्न में से किस समुच्च को समाहित करता है?

(A) (-∞, 0) (B) (-∞, 1) (C) (1, ∞) (D) (3, ∞)

6. समीकरण  $x^2 - (a-2)x - a - 1 = 0$  के मूलों के वर्गों का योग a के किस मान के लिए न्यूनतम है –

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

7. असमिकाओं  $\frac{\sqrt{(x-8)(2-x)}}{\log_{0.3}\left(\frac{10}{7}(\log_2 5 - 1)\right)} \geq 0$  और  $2^{x-3} - 31 > 0$  को एक साथ संतुष्ट करने वाले  $x$  के मानों का समुच्च है—  
 (A) इकाई समुच्च (B) रिक्त समुच्च  
 (C) एक अनन्त समुच्च (D) एक समुच्च जिसमें ठीक 2 अवयव हैं।
8. यदि  $y = \frac{2x}{1+x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  हो, तो व्यंजक  $y^2 + y - 2$  का परिसर है —  
 (A)  $[-1, 1]$  (B)  $[0, 1]$  (C)  $[-9/4, 0]$  (D)  $[-9/4, 1]$
9. व्यंजक  $x^2 + 2xy + 2y^2 + 4y + 7$  का न्यूनतम मान है — (A) -1 (B) 1 (C) 3 (D) 7
10. समीकरण  $x^2 + 2(k-1)x + k + 5 = 0$  का कम से कम एक मूल धनात्मक होने के लिए  $k$  के मानों का समुच्च है —  
 (A)  $[4, \infty)$  (B)  $(-\infty, -1] \cup [4, \infty)$  (C)  $[-1, 4]$  (D)  $(-\infty, -1]$
11. यदि  $b > a$  हो, तो समीकरण  $(x-a)(x-b) + 1 = 0$   
 (A) के दोनों मूल  $(a, b)$  में है। (B) के दोनों मूल  $(-\infty, a)$  में है।  
 (C) के दोनों मूल  $(b, \infty)$  में है। (D) का एक मूल  $(-\infty, a)$  में एक दूसरा  $(b, \infty)$  में है।
12. यदि  $\frac{6x^2 - 5x - 3}{x^2 - 2x + 6} \leq 4$  हो, तो  $4x^2$  का न्यूनतम एवं अधिकतम मान है —  
 (A) 0 एवं 81 (B) 9 एवं 81 (C) 36 एवं 81 (D) इनमें से कोई नहीं
13. यदि  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  समीकरण  $x^4 - Kx^3 + Lx^2 + Mx + N = 0$  जहाँ  $K, L$  एवं  $M$  वास्तविक संख्याएँ हैं, के मूल हो, तो  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$  का न्यूनतम मान है — (A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 2
14. यदि समीकरण  $x^3 + Px^2 + Qx - 19 = 0$  के मूल समीकरण  $x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0$  जहाँ  $A, B, C, P$  एवं  $Q$  अचर हैं, के प्रत्येक मूल से एक अधिक हो, तो  $A + B + C$  का मान है —  
 (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) कोई नहीं
15. समीकरण  $x^3 + 5x^2 + px + q = 0$  एवं  $x^3 + 7x^2 + px + r = 0$  के दो मूल उभयनिष्ठ हैं। यदि प्रत्येक समीकरण का तीसरा मूल क्रमशः  $x_1$  एवं  $x_2$  से प्रदर्शित किया जाता हो, तो कमित युग्म  $(x_1, x_2)$  है —  
 (A)  $(-5, -7)$  (B)  $(1, -1)$  (C)  $(-1, 1)$  (D)  $(5, 7)$
16. यदि समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$  के गुणांक वास्तविक हो तथा समीकरण के मूल अवास्तविक सम्मिश्र हो ओर  $a + c < b$  हो, तो (A)  $4a + c > 2b$  (B)  $4a + c < 2b$  (C)  $4a + c = 2b$  (D) इनमें से कोई नहीं
17. यदि  $(\lambda^2 + \lambda - 2)x^2 + (\lambda + 2)x < 1 \forall x \in \mathbb{R}$  हो, तो  $\lambda$  किस अन्तराल में स्थित है — (A)  $(-2, 1)$  (B)  $\left[-2, \frac{2}{5}\right)$   
 (C)  $\left(\frac{2}{5}, 1\right)$  (D) इनमें से कोई नहीं
18. समीकरण  $X^2 - (\lambda^2 - 5\lambda + 5)x + (2\lambda^2 - 3\lambda - 4) = 0$  के मूलों का योग एवं गुणनफल दोनों 1 से छोटे होने के लिए  $\lambda$  के संभव मानों का समुच्च है —  
 (A)  $\left(-1, \frac{5}{2}\right)$  (B)  $(1, 4)$  (C)  $\left[1, \frac{5}{2}\right]$  (D)  $\left(1, \frac{5}{2}\right)$
19. यदि प्रतिबन्ध  $C_1$  एवं  $C_2$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $C_1: b^2 - 4ac \geq 0$  एवं  $C_2: a, -b, c$  समान चिन्ह के हो, तो  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल वास्तविक एवं धनात्मक है यदि  
 (A)  $C_1$  एवं  $C_2$  दोनों संतुष्ट हो। (B) केवल  $C_2$  संतुष्ट हो।  
 (C) केवल  $C_1$  संतुष्ट हो। (D) इनमें से कोई नहीं।
20. यदि समीकरण  $x^2 + 2ax + b = 0$  के मूल वास्तविक एवं भिन्न-भिन्न हो तथा उनका अन्तर अधिकतम  $2m$  हो, तो  $b$  किस अन्तराल में स्थित है —  
 (A)  $(a^2 - m^2, a^2)$  (B)  $[a^2 - m^2, a^2)$  (C)  $(a^2, a^2 + m^2)$  (D) इनमें से कोई नहीं

एक से अधिक विकल्प सही

21. यदि  $1/2 \leq \log_{0.1} x \leq 2$  हो, तो  
 (A)  $x$  का अधिकतम मान  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  है। (B)  $x, 1/100$  और  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  के बीच में स्थित में है।

(C)  $x$  का न्यूनतम मान  $1/10$  है।

(D)  $x$  का न्यूनतम मान  $1/100$  है।

22. यदि  $\frac{\log_2(4x^2 - x - 1)}{\log_2(x^2 + 1)} > 1$  हो, तो  $x$  किस अन्तराल में है?

(A)  $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$

(B)  $(1, \infty)$

(C)  $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$

(D) इनमें से कोई नहीं

23. यदि द्विघात समीकरण  $x^2+abx+c=0$  एवं  $x^2+acx+b=0$  का एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो इनके अन्य मूलों से बना द्विघात समीकरण है –

(A)  $x^2+a(b+c)x-a^2bc=0$

(B)  $x^2-a(b+c)x+a^2bc=0$

(C)  $a(b+c)x^2-(b+c)x+abc=0$

(D)  $a(b+c)x^2+(b+c)x-abc=0$

24. यदि द्विघात समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) एवं  $x^2+4x+5=0$  का एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो  $a, b, c$  द्वारा सन्तुष्ट होने वाला प्रतिबन्ध है –

(A)  $a > b > c$

(B)  $a < b < c$

(C)  $a=k; b=4k; c=5k$  ( $k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ )

(D)  $b^2-4ac$  ऋणात्मक है।

25. यदि समीकरण  $x^2+px+q=0$  के वास्तविक एवं असमान मूल  $\alpha, \beta$  हो और समीकरण  $x^2-rx+s=0$  के मूल  $\alpha^4, \beta^4$  हो, तो समीकरण  $x^2-4qx+2q^2-r=0$  के लिए सदैव –

(A) दो वास्तविक मूल हैं।

(B) दो ऋणात्मक मूल हैं।

(C) दो धनात्मक मूल हैं।

(D) एक धनात्मक मूल और एक ऋणात्मक मूल है।

## 2-B(विषयात्मक प्रश्न)

- निम्न समीकरणों को हल कीजिए – (i)  $2^{2x}+2^{x+2}-32=0$  (ii)  $x(x+1)(x+2)(x+3)=120$
- यदि समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  का एक मूल दूसरे मूल की  $n$  वीं घात के बराबर हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $(ac^n)^{1/(n+1)}+(a^n c)^{1/(n+1)}+b=0$ .
- यदि समीकरण  $x^2+px+1=0$  के मूल  $a, b$  एवं समीकरण  $x^2+qx+1=0$  के मूल  $c, d$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $q^2-p^2=(a-c)(b-c)(a+d)(b+d)$ .
- यदि  $a, b, c$  अशून्य असमान परिमेय संख्याएँ हो, तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $(abc)^2x^2+3a^2cx+b^2cx-6a^2-ab+2b^2=0$  के मूल परिमेय हैं।
- यदि  $p, q, r, s \in \mathbb{R}$  तथा  $pr=2(q+s)$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण  $x^2+px+q=0$  एवं  $x^2+rx+s=0$  में से कम से कम एक समीकरण के मूल वास्तविक हैं।
- यदि समीकरण  $4x^2+2x-1=0$  का एक मूल  $\alpha$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसका दूसरा मूल  $4\alpha^3-3\alpha$  है।
- यदि समीकरण  $2x^2+6x+a=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो असमिका  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} < 2$  को सन्तुष्ट करने वाले प्रचाल  $a$  के सभी मान ज्ञात कीजिए।
- $x$  के वास्तविक मानों के लिए हल कीजिए –  
 (i)  $(5+2\sqrt{6})^{x^2-3} + (5-2\sqrt{6})^{x^2-3} = 10$   
 (ii)  $x^2-2a|x-a|-3a^2=0, a \leq 0$
- यदि  $x$  वास्तविक हो, तो असमिका  $\left| \frac{x^2+kx+1}{x^2+x+1} \right| < 2 \forall x \in \mathbb{R}$  मान्य होने के लिए  $k$  के सभी मान ज्ञात कीजिए।
- यदि समीकरण  $x^2-ax+b=0$  एवं  $x^3-px^2+qx=0$  (जहाँ  $b \neq 0, q \neq 0$ ) का एक मूल उभयनिष्ठ है एवं द्वितीय समीकरण के दोनों मूल समान हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $2(q+b)=ap$
- युगपत समीकरण  $xy+3y^2-x+4y-7=0, 2xy+y^2-2x-2y+1=0$  के वास्तविक हल ज्ञात कीजिए।
- यदि समीकरण  $x^2+ax+12=0, x^2+bx+15=0, x^2+(a+b)x+36=0$  में एक धनात्मक मूल उभयनिष्ठ हो, तो  $a, b$  तथा समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए।
- यदि  $x^2+2(K-3)x+9=0$  के मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  हो, तो  $K$  का मान ज्ञात कीजिए जबकि  $\alpha, \beta \in (-6, 1)$ .

14. समीकरण  $x^2-(a-3)x+a=0$  के मूलों में से कम से कम एक मूल 2 से बड़ा होने के लिए  $a$  के सभी मान ज्ञात कीजिए।
15. यदि  $ax^2+bx+c=0$  का एक मूल  $x_1$  तथा  $-ax^2+bx+c=0$  का एक मूल  $x_2$  जहाँ  $0 < x_1 < x_2$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $ax^2+2bx+2c=0$  का एक मूल  $x_3$  इस प्रकार है कि  $0 < x_1 < x_3 < x_2$ ।
16. माना समीकरण  $x^3+qx+r=0$  जहाँ  $q, r \in \mathbb{R}$ , का एक मूल  $\alpha+i\beta$ ;  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  है।  $\alpha$  एवं  $\beta$  से स्वतंत्र वास्तविक त्रिघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक मूल  $2\alpha$  हो
17.  $a$  के मानों का समुच्च ज्ञात कीजिए यदि  $(x^2+x)^2+a(x^2+x)+4=0$  के
- (i) चारों मूल वास्तविक एवं भिन्न-भिन्न हैं।  
 (ii) केवल दो मूल वास्तविक एवं भिन्न-भिन्न हैं।  
 (iii) सभी चारों मूल काल्पनिक हैं।  
 (iv) चार वास्तविक मूल हैं जिनमें से केवल दो समान हैं।

## Exercise – 3

### 3-A(स्तम्भ मिलान)

- |     |  |                  |
|-----|--|------------------|
| 1.  | <b>स्तम्भ-I</b>  | <b>स्तम्भ-II</b> |
| (A) | यदि समीकरण $x^2-bx+c=0$ के मूल दो क्रमागत पूर्णांक हो, तो $b^2-4c=$                        | (p) 1            |
| (B) | यदि $x^2+ax+b=0$ एवं $x^2+bx+a=0$ ( $a \neq 0$ ) का एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो $a+b=$          | (q) 7            |
| (C) | यदि $x^2-x+3=0$ के मूल $\alpha, \beta$ हो, तो $\alpha^4+\beta^4=$                          | (r) 17           |
| (D) | यदि $x^3-7x^2+16x-12=0$ के मूल $\alpha, \beta, \gamma$ हो, तो $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=$ | (s) -1           |
| 2.  | <b>स्तम्भ-I</b>  | <b>स्तम्भ-II</b> |
| (A) | यदि $x^2-8x+k=0$ के मूल $\alpha, \alpha+4$ हो, तो $k$ का सम्भावित मान है।                  | (p) 2            |
| (B) | समीकरण $x^2-5 x +6=0$ के वास्तविक हलों की संख्या $n$ हो, तो $\frac{n}{2}=$                 | (q) 3            |
| (C) | यदि $x^2+ax+b=0$ ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) का एक मूल $3-i$ हो, तो $b=$                     | (r) 12           |
| (D) | यदि $x^2-2kx+k^2+k-5=0$ के दोनों मूल 5 से छोटे हो, तो $k$ का मान हो सकता है -              | (s) 10           |

### 3-B(कथन/कारण)

3. **कथन -1** :  $\log_{1/3}(x^2-4x+5)$  का अधिकतम मान शून्य है।  
**कथन -2** :  $x \geq 1$  एवं  $0 < a < 1$  के लिए  $\log_a x \leq 0$ ।
- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
4. **कथन -1** वक्र  $f(x)=x^2-6x+11$  पर  $x$ -अक्ष के निकटतम बिन्दु (3,2) है।  
**कथन -2** यदि  $a > 0$  एवं  $D < 0$  हो, तो  $ax^2+bx+c > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ ।
- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
5. माना  $f(x)=3x^2-4x+5=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  है।  
**कथन-1** :  $2\alpha, 2\beta$  मूलों वाली समीकरण  $3x^2+8x-20=0$  द्वारा दी जाती है।  
**कथन -2**: समीकरण  $f(x)=0$  जिसके मूल  $\alpha$  तथा  $\beta$  है, से  $2\alpha, 2\beta$  मूलों वाली समीकरण प्राप्त करने के लिए

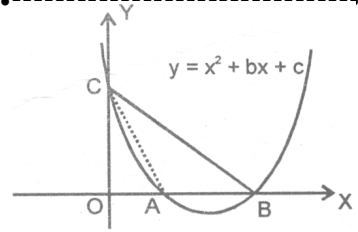
$f(x)=0$  में  $x$  को  $\frac{x}{2}$  से प्रतिस्थापित किया जाता है।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

**3-C(अनुच्छेद)**

अनुच्छेद

चित्रानुसार  $\triangle OBC$  समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है जबकि  $AC$  माधिका है, तब निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



6.1  $y=0$  के मूल है -

- (A) {2,1} (B) {4,2} (C) {1,1/2} (D) {8,4}

6.2 वह समीकरण जिसके मूल  $(\alpha+\beta)$  एवं  $(\alpha-\beta)$  हो, जहाँ  $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$  पिछले प्रश्न से प्राप्त मूल है -

- (A)  $x^2-4x+3=0$  (B)  $x^2-8x+12=0$

- (C)  $4x^2-8x+3=0$  (D)  $x^2-16x+48=0$

6.3 प्रश्न 6.2 से प्राप्त द्विघात व्यंजक का न्यूनतम मान  $x$  के किस मान पर प्राप्त होता है -

- (A) 8 (B) 1 (C) 4 (D) 2

7. अनुच्छेद

माना द्विघात समीकरण  $X^4-\lambda X^2+9=0$  है।

7.1 यदि समीकरण के चार वास्तविक एवं भिन्न-भिन्न हल हो, तो  $\lambda$  किस अन्तराल में है -

- (A)  $(-\infty, -6) \cup (6, \infty)$  (B)  $(0, \infty)$  (C)  $(6, \infty)$  (D)  $(-\infty, -6)$

7.2 यदि समीकरण के कोई वास्तविक हल नहीं, हो तो  $\lambda$  किस अन्तराल में है -

- (A)  $(-\infty, 0)$  (B)  $(-\infty, 6)$  (C)  $(6, \infty)$  (D)  $(0, \infty)$

7.3 यदि समीकरण के दो वास्तविक हल हो, तो  $\lambda$  के मानों का समुच्चय है -

- (A)  $(-\infty, -6)$  (B)  $(-6, -6)$  (C) {6} (D) इनमें से कोई नहीं

**3-D(सत्य/असत्य कथन)**

8. समीकरण  $2x^2+3x+1=0$  के मूल अपरिमेय है।

9. यदि समीकरण  $x^2+2x+4=0$  के मूल  $\alpha$  और  $\beta$  हों, तो  $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = \frac{1}{4}$

10. यदि  $a < b < c < d$  हो, तो समीकरण  $(x-a)(x-c)+2(x-b)(x-d)=0$  के मूल वास्तविक एवं भिन्न-भिन्न हैं।

11. यदि  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  हो, तो द्विघात समीकरण  $(a^4+b^4)x^2+(4abcd)x+c^4+d^4=0$  के मूल यदि वास्तविक हो, तो भिन्न नहीं हो सकते।

12. यदि  $x^2+3x+5=0$  एवं  $ax^2+bx+c=0$  का एक मूल उभयनिष्ठ एवं  $a, b, c \in \mathbb{N}$  हो, तो  $(a+b+c)$  का न्यूनतम मान 10 है।

**3-E(रिक्त स्थान की पूर्ति)**

13. चतुर्थ घात व्यंजक  $x^4-8x^3+18x^2-8x+2$  का  $x = 2 + \sqrt{3}$  पर मान ..... है।

14. यदि समीकरण  $x^2-3kx+2e^{2\ln k}-1=0$  के मूलों का गुणनफल 7 हो, तो  $k=.....$  के लिए मूल वास्तविक है।

15. यदि  $(x+1)^2$  का मान  $5x-1$  से बड़ा एवं  $7x-3$  से छोटा हो, तो  $x$  का पूर्णांक मान ..... है।

16.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$  के वास्तविक मूलों की संख्या ..... है।

17. यदि व्यंजक  $x^3-3x^2y+\lambda xy^2+\mu y^3$  के दो गुणनखण्ड  $x-y$  एवं  $y-2x$  हो, तो  $\lambda=.....$  एवं  $\mu=.....$

## Exercise – 4

### 4-A(पूर्ववर्ती JEE परीक्षा प्रश्न)

#### IIT-JEE-2008

1. माना  $a, b, c, p, q$  वास्तविक संख्याएँ हैं। माना समीकरण  $x^2+2px+q=0$  के मूल (roots)  $\alpha, \beta$  हैं और समीकरण

$ax^2+2bx+c=0$  के मूल  $\alpha, \frac{1}{\beta}$  है, जहाँ  $\beta^2 \notin \{-1, 0, 1\}$

कथन -1 :  $(p^2-q)(b^2-ac) \geq 0$

और

कथन -2 :  $b \neq pa$   $c \neq qa$

(A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है

(B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।

(D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

#### IIT-JEE-2007

2. माना कि समीकरण  $x^2-px+r=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हैं तथा समीकरण  $x^2-qx+r=0$  के मूल  $\frac{\alpha}{2}, 2\beta$  हैं तो  $r$  का मान है -

(A)  $\frac{2}{9}(p-q)(2q-p)$  (B)  $\frac{2}{9}(q-p)(2p-q)$  (C)  $\frac{2}{9}(q-2p)(2q-p)$  (D)  $\frac{2}{9}(2p-q)(2q-p)$

3. माना कि  $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 5x + 6}$

स्तम्भ-I

(A) यदि  $-1 < x < 1$ , तब  $f(x)$  संतुष्ट करता है।

(B) यदि  $1 < x < 2$ , तब  $f(x)$  संतुष्ट करता है।

(C) यदि  $3 < x < 5$ , तब  $f(x)$  संतुष्ट करता है।

(D) यदि  $x > 5$ , तब  $f(x)$  संतुष्ट करता है।

स्तम्भ-II

(p)  $0 < f(x) < 1$

(q)  $f(x) < 0$

(r)  $f(x) > 0$

(s)  $f(x) < 1$

#### IIT-JEE-2006

4. माना त्रिभुज की भुजाएँ  $a, b, c$  है (इनमें से कोई भी दो बराबर नहीं है) एवं  $\lambda \in \mathbb{R}$ । यदि समीकरण  $X^2+2(a+b+c)x+3\lambda(ab+bc+ca)$  के मूल वास्तविक हो, तो

(A)  $\lambda < \frac{4}{3}$  (B)  $\lambda > \frac{5}{3}$  (C)  $\lambda \in \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$  (D)  $\lambda \in \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$

5. यदि समीकरण  $x^2-10ax-11b=0$  के मूल  $c$  एवं  $d$  तथा  $x^2-10cx-11d=0$  के मूल  $a$  एवं  $b$  हों, तो  $a+b+c+d$  का मान ज्ञात कीजिए (जहाँ  $a, b, c, d$  सभी भिन्न-भिन्न संख्याएँ हैं।)

#### IIT-JEE-2004

6. यदि द्विघात व्यंजक  $x^2+2ax-3a+10 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  हो, तो -

(A)  $a > 5$

(B)  $|a| < 5$

(C)  $-5 < a < 2$

(D)  $2 < a < 3$

7. यदि समीकरण  $x^2+px+q=0$  का एक मूल दूसरे का वर्ग हो, तो  $p, q$  में सम्बन्ध है -

(A)  $p^3-q(3p-1)+q^2=0$

(B)  $p^3+q(3p+1)+q^2=0$



(C)  $p^3+q(3p-1)+q^2=0$

(D)  $p^3-q(3p+1)+q^2=0$

**IIT-JEE-2003**

8. यदि  $f(x)=x^2+2bx+2c^2$  एवं  $g(x)=-x^2-2cx+b^2$  इस प्रकार है ताकि  $\min f(x) > \max g(x)$  हो, तो  $b, c$  में सम्बन्ध है –

(A) कोई सम्बन्ध नहीं

(B)  $0 < c < b/2$

(C)  $|c| < \sqrt{2}|b|$

(D)  $|c| > \sqrt{2}|b|$

9. यदि  $x^2+(a-b)x+(1-a-b)=0, a, b \in R$  हो, तो  $a$  पर प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए ताकि  $b$  के सभी मानों के लिए समीकरण के मूल वास्तविक और असमान हैं।

**IIT-JEE-2002**

10.  $x^2 - |x+2| + x > 0$  के लिए  $x$  के सभी वास्तविक मानों का समुच्चय है

(A)  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, \infty)$

(B)  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

(C)  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

(D)  $(\sqrt{2}, \infty)$

**IIT-JEE-2001**

11.  $\log_4(x-1) = \log_2(x-3)$  के हलों की संख्या है –

(A) 3

(B) 1

(C) 2

(D) 0

12. माना  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं जबकि  $a \neq 0$  तथा माना समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हैं।  $a^3x^2+abcx+c^3=0$  के मूलों को  $\alpha, \beta$  के पदों में व्यक्त कीजिए।

**IIT-JEE-2000**

13. (a) समीकरण  $3x^2+px+3=0, p > 0$  के लिए यदि एक मूल दूसरे का वर्ग का हो, तो  $p=$

(A)  $1/3$

(B) 1

(C) 3

(D)  $2/3$

(b) यदि समीकरण  $x^2+bx+c=0$  (जहाँ  $c < 0 < b$ ) के मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  ( $\alpha < \beta$ ) हो, तो –

(A)  $0 < \alpha < \beta$

(B)  $\alpha < 0 < \beta < |\alpha|$

(C)  $\alpha < \beta < 0$

(D)  $\alpha < 0 < |\alpha| < \beta$

(c) यदि  $b > a$  हो, तो समीकरण  $(x-a)(x-b)-1=0$

(A) के दोनों मूल अन्तराल  $[a, b]$  में हैं।

(B)  $(-\infty, a)$

(C) के दोनों मूल अन्तराल  $[b, \infty)$  में हैं।

(D)  $(-\infty, a) \cup [b, \infty)$

14. यदि समीकरण  $ax^2+bx+c=0, (a \neq 0)$  के मूल  $\alpha, \beta$  हैं एवं समीकरण  $Ax^2+Bx+C=0, (A \neq 0)$  के मूल  $\delta$  के किसी अचर मान के लिए  $\alpha+\delta, \beta+\delta$  हैं, तो सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{b^2 - 4ac}{a^2} = \frac{B^2 - 4AC}{A^2}$$

**IIT-JEE-1999**

15. यदि समीकरण  $x^2-2ax+a^2+a-3=0$  के मूल वास्तविक एवं 3 से छोटे हो, तो

(A)  $a < 2$

(B)  $2 \leq a \leq 3$

(C)  $3 < a \leq 4$

(D)  $a > 4$

**IIT-JEE-1997**

16. समीकरण  $|x-2|^2 + |x-2| - 2 = 0$  के सभी वास्तविक मूलों का योग ..... है।

17. माना इकाई क्षेत्रफल का वर्ग  $S$  है। अब एक ऐसा चतुर्भुज बनाते हैं जिसका एक शीर्ष  $S$  की प्रत्येक भुजा पर है। यदि  $a, b, c$  एवं  $d$  चतुर्भुज की भुजाओं की लम्बाइयों को प्रदर्शित करते हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $2 \leq a^2+b^2+c^2+d^2 \leq 4$

18. समीकरण  $2^{|y|} - |2^{y-1} - 1| = 2^{y-1} + 1$  के सभी हलों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।

19. समीकरण  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{4x-1}$

(A) का कोई हल नहीं है।

(B) का एक हल है।

(C) के दो हल हैं।

(D) के दो से अधिक हल हैं।

**IIT-JEE-1995**

20. माना  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि  $ax^2+bx+c=0$  के दो वास्तविक हल वास्तविक मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  जहाँ  $\alpha < -1$  एवं  $\beta > 1$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $1+c/a+|b/a| < 0$

**4-A(AIEEE/DCEपरीक्षा प्रश्न)**

21. यदि समीकरण  $x^2+ax+1=0$  के मूलों का अन्तर  $\sqrt{5}$  से छोटा हो, तो  $a$  के संभावित मानों का समुच्चय है।  
 (A)  $(-3,3)$  (B)  $(-3,\infty)$  (C)  $(3,\infty)$  (D)  $(-\infty,-3)$
22. यदि द्विघात समीकरण  $x^2+px+q=0$  के मूल  $\tan 30^\circ$  एवं  $\tan 15^\circ$  हो, तो  $2+q-p$  का मान है –  
 (A) 3 (B) 0 (C) 1 (D) 2
23. समीकरण  $x^2-2mx+m^2-1=0$  के मूल  $-2$  से बड़े परन्तु 4 से छोटे होने के लिए  $m$  के सभी मानों का अन्तराल है –  
 (A)  $m > 3$  (B)  $-1 < m < 3$  (C)  $1 < m < 4$  (D)  $-2 < m < 0$
24. त्रिभुज PQR में  $\angle R = \frac{\pi}{2}$  है। यदि  $ax^2+bx+c=0$   $a \neq 0$  के मूल  $\tan\left(\frac{P}{2}\right)$  एवं  $\tan\left(\frac{Q}{2}\right)$  हो, तो –  
 (A)  $b=a+c$  (B)  $b=c$  (C)  $c=a+b$  (D)  $a=b+c$
25. समीकरण  $x^2-(a-2)x-a-1=0$  के मूलों के वर्गों का योग न्यूनतम मान होने के लिए  $a$  का मान है।  
 (A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1
26. यदि समीकरण  $x^2-bx+c=0$  के मूल दो क्रमागत पूर्णांक हो, तो  $b^2-4c=$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) -2
27. यदि द्विघात समीकरण  $x^2-2kx+k^2+k-5=0$  के दोनों मूल 5 से छोटे हो, तो  $k$  किस अन्तराल में है –  
 (A)  $[4,5]$  (B)  $(-\infty,4)$  (C)  $(6,\infty)$  (D)  $(5,6]$
28. यदि समीकरण  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x = 0$ ,  $a_1 \neq 0$ ,  $n \geq 2$  का एक धनात्मक मूल  $x = \alpha$  हो, तो समीकरण  $na_n x^{n-1} + (n-1)a_{n-1} x^{n-2} + \dots + a_1 = 0$  का एक मूल धनात्मक है जो कि –  
 (A)  $\alpha$  के बराबर है। (B)  $\alpha$  के बराबर या  $\alpha$  से बड़ा है।  
 (C)  $\alpha$  से छोटा है। (D)  $\alpha$  के बराबर या  $\alpha$  से बड़ा है।
29. माना दो संख्याओं का समान्तर माध्य 9 तथा गुणात्मक माध्य 4 हो, तो ये संख्याएँ किस द्विघात समीकरण के मूल हैं –  
 (A)  $x^2+18x+16=0$  (B)  $x^2-18x+16=0$  (C)  $x^2+18x-16=0$  (D)  $x^2-18x-16=0$
30. यदि द्विघात समीकरण  $x^2+px+(1-p)=0$  का एक मूल  $(1-p)$  हो, तो मूल है।  
 (A) 0,1 (B) -1,1 (C) 0,-1 (D) -1,2
31. यदि समीकरण  $x^2+px+12=0$  का एक मूल 4 है जबकि  $x^2+px+q=0$  के मूल समान हो, तो  $q$  का मान है –  
 (A) 49/4 (B) 12 (C) 3 (D) 4
32. यदि  $2a+3b+6c=0$  हो, तो समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  का कम से कम एक मूल जिस अन्तराल में स्थित है, वह है।  
 (A)  $(0,1)$  (B)  $(1,2)$  (C)  $(2,3)$  (D)  $(1,3)$
33. यदि द्विघात समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूलों का योग उनके व्युत्क्रमों के वर्गों के योग के बराबर हो, तो  $\frac{a}{c}, \frac{b}{a}$  एवं  $\frac{c}{b}$  किस श्रेणी में है –  
 (A) समान्तर श्रेणी (B) गुणात्मक श्रेणी  
 (C) हरात्मक श्रेणी (D) समान्तर-गुणात्मक श्रेणी
34. समीकरण  $x^2-3|x|+2=0$  के वास्तविक हलों की संख्या है – (A) 2 (B) 4 (C) 1 (D) 3
35. द्विघात समीकरण  $(a^2-5a+3)x^2+(3a-1)x+2=0$  का एक मूल दूसरे का दुगुना होने के लिए  $a$  का मान है –  
 (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $-\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $-\frac{1}{3}$
36. माना  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि  $ax^2+bx+c=0$  के दो वास्तविक  $\alpha$  एवं  $\beta$   $\alpha < -2$   $\beta > 2$  हो, तो –  
 (A)  $4 + \frac{2b}{a} + \frac{c}{a} = 0$  (B)  $4 - \frac{2b}{a} + \frac{c}{a} = 0$  (C)  $4 + \frac{2b}{a} - \frac{c}{a} < 0$  (D)  $4 - \frac{2b}{a} + \frac{c}{a} < 0$
37.  $a^2x^4+bx^3+cx^2+dx+f^2$  पूर्ण वर्ग होने के लिए प्रतिबन्ध है –  
 (A)  $2a^2c=a^3f$  (B)  $4a^2c-b^2=8a^3f$  (C)  $4a^2c=8a^3f$  (D) इनमें से कोई नहीं
38. यदि  $a \leq 0$  हो, तो  $x^2-2a|x-a|-3a^2=0$  के मूल हैं –  
 (A)  $a$  (B)  $(-1+\sqrt{6})a$  (C)  $(\sqrt{6}-1)a$  (D) इनमें से कोई नहीं।

39.  $x$  एवं  $y$  के अतिरिक्त  $y$  समीकरण  $x^2 - xy + y^2 - 4x - 4y + 16 = 0$  ( $x, y \in$  वास्तविक संख्याएँ) को संतुष्ट कर सकता है, के मान है  
 (A) 2,2 (B) 4,4  
 (C) 3,3 (D) इनमें से कोई नहीं
40. माना समीकरण  $x^2 + x + 1 = 0$   $\alpha$   $\beta$   $\alpha^{19}, \beta^7$   
 (A)  $x^2 + x + 1 = 0$  (B)  $x^2 + x - 1 = 0$  (C)  $x^2 - x + 1 = 0$  (D)  $x^2 - x - 1 = 0$
41. यदि दो समीकरण  $x^2 + a^2 = 1 - 2ax$  एवं  $x^2 + b^2 = 1 - 2bx$  का केवल एक उभयनिष्ठ मूल हो, तो -  
 (A)  $a - b = 2$  (B)  $a - b = 1$  (C)  $a - b = -1$  (D)  $|a - b| = 1$
42. समीकरण  $x^2 - 2\sqrt{2}kx + 2 \times e^{2 \log k} - 1 = 0$  के मूलों का गुणनफल 31 हो, तो  $k$  के किस मान के लिए इसके मूल वास्तविक है -  
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 4
43. यदि  $x^4 - px^2 + q = 0$  का एक गुणनखण्ड  $(x^2 - 3x + 2)$  हो, तो  $p$  एवं  $q$  के मान हैं -  
 (A) 5, -4 (B) 5, 4 (C) -5, 4 (D) -5, -4
44. समीकरण  $x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$  के चार वास्तविक मूल होने के लिए  $a$  और  $b$  के मान हैं -  
 (A) (-6, -4) (B) (-6, 5) (C) (-6, 4) (D) (6, -4)
45. यदि समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  हो, तो  $\alpha^3 + \beta^3 =$   
 (A)  $\frac{3abc + b^3}{a}$  (B)  $\frac{a^3 + b^3}{3abc}$  (C)  $\frac{3abc - b^3}{a^3}$  (D)  $\frac{-(3abc + b^3)}{a^3}$
46. यदि  $b > a$  हो, तो समीकरण  $(x - a)(x - b) - 1 = 0$  के लिए -  
 (A) कम से कम एक मूल अन्तराल  $(a, b)$  में है। (B) दोनों मूल अन्तराल  $(-\infty, a)$  में है।  
 (C) दोनों मूल अन्तराल  $(b, \infty)$  में है। (D) एक मूल  $(-\infty, a)$  में तथा  $(b, \infty)$  में है।
47. यदि  $a + b + c = 0$  हो, तो द्विघात समीकरण  $3ax^2 + 2bx + c = 0$  के लिए -  
 (A) कम से कम एक मूल अन्तराल  $[0, 1]$  में है। (B) दोनों मूल काल्पनिक हैं।  
 (C) एक मूल या तो  $(1, 2)$  में या  $(-1, 0)$  में है। (D) इनमें से कोई नहीं।

## Answers

(ii)  $a^2x^2 + (2ac - 4a^2 - b^2)x + 2b^2 + (c - 2a)^2 = 0$

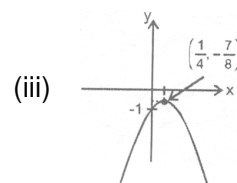
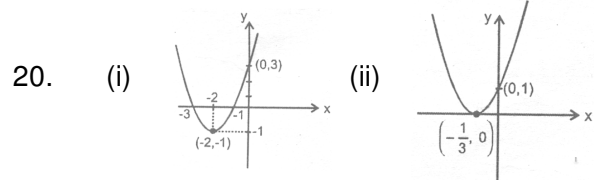
### EXERCISE # 1-A

1. B 2. B 3. C 4. A 5. A 6. A 7. C  
 8. A 9. A 10. B 11. B 12. B 13. A 14. C  
 15. C 16. C 17. D 18. D 19. B 20. B 21. B  
 22. A 23. B 24. D 25. A 26. A 27. A 28. B  
 29. B 30. D 31. C 32. C 33. B 34. ABD  
 35. B D 36. BCD 37. ABD 38. ABCD 39. AD  
 40. AD

### EXERCISE # 1-B

1.  $a = 2$ ; No real value of  $x$   
 2. (i)  $-\frac{7}{4}$  (ii)  $-\frac{7}{8}$   
 3. (i)  $acx^2 + b(a+c)x + (a+c)^2 = 0$

4. 11m and 9m 5.  $3x^2 - 19x + 3 = 0$   
 6. 8, 3 7. (-4, 7) 9.  $-1 \pm \sqrt{2}, -1 \pm \sqrt{-1}$   
 11.  $3 \pm 2\sqrt{2}$  15. 4 16.  $a = 0, 24$   
 17. 3



21. (i)  $(-\infty, 4)$  (ii)  $[2, 3]$  (iii)  $[3, 6]$
22. (i)  $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$  (ii)  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$
23. (i)  $x \in (-\infty, 2) \cup (5, \infty)$   
 (ii)  $x \in (1, 3)$   
 (iii)  $x \in (-2, -1) \cup (-2/3, -1/2)$   
 (iv)  $x \in (-\infty, -2) \cup \left(\frac{1}{4}, 1\right) \cup (4, \infty)$
24.  $x \in [-1, 1) \cup (2, 4]$
25. (i)  $x \in (-\infty, -1] \cup \{1\} \cup [4, \infty)$   
 (ii)  $x \in (-4, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 2) \cup (3, \infty)$   
 (iii)  $x \in (-2, -1) \cup (2, 3)$   
 (iv)  $x \in (-\infty, -2] \cup \{1\}$
26. (i)  $x \in (-1, 0) \cup (0, 3)$   
 (ii)  $x \in (-\infty, -4] \cup [-1, 1] \cup [4, \infty)$   
 (iii)  $x \in (-5, -2) \cup (-1, \infty)$   
 (iv)  $x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$   
 (v)  $x \in \left(-\frac{2}{3}, 4\right)$
27. (i)  $x \in \left[-2, -\frac{3}{2}\right]$  (ii)  $(\log_2 5, \infty)$   
 (iii)  $(0, 10^{-1}) \cup [10^2, \infty)$   
 (iv)  $-1 < x < \frac{1-\sqrt{5}}{2}$  or  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} < x < 2$
28. (i)  $(-\infty, -5) \cup (-5, -1) \cup (3, \infty)$   
 (ii)  $[2, \infty)$   
 (iii)  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$   
 (iv)  $x \in (-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (2, \infty)$
30.  $K \in (-2, 3)$  31.  $a \in (-2, 2)$
32.  $a \in (1, 5) - \{3\}$  34.  $-\frac{(r+1)^3}{r^2}$  35.  $-3$

### EXERCISE # 2-A

1. B 2. B 3. A 4. B 5. D 6. B 7. A  
 8. C 9. C 10. D 11. A 12. A 13. B 14. A  
 15. A 16. B 17. B 18. D 19. A 20. B  
 21. ABD 22. AB 23. BD 24. CD 25. AD

### EXERCISE # 2-B

1. (i) 2 (ii)  $\{2, -5\}$
7.  $(-\infty, 0) \cup (9/2, \infty)$
8. (i)  $x = \pm 2, \pm \sqrt{2}$   
 (ii)  $x = a(1 - \sqrt{2}), x = a(\sqrt{6} - 1)$
9.  $k \in (0, 4)$
11.  $x \in \mathbb{R}$  if  $y=1, x=2$  if  $y=-3$
12.  $a=-7, b=-8$ ; roots  $(3, 4), (3, 5), (3, 12)$
13.  $6 < K < 6.75$  14.  $a \in [9, \infty)$
16.  $x^3 + qx - r = 0$
17. (i)  $a \in (-\infty, -4)$  (ii)  $a \in \left(\frac{65}{4}, \infty\right)$   
 (iii)  $a \in \left(-4, \frac{65}{4}\right)$  (iv)  $a \in \phi$

### EXERCISE # 3

1.  $(A) \rightarrow (p), (B) \rightarrow (s), (C) \rightarrow (q), (D) \rightarrow (r)$   
 2.  $(A) \rightarrow (r), (B) \rightarrow (p), (C) \rightarrow (s), (D) \rightarrow (p, q)$
3. A 4. B 5. D 6.1 A 6.2 A 6.4 D  
 7.1 C  
 7.2 B 7.3 C 8. असत्य 9. सत्य 10. सत्य
11. सत्य 12. असत्य 13. 1 14. 2 15. 16.
17.  $\lambda = \frac{11}{4}, \mu = -\frac{3}{4}$

EXERCISE # 4

1. B 2. D 3. (A) $\rightarrow$ (p), (r), (s) ; (B) $\rightarrow$ (q), (s) ;  
 (C) $\rightarrow$ (q), (s) ; (D) $\rightarrow$ (p), (r), (s)  
 4. A5. 12106. C7. A8. D9.  $a>1$   
 10. B11. B  
 12.  $\gamma=\alpha^2\beta$  and  $\delta=\alpha\beta^2$  or  $\gamma=\alpha\beta^2$  and  $\delta=\alpha^2\beta$

13. (a) C (b) B (c) D 15. A 16. 4

18.  $\{-1\}\cup[1,\infty)$  19. A 21. A 22. A 23. B

24. C 25. D 26. A 27. B 28. C 29. B 30. C

31. A 32. A 33. C 34. B 35. A 36. D 37. B

38. D 39. A 40. D 41. A 42. D 43. B 44. D

45. C 46. D 47. A

## MQB

### EXERCISE #1(बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. द्विघात समीकरण  $(a+b-2c)x^2-(2a-b-c)x+(a-2b+c)=0$  के मूल हैं -  
 (A)  $a+b+c$   $a-b+c$  (B)  $\frac{1}{2} a-2b+c$   
 (C)  $a-2b+c$   $\frac{1}{a+b-c}$  (D) इनमें से कोई नहीं
2. यदि  $x$  वास्तविक हो, तो  $\frac{x^2-x+c}{x^2+x+2c}$  सभी वास्तविक मान ग्रहण कर सकता है यदि -  
 (A)  $c\in[0,6]$  (B)  $c\in[-6,0]$   
 (C)  $c\in(-\infty,-6)\cup(0,\infty)$  (D)  $c\in(-6,0)$
3. यदि समीकरण  $x^2-2mx+m^2-1=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो  $\alpha, \beta\in(-2,4)$  होने के लिए  $m$  का परिसर है -  
 (A)  $(-1,3)$  (B)  $(1,3)$   
 (C)  $(\infty,-1)\cup(3,\infty)$  (D) इनमें से कोई नहीं।
4. यदि  $x$  के सभी वास्तविक मानों के लिए  $mx^2-9mx+5m+1>0$  हो, तो  $m$  किस अन्तराल में स्थित है-  
 (A)  $(-4/61,0)$  (B)  $[0,4/61)$  (C)  $(4/61,61/4)$  (D)  $(-61/4,0]$
5.  $x^4-4x-1=0$  के धनात्मक वास्तविक मूलों की संख्या है -  
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0
6. यदि  $\sin^x\theta+\cos^x\theta\geq 1, 0<\theta<\pi/2$  हो, तो  
 (A)  $x\in[-2,2]$  (B)  $x\in[-1,1]$  (C)  $x\in[2,\infty]$  (D)  $x\in(-\infty,2]$
7. यदि द्विघात समीकरण  $x^2+x+p=0$  जहाँ  $p\in\mathbb{R}$  के दोनों मूल  $p$  से बड़े हो, तो  $p$  किस अन्तराल में स्थित होना चाहिए -  
 (A)  $(-\infty,1)$  (B)  $(-\infty,-2)$  (C)  $(-\infty,-2)\cup(0,1/4)$  (D)  $(-2,1)$
8. यदि अपूर्ण वास्तविक संख्याएँ  $a,b,p,q$  हो, तो समीकरण  $2a^2x^2-2abx+b^2=0$  एवं  $p^2x^2+2pqx+q^2=0$

- (A) में कोई उभयनिष्ठ मूल नहीं है। (B) में एक मूल उभयनिष्ठ है, यदि  $2a^2+b^2=p^2+q^2$   
 (C) में दो मूल उभयनिष्ठ है, यदि  $3pq=2ab$  (D) में दो मूल उभयनिष्ठ है, यदि  $3qb=2ap$

9. यदि  $a^2+b^2+c^2=1$  हो, तो  $ab+bc+ca$  किस अन्तराल में स्थित है –

- (A)  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$  (B)  $[-1, 2]$  (C)  $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$  (D)  $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

10. समीकरण  $3x^2+2x(k^2+1)+k^2-3k+2=0$  के मूल विपरीत चिन्ह के होने के लिए  $k$  का मान किस अन्तराल में स्थित है –

- (A)  $(-\infty, 0)$  (B)  $(-\infty, -1)$  (C)  $(1, 2)$  (D)  $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

11. यदि समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो मूलों  $2\alpha+3\beta$  एवं  $3\alpha+2\beta$  वाली द्विघात समीकरण है –

- (A)  $abx^2-(a+b)cx+(a+b)^2=0$  (B)  $acx^2-(a+c)bx+(a+c)^2=0$   
 (C)  $acx^2+(a+c)bx-(a+c)^2=0$  (D) इनमें से कोई नहीं

12. यदि  $(1+k)\tan^2x-4\tan x-1+k=0$  के वास्तविक मूल  $\tan x_1$  एवं  $\tan x_2$  जहाँ  $\tan x_1 \neq \tan x_2$  हो, तो –

- (A)  $k^2 < 5, k \neq -1$  (B)  $k^2 \leq 5$   
 (C)  $k^2 \leq 5, k \neq -1$  (D) इनमें से कोई नहीं।

13. समीकरण  $\lambda(x^2-x)+x+5=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  है। यदि  $\lambda$  के दो मान  $\lambda_1$  एवं  $\lambda_2$  हैं जिसके लिए मूल  $\alpha, \beta$  सम्बन्ध

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 4 \text{ द्वारा सम्बन्धित हो, तो } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} =$$

- (A) 150 (B) 254 (C) 180 (D) 1022

14. यदि  $p, q, r, s \in \mathbb{R}$  हो, तो समीकरण  $(x^2+px+3q)(-x^2+rx+q)(-x^2+sx-2q)=0$  के लिए –

- (A) 6 वास्तविक मूल है। (B) कम से कम दो वास्तविक मूल है।  
 (C) 2 वास्तविक और 4 काल्पनिक मूल है। (D) 4 वास्तविक और 2 काल्पनिक मूल है।

15. यदि  $ax^2-bx+c=0$  जहाँ  $a, b, c \in \mathbb{N}$  के दो भिन्न-भिन्न वास्तविक मूल अन्तराल  $(0, 1)$  में हो, तो  $16c(a-b+c)$

- (A)  $=a^2$  (B)  $<a^2$  (C)  $>a^2$  (D)  $\geq a^2$

16. यदि एक द्विघात समीकरण के मूल  $\alpha$  और  $\beta$  इस प्रकार है कि  $\alpha+\beta=2, \alpha^4+\beta^4=272$  हो, तो अभीष्ट द्विघात समीकरण है –

- (A)  $x^2-2x-16=0$  (B)  $x^2-2x-8=0$  (C)  $x^2-2x+8=0$  (D) इनमें से कोई नहीं

17. यदि समीकरण  $(a-1)(x^2+x+1)^2-(a+1)(x^4+x^2+1)=0$  के दो मूल वास्तविक तथा भिन्न-भिन्न हो, तो  $a$  किस अन्तराल में स्थित है –

- (A)  $(-2, 2)$  (B)  $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$  (C)  $(2, \infty)$  (D) इनमें से कोई नहीं

18. यदि  $S, x$  के उन सभी वास्तविक मानों का समुच्चय है जिनके लिए  $\frac{2x-1}{2x^3+3x^2+x}$  धनात्मक हो, तो  $S$  निम्न में से किस अन्तराल को समाहित करता है –

- (A)  $(-\infty, -3/2)$  (B)  $(-3/2, 1/4)$  (C)  $(-1/4, 1/2)$  (D)  $(-1/2, 3)$

19. यदि  $x$  के प्रत्येक वास्तविक मान क लिए व्यंजक  $ax^2+2bx+b$  का चिन्ह  $b$  के चिन्ह के समान हो, तो समीकरण  $bx^2+(b-c)x+b-c-a=0$  के मूल है –

- (A) वास्तविक और समान (B) वास्तविक और असमान  
 (C) काल्पनिक (D) इनमें से कोई नहीं
20. यदि  $x$  के प्रत्येक पूर्णांक मान के लिए  $x^2+ax+b$  एक पूर्णांक हो, तो  
 (A)  $a$  सदैव पूर्णांक है। (B)  $a$  का पूर्णांक होना आवश्यक नहीं है।  
 (C)  $\frac{a+b}{2}$  सदैव पूर्णांक है। (D)  $\frac{a-b}{2}$  सदैव पूर्णांक है।
21. समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  जहाँ  $a \in \mathbb{R}^+$ , के मूल दो क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांक हो, तो –  
 (A)  $|b| \leq 4a$  (B)  $|b| \geq 4a$  (C)  $|b| \geq 2a$  (D) इनमें से कोई नहीं
22. उन द्विघात समीकरणों की संख्या जो उनके मूलों का वर्ग करने पर अपरिवर्तित रहती है, है –  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) इनमें से कोई नहीं

एक से अधिक विकल्प सही

23. यदि  $(x^2+x+1)+(x^2+2x+3)+(x^2+3x+5)+\dots+(x^2+20x+39)=4500$  हो, तो  $x=$   
 (A) 10 (B) -10 (C) 20.5 (D) -20.5
24. यदि समीकरण  $ax^2+bx+c=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  तथा  $\Delta^2$  इसका विवेचक हो, तो  $2a\alpha+\Delta$  एवं  $2a\beta-\Delta$  मूलों वाली समीकरण हो सकती है –  
 (A)  $x^2+2bx+b^2=0$  (B)  $x^2-2bx+b^2=0$   
 (C)  $x^2+2bx-3b^2+16ac=0$  (D)  $x^2-2bx-3b^2+16ac=0$
25. यदि समीकरण  $x^2+px+q=0, p \neq 0$  के मूल  $\tan\alpha$  और  $\tan\beta$  हो, तो –  
 (A)  $\sin^2(\alpha+\beta)+p\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)+q\cos^2(\alpha+\beta)=q$   
 (B)  $\tan(\alpha+\beta) = \frac{p}{q-1}$   
 (C)  $\cos(\alpha+\beta) = -p$   
 (D)  $\sin(\alpha+\beta)=1-q$
26. यदि समीकरण  $x^3+bx^2+cx-1=0$  के मूल एक वर्द्धमान गुणोत्तर श्रेणी हो, तो  
 (A)  $b+c=0$  (B)  $b \in (-\infty, -3)$   
 (C) एक मूल इकाई है (D) एक मूल इकाई से छोटा और दूसरा मूल इकाई से बड़ा है।
27. माना कि  $f(x) = \frac{3}{x-2} + \frac{4}{x-3} + \frac{5}{x-4}$  हो, तो  $f(x)=0$  के लिए –  
 (A) ठीक एक वास्तविक मूल (2,3) में है। (B) ठीक एक वास्तविक मूल (3,4) में है।  
 (C) कम से कम एक वास्तविक मूल (2,3) में है। (D) इनमें से कोई नहीं

EXERCISE # 2 (विषयात्मक प्रश्न)



1. यदि  $a+b>c$  एवं  $|a-b|<c$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $a^2x^2+(b^2+a^2-c^2)x+b^2=0$  के मूल वास्तविक नहीं हैं। (जहाँ  $a,b,c$  धनात्मक वास्तविक संख्याएँ हैं।)
2. व्यंजक  $3x^2+2xy+y^2+4x+y+k$  को दो रैखिक गुणनखण्डों में व्यंजक किया जा सकता हो, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।
3.  $\frac{a}{(x-a)} + \frac{b}{(x-b)} = m$  के मूल मापांक में बराबर परन्तु विपरित चिन्ह के होने के लिए प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए।
4. यदि  $ax^2+bx+c=0$  का एक मूल  $x_1$ ,  $-ax^2+bx+c=0$  का एक मूल  $x_2$  जहाँ  $0<x_1<x_2$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $ax^2+2bx+2c=0$  का एक मूल  $x_3$ ,  $0<x_1<x_3<x_2$  को सन्तुष्ट करता है।
5. माना समीकरण  $x^3+qx+r=0$ ;  $q,r \in \mathbb{R}$  का एक मूल  $\alpha+i\beta$ ;  $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$  है।  $\alpha$  एवं  $\beta$  से स्वतंत्र वास्तविक त्रिघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक मूल  $2\alpha$  है।
6. असमिका  $\frac{1}{x-1} - \frac{4}{x-2} + \frac{4}{x-3} - \frac{1}{x-4} < \frac{1}{30}$  को हल कीजिए।
7. यदि तीन असमान वास्तविक संख्याएँ  $a,b,c$  इस प्रकार हैं कि ये एक गुणोत्तर श्रेणी में हो तथा यदि  $a+b+c=xb$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $x<-1$  या  $x>3$ ।
8. अन्तराल  $[1,2]$  में  $x$  के सभी मानों के लिए  $f(x) \equiv x^2-(m-3)x+m>0$  होने के लिए  $m$  के सभी मान ज्ञात कीजिए।
9. माना कि  $a,b,c$  वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि  $ax^2+bx+c=0$  के दो वास्तविक मूल  $\alpha$  एवं  $\beta$  जहाँ  $\alpha<-1$  एवं  $\beta>1$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $1+c/a+|b/a|<0$ ।
10. द्विघात व्यंजक  $ax^2+(a-2)x-2$ ,  $x$  के ठीक दो पूर्णांक मानों के लिए ऋणात्मक होने के लिए  $a$  के मान ज्ञात कीजिए।
11. समीकरण  $4x^3+20x^2-23x+6=0$  के मूल ज्ञात कीजिए यदि इसके दो मूल समान हैं।
12. यदि समीकरण  $x^2-34x+1=0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हो, तो  $\sqrt[4]{\alpha} - \sqrt[4]{\beta}$  ज्ञात कीजिए, जहाँ  $\sqrt[4]{\cdot}$  मुख्य मान को प्रदर्शित करता है।

## ANSWERS

### EXERCISE # 1

1. D 2. D 3. A 4. B 5. C 6. D 7. B  
 8. A 9. C 10. C 11. D 12. A 13. D 14. B  
 15. B 16. B 17. B 18. A 19. B 20. A 21. B  
 22. B 23. AD 24. AC 25. AB 26. ABCD 27. AB

### EXERCISE # 2

2.  $k = \frac{11}{8}$  3.  $a+b=0, m \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$   
 4. B or  $m=-1, ab>0$   
 5.  $x^3+qx-r=0$

6.  $(-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 6) \cup (7, \infty)$

8.  $(-\infty, 10)$  10.  $[1, 2]$  12.  $\pm 2$

**For 39 Yrs. Que. of IIT-JEE  
&**

**15 Yrs. Que. of AIEEE**

**We have distributed already a  
book**