

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,  
विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।  
पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,  
'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मानव धर्म प्रणेता

सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

## त्रिभुज के गुणधर्म (Solution of triangle)

According to most accounts, geometry was first discovered among the Egyptians, taking its origin from the measurement of areas. For the found it necessary by reason of the flooding of the Nile, which wiped out everybody's proper boundaries. Nor is there anything surprising in that the discovery both of this and of the other sciences should have had its origin in a practical need, since everything which is in process of becoming progresses from the imperfect to the perfect.

ज्या निय (Sine Rule) :

किसी त्रिभुज ABC कोणों की ज्या सम्मुख भुजाओं के समानुपाती होती है अर्थात्  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ .

कोज्या सूत्र (Cosine Formula):

(i)  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$  या  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 + 2bc \cos (B + C)$

(ii)  $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$  (iii)  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

प्रक्षेप सूत्र (Projection Formula):

(i)  $a + b \cos C + c \cos B$  (ii)  $b = c \cos A + a \cos C$

(iii)  $c = a \cos B + b \cos A$

नेपियर सूत्र – स्पर्शज्या नियम (Napier's Analogy - tangent rule) :

(i)  $\tan \frac{B - C}{2} = \frac{b - c}{b + c} \cot \frac{A}{2}$  (ii)  $\tan \frac{C - A}{2} = \frac{c - a}{c + a} \cot \frac{B}{2}$

(iii)  $\tan \frac{A - B}{2} = \frac{a - b}{a + b} \cot \frac{C}{2}$

अर्ध कोणों के त्रिकोणमितीय फलन (Trigonometric Functions of Half Angles)

$$(i) \quad \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}; \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}; \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

$$(ii) \quad \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}; \cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}; \cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$$

$$(iii) \quad \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} = \frac{\Delta}{s(s-a)} \text{ जहाँ } s = \frac{a+b+c}{2} \text{ त्रिभुज का अर्ध परिमाप है।}$$

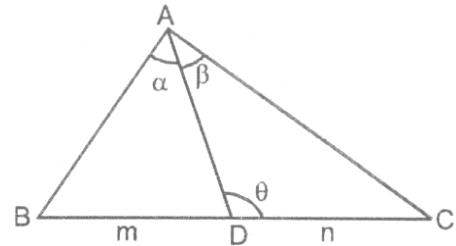
$$(iv) \quad \sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{2\Delta}{bc}$$

### त्रिभुज का क्षेत्रफल (Area of Triangle ( $\Delta$ ))

$$\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

### m - n नियल (m - n Rule)

$$(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta \\ = n \cot B - m \cot C$$



### परिवृत् की त्रिज्या (Radius of Circumcircle):

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{abc}{4\Delta}$$

### अन्तः वृत् की त्रिज्या (Radius of the Incircle):

$$(i) \quad r = \frac{\Delta}{s}$$

$$(ii) \quad r = (s-a) \tan \frac{A}{2} = (s-b) \tan \frac{B}{2} = (s-c) \tan \frac{C}{2}$$

$$(iii) \quad r = \frac{a \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}{\cos \frac{A}{2}} \text{ तथा इसी तरह अन्य}$$

$$(iv) \quad r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

### बाह्य वृत् की त्रिज्या (Radius of The Ex-Circles) :

$$(i) \quad r_1 = \frac{\Delta}{s-a}; r_2 = \frac{\Delta}{s-b}; r_3 = \frac{\Delta}{s-c}$$

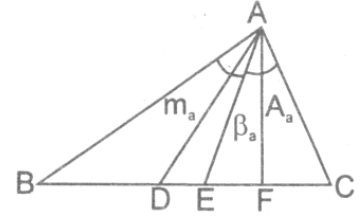
$$(ii) \quad r_1 = s \tan \frac{A}{2}; r_2 = s \tan \frac{B}{2}; r_3 = s \tan \frac{C}{2}$$

$$(iii) \quad r_1 = \frac{a \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}}{\cos \frac{A}{2}} \text{ \& so on}$$

$$(iv) \quad r_1 = 4R \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$$

Download FREE Study Package from [www.TekoClasses.com](http://www.TekoClasses.com) & Learn on Video  
[www.MathsBySuhag.com](http://www.MathsBySuhag.com) Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

कोण समद्विभाजकों, मध्यिकाओं एवं शीर्षलम्बों की लम्बाइयाँ :  
 (Length of Angle Bisectors, Medians & Altitudes):



- (i) कोण A के अर्धक की लम्बाई  $A = \beta_a = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}$
- (ii) कोण A से खींची गई माध्यिका की लम्बाई  $= m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$
- तथा (iii) कोण A से खींचे गए शीर्षलम्ब की लम्बाई  $= A_a = \frac{2\Delta}{a}$

नोट :  $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

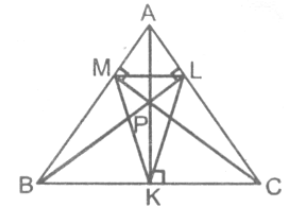
त्रिभुज की भुजाओं एवं शीर्षों से विशेष बिन्दुओं की दूरियाँ

(The Distances of the Special Points from Vertices and Sides of Triangle):

- (i) परिकेन्द्र (O) :  $OA = R$  एवं  $O_a = R \cos A$
- (ii) अन्तःकेन्द्र (I) :  $IA = r \operatorname{cosec} \frac{A}{2}$  तथा  $I_a = r$
- (iii) बहिष्केन्द्र ( $I_1$ ) :  $I_1 A = r_1 \operatorname{cosec} \frac{A}{2}$  तथा  $I_{1a} = r_1$
- (iv) लम्बकेन्द्र (H) :  $HA = 2R \cos A$  तथा  $H_a = 2R \cos B \cos C$
- (v) केन्द्रक (G) :  $GA = \frac{1}{3} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$  तथा  $G_a = \frac{2\Delta}{3a}$

लम्बकेन्द्र तथा पदिक त्रिभुज (Orthocenter and Pedal Triangle):

शीर्षलम्बों के पादों को मिलाने से बनने वाला त्रिभुज LKM पदिक त्रिभुज कहलाता है।



- (i) इसे कोण  $\pi - 2A, \pi - 2B$  एवं  $\pi - 2C$  है।
- (ii) इसकी भुजाएँ  $a \cos A = R \sin 2A,$   
 $b \cos B = R \sin 2B$  एवं  
 $c \cos C = R \sin 2C$

(iii) त्रिभुज PBC, PCA, PAB एवं ABC की परित्रिज्याएँ बराबर होती है।

बहिष्केन्द्रिय त्रिभुज (Excentral Triangle):

त्रिभुज ABC के तीन बहिष्केन्द्रों  $I_1, I_2$  एवं  $I_3$  को मिलाने से बना त्रिभुज बहिष्केन्द्रिय त्रिभुज कहलाता है।

- (i) त्रिभुज ABC, त्रिभुज  $I_1 I_2 I_3$  का पदिक त्रिभुज होता है।
- (ii) इसके कोण  $\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}, \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2}$  एवं  $\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$  है।
- (iii) इसकी भुजाएँ  $4R \cos \frac{A}{2}, 4R \cos \frac{B}{2}$  एवं  $4R \cos \frac{C}{2}$  है।

(iv)  $II_1 = 4R \sin \frac{A}{2}; II_2 = R \sin \frac{B}{2}; II_3 = 4R \sin \frac{C}{2}$ .

(v) त्रिभुज ABC का अन्तः केन्द्र त्रिभुज  $I_1I_2I_3$  का लम्बकेन्द्र होता है।

**विशेष बिन्दुओं के मध्य दूरी (Distance Between Special Points):**

(i) परिकेन्द्र एवं लम्बकेन्द्र के मध्य दूरी  $OH^2 = R^2 (1 - b \cos A \cos B \cos C)$

(ii) परिकेन्द्र एवं अन्तः के मध्य दूरी  $OI^2 = R^2(1 - 8 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}) = R^2 - 2Rr$

(ii) परिकेन्द्र एवं केन्द्रक के मध्य दूरी  $OG^2 = R^2 - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2)$

## Exercise - 1

### 1-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. त्रिभुज ABC में  $\frac{bc \sin^2 A}{\cos A + \cos B \cos C} =$   
 (A)  $b^2 + c^2$  (B)  $bc$  (C)  $a^2$  (D)  $a^2 + bc$
2. त्रिभुज ABC में  $(a + b + c)(b + c - a) = k \cdot bc$  है, यदि -  
 (A)  $k < 0$  (B)  $k > 6$  (C)  $0 < k < 4$  (D)  $k > 4$
3. त्रिभुज ABC जो B पर समकोण है, में  $s - a = 3$  एवं  $s - c = 2$  हो, तो-  
 (A)  $a = 2, c = 3$  (B)  $a = 3, c = 4$  (C)  $a = 4, c = 3$  (D)  $a = 6, c = 8$
4. यदि त्रिभुज ABC में  $b \cos^2 \frac{A}{2} + a \cos^2 \frac{B}{2} = \frac{3}{2}c$  हो, तो  $a, c, b$  है-  
 (A) समान्तर श्रेढी में (B) गुणोत्तर श्रेढी में (C) हरात्मक श्रेढी में (D) इनमें से कोई नहीं
5. त्रिभुज ABC में यदि  $b + c = 3a$  हो, तो  $\cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$  का मान है -  
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
6. त्रिभुज ABC में  $A = \frac{2\pi}{3}, b - c = 3\sqrt{3} \text{ cm}$  एवं क्षेत्रफल  $(\Delta ABC) = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$  हो, तो  $a$  का मान है-  
 (A)  $6\sqrt{3} \text{ cm}$  (B)  $9 \text{ cm}$  (C)  $18 \text{ cm}$  (D) इनमें से कोई नहीं
7. यदि R परित्रिज्या को प्रदर्शित करता हो, तो त्रिभुज ABC में  $\frac{b^2 - c^2}{2aR}$  का मान है-  
 (A)  $\cos(B - C)$  (B)  $\sin(B - C)$  (C)  $\cos B - \cos C$  (D) इनमें से कोई नहीं
8. यदि त्रिभुज ABC में भुजाएँ  $3 : 7 : 8$  में हो, तो  $R : r =$   
 (A)  $2 : 7$  (B)  $7 : 2$  (C)  $3 : 7$  (D)  $7 : 3$
9. किसी समकोण त्रिभुज में R का मान है -

- (A)  $\frac{s+r}{2}$  (B)  $\frac{s-r}{2}$  (C)  $s-r$  (D)  $\frac{s+r}{a}$
10. यदि एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी,  $r_1 = 10$  सेमी एवं  $r_2 = 50$  सेमी हो, तो  $b-a$  का मान है –  
 (A) 20 (B) 16 (C) 8 (D) 4
11. त्रिभुज ABC में अन्तःत्रिज्या और तीन बहिर्त्रिज्याएँ क्रमशः  $r, r_1, r_2$  एवं  $r_3$  हैं, तो  $r \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot r_3$  का मान है –  
 (A)  $2\Delta$  (B)  $\Delta^2$  (C)  $\frac{abc}{4R}$  (D) इनमें से कोई नहीं
12. किसी त्रिभुज में यदि  $r_1 > r_2 > r_3$  हो, तो –  
 (A)  $a > b > c$  (B)  $a > b > c$  (C)  $a > b$  और  $b < c$  (D)  $a < b$  और  $b > c$
13. त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइयों के समान्तर माध्य एवं त्रिभुज के शीर्षलम्बों की लम्बाइयों के हरात्मक माध्य का गुणनफल है –  
 (A)  $\Delta$  (B)  $2\Delta$  (C)  $3\Delta$  (D)  $4\Delta$
14. त्रिभुज ABC में यदि  $AB = 5$  सेमी.,  $BC = 13$  सेमी. एवं  $CA = 12$  सेमी. हो तो शीर्ष A की भुजा BC से लम्बाई है।  
 (A)  $\frac{25}{13}$  (B)  $\frac{60}{13}$  (C)  $\frac{65}{12}$  (D)  $\frac{144}{13}$

एक से अधिक विकल्प सही

15.  $\Delta ABC$  के लिये, निम्न में से सत्य है:–  
 (A)  $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}$  (B)  $\frac{\sin A}{a} + \frac{\sin B}{b} + \frac{\sin C}{c} = \frac{3}{2R}$   
 (C)  $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$  (D)  $\frac{\sin 2A}{a^2} = \frac{\sin 2B}{b^2} = \frac{\sin 2C}{c^2}$
16. यदि  $r_1 = 2r_2 = 3r_3$ , तो  
 (A)  $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$  (B)  $\frac{a}{b} = \frac{5}{4}$  (C)  $\frac{a}{c} = \frac{3}{5}$  (D)  $\frac{a}{c} = \frac{5}{3}$
17. यदि  $\Delta ABC$  के लिए  $a = 5, b = 4$  और  $\cos(A-B) = \frac{31}{32}$  हो, तो  
 (A)  $c = 6$  (B)  $A = \sin^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{16}\right)$   
 (C)  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल  $= \frac{15\sqrt{7}}{4}$  (D) इनमें से कोई नहीं
18. त्रिभुज ABC में निम्नलिखित सम्बन्ध सत्य है। किस स्थिति में त्रिभुज समकोण त्रिभुज है ?  
 (A)  $r_2 + r_3 = r_1 - r$  (B)  $a^2 + b^2 + c^2 = 8R^2$   
 (C)  $r_1 = s$  (D)  $2R = r_1 - r$
19. त्रिभुज ABC में संकेतों के सामान्य प्रचलित अर्थ है कोण A के अर्धक की लम्बाई है –

(A)  $\frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}$

(B)  $\frac{2bc \sin \frac{A}{2}}{b+c}$

(C)  $\frac{abc \cos ec \frac{A}{2}}{2R(b+c)}$

(D)  $\frac{2\Delta}{b+c} \cos ec \frac{A}{2}$

1-B (विषयात्मक प्रश्न)

- यदि त्रिभुज ABC में  $\frac{\sin A}{\sin C} = \frac{\sin(A-B)}{\sin(B-C)}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $a^2, b^2, c^2$  समान्तर श्रेणी में है।
- माना  $a, b$  तथा  $c$  त्रिभुज ABC की भुजाएँ हैं। यदि  $a^2, b^2$  एवं  $c^2$  समीकरण  $x^3 - Px^2 + Qx - R = 0$ , जहाँ  $P, Q$  तथा  $R$  अचर हैं, के मूल हों तो  $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c}$  का मान  $P, Q$  एवं  $R$  के पदों में ज्ञात कीजिए।
- त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि –
  - $b^2 \sin 2C + c^2 \sin 2B = 2bc \sin A$
  - $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{c - a \cos B}{b - a \cos C}$
- त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि–
  - $2 \left[ a \sin^2 \frac{C}{2} + c \sin^2 \frac{A}{2} \right] = c + a - b$ .
  - $\frac{\cos^2 \frac{A}{2}}{a} + \frac{\cos^2 \frac{B}{2}}{b} + \frac{\cos^2 \frac{C}{2}}{c} = \frac{s^2}{abc}$
- त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि –
  - $4 \left( bc \cos^2 \frac{A}{2} + ca \cos^2 \frac{B}{2} + ab \cos^2 \frac{C}{2} \right) = (a + b + c)^2$
  - $(b - c) \cot \frac{A}{2} + (c - a) \cot \frac{B}{2} + (a - b) \cot \frac{C}{2} = 0$
- यदि त्रिभुज की भुजाँ  $a, b, c$  समान्तर श्रेणी में हों, तो  $\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{C}{2}$  का मान  $\cot(B/2)$  के पदों में ज्ञात कीजिए।
- यदि त्रिभुज ABC में CA का मध्य बिन्दु D तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल  $\Delta$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $\tan(\angle ADB) = \frac{4\Delta}{a^2 - c^2}$ .
- यदि त्रिभुज ABC में  $a = 6, b = 3$  एवं  $\cos(A - B) = 4/5$  हो, तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- यदि त्रिभुज ABC में  $\angle A = 30^\circ$  तथा त्रिभुज का क्षेत्रफल  $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि या तो  $B = 4C$  या  $C = 4B$ .
- त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि–
  - $R r (\sin A + \sin B + \sin C) = \Delta$
  - $a \cos B \cos C + b \cos C \cos A + c \cos A \cos B = \frac{\Delta}{R}$
  - $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{1}{2Rr}$ .
- सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज ABC में बाह्य त्रिज्याओं का हरात्मक माध्य अन्तः त्रिज्या का तीन गुना होता है।
- किसी त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि –

$$(i) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right)^2 = \frac{4}{r} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) \quad (ii) \frac{bc - r r_3}{r_1} = \frac{ca - r_3 r_1}{r_2} = \frac{ab - r_1 r_2}{r_3} = r$$

13. प्रदर्शित कीजिए कि त्रिभुज बहिर्वृत्तों की त्रिज्याएँ समीकरण  $x^3 - x^2(4R + r) + x s^2 - rs^2 = 0$  के मूल हैं।
14. यदि त्रिभुज  $\triangle ABC$  में शीर्षलम्ब  $AD$  कोण  $B$  का अर्धक हो, यहाँ  $K$  भुजा  $AC$  का मध्य बिन्दु है, तो सिद्ध कीजिए कि  $(b^2 - c^2) = a^2/2$ .
15. यदि त्रिभुज  $ABC$  का क्षेत्रफल 24 वर्ग सेमी. हो, परिमित 24 cm हो तथा साथ ही बहिर्वृत्तों की त्रिज्याएँ  $r_1, r_2, r_3$  ह.श्रे. में हो, तो भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करें।

## Exercise - 2

### 2-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

- त्रिभुज  $ABC$  में  $B$  समकोण है, तो अन्तःत्रिज्या है –  
 (A)  $\frac{AB + BC - AC}{2}$  (B)  $\frac{AB + AC - BC}{2}$  (C)  $\frac{AB + BC + AC}{2}$  (D) इनमें से कोई नहीं
- यदि त्रिभुज  $ABC$  का लम्बकेन्द्र  $H$  हो, तो त्रिभुजों  $BHC, CHA$  एवं  $AHB$  के परिगत वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः हैं—  
 (A)  $R, R, R$  (B)  $\sqrt{2}R, \sqrt{2}R, \sqrt{2}R$  (C)  $2R, 2R, 2R$  (D)  $\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{2}$
- भुजा  $BC$  के मध्य बिन्दु एवं शीर्ष  $A$  से लम्ब के पाद के मध्य दूरी है –  
 (A)  $\frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2a}$  (B)  $\frac{b^2 - c^2}{2a}$  (C)  $\frac{b^2 + c^2}{\sqrt{ba}}$  (D) इनमें से कोई नहीं
- त्रिभुज  $ABC$  में  $B = 60^\circ$  एवं  $C = 45^\circ$  है। यदि बिन्दु  $D$  भुजा  $BC$  को  $1 : 3$  के अनुपात में अन्तः विभाजित करता हो, तो  $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD} =$  .  
 (A)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{6}}$  (D)  $\frac{1}{3}$
- मानाकि त्रिभुज  $ABC$  के परिकेन्द्र से भुजाओं  $a, b$  एवं  $c$  पर डाले गये लम्बों की लम्बाइयाँ क्रमशः  $f, g, h$  है। यदि  $\frac{a}{f} + \frac{b}{g} + \frac{c}{h} = \lambda \frac{abc}{fgh}$  हो, तो  $\lambda$  का मान है—  
 (A)  $1/4$  (B)  $1/2$  (C)  $1$  (D)  $2$
- त्रिभुज  $ABC$  में यदि  $\frac{a-b}{b-c} = \frac{s-a}{s-c}$  हो, तो  $r_1, r_2, r_3$  किस श्रेणी में हैं ?  
 (A) A.P. (B) G.P. (C) H.P. (D) इनमें से कोई नहीं
- त्रिभुज  $ABC$  में  $a : b : c = 4 : 5 : 6$  हो, तो  $3A + B =$

- (A)  $4C$  (B)  $2\pi$  (C)  $\pi - C$  (D)  $\pi$

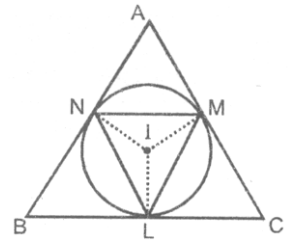
8. किसी वृत्त में एक त्रिभुज बनाया जाता है। त्रिभुज के शीर्ष वृत्त को 3 इकाई, 4 इकाई एवं 5 इकाई के तीन चापों में विभाजित करते हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल है—

- (A)  $\frac{9\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{\pi^2}$  (B)  $\frac{9\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{\pi^2}$  (C)  $\frac{9\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2\pi^2}$  (D)  $\frac{9\sqrt{3}(\sqrt{3}-)}{2\pi^2}$

9. यदि त्रिभुज ABC में परिकेन्द्र एवं अन्तःकेन्द्र को मिलाने वाली रेखा BC के समान्तर हो, तो  $\cos B + \cos C =$   
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) इनमें से कोई नहीं

10. यदि त्रिभुज ABC का अन्तः वृत्त इसकी भुजाओं को L, M एवं N पर स्पर्श करता है तथा यदि त्रिभुज MIN, NIL एवं LIM की परित्रिज्याएँ क्रमशः x, y एवं z हो, जहाँ I अन्तःकेन्द्र है। तो गुणनफल xyz का मान है—

- (A)  $R r^2$  (B)  $rR^2$   
 (C)  $\frac{1}{2} Rr^2$  (D)  $\frac{1}{2} rR^2$



11. यदि त्रिभुज ABC में  $\frac{r}{r_1} = \frac{1}{2}$  हो, तो  $\tan \frac{A}{2} \left( \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right)$  का मान है —

- (A) 2 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

12. यदि त्रिभुज ABC में  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ , तो  $\tan \frac{C}{2}$  का मान है —

- (A)  $\frac{a-c}{2b}$  (B)  $\frac{a-b}{2c}$  (C)  $\frac{a-c}{b}$  (D)  $\frac{a-b}{c}$

13. किसी त्रिभुज ABC में  $\frac{r_1 r_2 r_3}{r^3}$  का न्यूनतम मान है —

- (A) 3 (B) 9 (C) 27 (D) इनमें से कोई नहीं

14. यदि त्रिभुज ABC में  $\frac{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3)(r_3 + r_1)}{R^2}$  का मान सदैव किसके बराबर होता है ?

- (A) 8 (B) 27 (C) 16 (D) इनमें से कोई नहीं

15. एक न्यूनकोण त्रिभुज ABC में AP शीर्षलम्ब है। AP को व्यास मानकर खींचा गया वृत्त भुजाओं AB एवं AC को क्रमशः D एवं E पर काटता है, तो DE की लम्बाई है —

- (A)  $\frac{\Delta}{2R}$  (B)  $\frac{\Delta}{3R}$  (C)  $\frac{\Delta}{4R}$  (D)  $\frac{\Delta}{R}$

16. त्रिभुज ABC जिसका केन्द्रक G है, की माध्यिकाएँ  $AA_1$ ,  $BB_1$  एवं  $CC_1$  है। यदि बिन्दु A,  $C_1$ , G एवं  $B_1$  समचक्रीय हो, तो  
 (A)  $2b^2 = a^2 + c^2$  (B)  $2c^2 = a^2 + b^2$  (C)  $2a^2 = b^2 + c^2$  (D) इनमें से कोई नहीं

17.  $\Delta ABC$  में  $\ell$  शीर्ष A से गुजरने वाली माध्यिका की लम्बाई हो, तो —

- (A)  $4\ell^2 = b^2 + 4ac \cos B$  (B)  $4\ell^2 = a^2 + 4bc \cos A$   
 (C)  $4\ell^2 = c^2 + 4ab \cos C$  (D)  $4\ell^2 = b^2 + 2c^2 - 2a^2$



18. त्रिभुज ABC में  $a = 1$  और परिणाम कोणों की ज्याओं के समान्तर माध्य का छः गुना हो, तो कोण A का मान है –  
 (A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C)  $\frac{\pi}{6}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$
19. यदि त्रिभुज ABC की माध्यिका AD,  $\angle BAC$  को 1 : 2 में विभाजित करती है, तो  $\frac{\sin B}{\sin C} =$   
 (A)  $2 \cos(A/3)$  (B)  $(1/2) \sec(A/3)$  (C)  $(1/2) \sin(A/3)$  (D)  $2 \operatorname{cosec}(A/3)$

एक से अधिक विकल्प सही

20. यदि त्रिभुज ABC में  $\cos A \cos B + \sin A \sin B \sin C = 1$  हो, तो त्रिभुज है –  
 (A) समद्विबाहु त्रिभुज (B) समकोण त्रिभुज (C) समबाहुत त्रिभुज (D) इनमें से कोई नहीं
21. त्रिभुज ABC के कोणीय बिन्दुओं के सम्मुख भुजाओं पर डाले गये लम्ब AD, BE एवं CF हो तो –  
 (A)  $\frac{r}{R} = \frac{\text{भुज DEF का परिमाण}}{\text{भुज ABC का परिमाण}} = \frac{r}{R}$  (B) त्रिभुज DEF का क्षेत्रफल  $3 \Delta \cos A \cos B \cos C$   
 (C) त्रिभुज AEF का क्षेत्रफल  $= \Delta \cos^2 A$  (D) त्रिभुज DEF की परित्रिज्या  $= \frac{R}{2}$
22. त्रिभुज ABC के शीर्षों से अन्तः केन्द्र की दूरियों का गुणनफल है –  
 (A)  $4 R^2 r$  (B)  $4 R r^2$  (C)  $\frac{(abc)R}{s}$  (D)  $\frac{(abc)r}{s}$
23. त्रिभुज ABC में भुजा B पर बिन्दु D एवं E इस प्रकार लिए जाते हैं कि  $BD = DE = EC$ . यदि कोण  $ADE =$  कोण  $AED = \theta$  हो, तो –  
 (A)  $\tan \theta = 3 \tan B$  (B)  $3 \tan \theta = \tan C$  (C)  $\frac{6 \tan \theta}{\tan^2 \theta - 9} = \tan A$  (D) कोण B = कोण C
24. इकाई त्रिज्या के तीन समान वृत्त एक दूसरे को स्पर्श करते हैं। तीनों वृत्तों को स्पर्श करने वाले वृत्त की त्रिज्या है–  
 (A)  $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  (B)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$  (C)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  (D)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
25. सामान्य संकेतानुसार त्रिभुज ABC में  $\Pi(r_1 - r)$  का सरलीकृत मान है–  
 (A)  $abc \Pi \tan \frac{A}{2}$  (B)  $4 r R^2$  (C)  $\frac{(abc)^2}{R(a+b+c)^2}$  (D)  $4 R r^2$

2-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. यदि त्रिभुज ABC में  $\frac{\cos A + 2 \cos C}{\cos A + 2 \cos B} = \frac{\sin B}{\sin C}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC या तो समद्विबाहु त्रिभुज है या समकोण त्रिभुज है।
2. त्रिभुज ABC में यदि  $a \tan A + b \tan B = (a + b) \tan \left( \frac{A+B}{2} \right)$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समद्विबाहु है।
3. त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि–  
 (i)  $(r_3 + r_1)(r_3 + r_2) \sin C = 2r_3 \sqrt{r_2 r_3 + r_3 r_1 + r_1 r_2}$

$$(ii) \quad \frac{\tan \frac{A}{2}}{(a-b)(a-c)} + \frac{\tan \frac{B}{2}}{(b-a)(b-c)} + \frac{\tan \frac{C}{2}}{(c-a)(c-b)} = \frac{1}{\Delta}$$

$$(iii) \quad (r+r_1) \tan \frac{B-C}{2} + (r+r_2) \tan \frac{C-A}{2} + (r+r_3) \tan \frac{A-B}{2} = 0$$

$$(iv) \quad r^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r = 16R^2 - a^2 - b^2 - c^2.$$

4. यदि  $\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)\left(1 - \frac{r_1}{r_3}\right) = 2$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समकोण है।

5. त्रिभुज ABC में AD, A से शीर्षलम्ब है। दिया गया है कि  $b > c$  कोण  $C = 23^\circ$  एवं  $AD = \frac{abc}{b^2 - c^2}$  तो कोण B ज्ञात कीजिए।

6. त्रिभुज ABC में  $\angle C = 60^\circ$  एवं  $\angle A = 75^\circ$  है। यदि भुजा AC पर एक बिन्दु D इस प्रकार है कि  $\triangle BAD$  का क्षेत्रफल, त्रिभुज BCD के क्षेत्रफल का  $\sqrt{3}$  गुना है। कोण ABD ज्ञात कीजिए।

7. समलम्ब चतुर्भुज ABCD इस प्रकार है कि AB एवं DC समान्तर है तथा BC इनके लम्बवत् है। यदि कोण  $AB = \theta$ ,  $BC = p$  एवं  $CD = q$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $AB = \frac{(p^2 + q^2) \sin \theta}{p \cos \theta + q \sin \theta}$ .

8. त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि अन्तःवृत्त के क्षेत्रफल और इस त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात

$$\pi : \cot\left(\frac{A}{2}\right) \cdot \cot\left(\frac{B}{2}\right) \cdot \cot\left(\frac{C}{2}\right) \text{ है।}$$

9. यदि a, b एवं c समान्तर श्रेणी में हो तो सिद्ध कीजिए कि  $\cos A \cot \frac{A}{2}$ ,  $\cos B \cot \frac{B}{2}$  एवं  $\cos C \cot \frac{C}{2}$  समान्तर श्रेणी में है।

10. त्रिभुज ABC की भुजाओं को अन्तःवृत्त जिन बिन्दुओं पर स्पर्श करता है उनको मिलाने से त्रिभुज DEF निर्मित होता है। सिद्ध कीजिए कि-

$$(i) \quad \text{इसकी भुजाएँ } 2r \cos \frac{A}{2}, 2r \cos \frac{B}{2} \text{ एवं } 2r \cos \frac{C}{2}$$

$$(ii) \quad \text{इसके कोण } \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}, \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2} \text{ एवं } \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \text{ है।}$$

$$(iii) \quad \text{इसका क्षेत्रफल } \frac{2\Delta^3}{abcs} \text{ है अर्थात् } \frac{1}{2} r \Delta.$$

11. यदि त्रिभुज ABC का परिकेन्द्र इसके अन्तःवृत्त पर स्थित हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $\cos A + \cos B + \cos C = \sqrt{2}$

12. तीन वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ a, b, c है, एक दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं तथा उनके स्पर्श बिन्दुओं पर स्पर्श रेखाएँ एक बिन्दु पर मिलती हैं। सिद्ध कीजिए कि इस बिन्दु की उनके किसी स्पर्श बिन्दु से दूरी  $\left(\frac{abc}{a+b+c}\right)^{\frac{1}{2}}$  है।

## Exercise - 3

3-A (स्तम्भ मिलान)

1. मिलान कीजिए
- | स्तम्भ I  | स्तम्भ II |
|---|-----------|
| (A) यदि त्रिभुज ABC में, $2B = A + C$ और $b^2 = ac \cdot \frac{a^2(a+b+c)}{3abc}$ का मान बराबर है।                  | (p) 8     |
| (B) किसी त्रिभुज ABC में, $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{R^2}$ का मान हमेशा बराबर होता है (जहाँ R त्रिज्या परित्रिज्या है) | (q) 1     |
| (C) यदि $\Delta ABC$ में $a = 2$ , $bc = 9$ तब $2R\Delta$ बराबर है।   | (r) 5     |
| (D) यदि $\Delta ABC$ , $a = 5$ , $b = 3$ और $c = 7$ तब $3 \cos C + 7 \cos B$  | (s) 9     |
2. मिलान कीजिए
- | स्तम्भ I   | स्तम्भ II |
|--|-----------|
| (A) त्रिभुज $\Delta ABC$ में, $a = 4$ , $b = 3$ तथा माध्यिकाएं $AA_1$ और $BB_1$ परस्पर लम्बवत् है तब $\Delta ABC$ के क्षेत्रफल का वर्ग है। | (p) 3     |
| (B) यदि $\Delta ABC$ में, परिकेन्द्र तथा लम्बकेन्द्र को मिलाने वाली रेखा AC के समान्तर है तब $\tan A \cdot \tan C$ बराबर है।               | (q) 7     |
| (C) यदि त्रिभुज $\Delta ABC$ में, $a = 5$ , $b = 4$ और $\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{7}{9}}$ हो, तो भुजा c बराबर है।                     | (r) 6     |
| (D) त्रिभुज $\Delta ABC$ में $2a^2 + 4b^2 + c^2 = 4ab + 2ac$ तक $8 \cos B$ बराबर है।   | (s) 11    |

3-B (कथन/कारण)

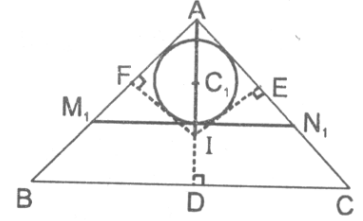
3. कथन-1: यदि किसी त्रिभुज  $\Delta ABC$  में  $\frac{r_1 + r_2 + r_3}{r}$  का न्यूनतम मान है।  
 कथन-2: यदि  $\Delta ABC$  में  $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$  तथा  $\frac{r_1 + r_2 + r_3}{r} = 9$ .  
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
4. कथन-1: एक त्रिभुज ABC में: बाह्य त्रिज्या का हरात्मक माध्य अन्तः त्रिज्या का तीन गुना होता है।  
 कथन-2: किसी  $\Delta ABC$  में  $r_1 + r_2 + r_3 = 4R$   
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।  
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।
5. कथन-1: यदि एक  $\Delta ABC$  की परित्रिज्या R है, तो  $\Delta I_1 I_2 I_3$  के बाह्य केन्द्र की परित्रिज्या  $2R$  है।  
 कथन-2: यदि एक त्रिभुज की परित्रिज्या R है, तो इसके पदिक त्रिभुज की परित्रिज्या  $\frac{R}{2}$  होगी।  
 (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।  
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।  
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।

(D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

3-C (अनुच्छेद)

6. अनुच्छेद

माना कि ABC एक त्रिभुज है तथा अंतःकेन्द्र से भुजाओं BC, CA, AB पर डाले गये लम्बों के पाद क्रमशः D, E, F है। यदि चतुष्फलक AFIE, BDIF, CEID के अन्तःवृत्त की त्रिज्याएँ क्रमशः  $R_1, R_2, R_3$  तथा केन्द्र क्रमशः  $C_1, C_2, C_3$  है।  $C_1$  के केन्द्र वाले वृत्त की स्पर्श रेखा  $M_1N_1$ , CB के समान्तर है, जहाँ चित्रानुसार  $M_1N_1 = x$  है।  $\Delta ABC$  के बाह्य केन्द्र  $I_1, I_2, I_3$  है।



$M_2N_2 = y$  तथा  $M_3N_3 = z$  ठीक उसी प्रकार परिभाषित है, जिस प्रकार  $M_1N_1$  है।

6.1 AC<sub>1</sub>, AI, AI समानुपाती है।

- (A)  $R_1, r, r_1$  (B)  $R, R_1, r$  (C)  $R, R_1, r_1$  (D)  $r, r_1, R_1$

6.2  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} =$

- (A)  $\frac{r_1 + r_2 + r_3}{R}$  (B)  $\frac{a}{r_1} + \frac{b}{r_2} + \frac{c}{r_3}$  (C)  $\frac{R_1 + R_2 + R_3}{r}$  (D)  $\frac{a}{R_1} + \frac{b}{R_2} + \frac{c}{R_3}$

6.3 यदि कोण C अधिक कोण है, तो  $\frac{R_1 + R_2}{r} =$

- (A)  $2 + \left( \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} \right) + \left( \tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} \right) + \dots \infty$   
 (B)  $\left( \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} \right) + \left( \tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} \right) + \left( \tan^3 \frac{A}{2} + \tan^3 \frac{B}{2} \right) + \dots \infty$   
 (C)  $2 - \left( \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} \right) + \left( \tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} \right) - \dots \infty$   
 (D)  $2 - \tan \frac{C}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} - \tan^3 \frac{C}{2} + \dots \infty$

7. अनुच्छेद

G त्रिभुज ABC का केन्द्रक है। शीर्ष बिन्दुओं, A, B तथा C से डाले गये लम्ब भुजाओं BC, CA व AB को क्रमशः D, E व F पर मिलते हैं। तथा P, Q, R बिन्दु G से भुजाओं BC, CA, AB पर डाले गये लम्बों के पाद हैं। तथा L, M, N क्रमशः भुजाओं BC, CA, AB के मध्य बिन्दु हैं तब।

7.1 भुजा PG की लम्बाई है—

- (A)  $\frac{1}{2} b \sin c$  (B)  $\frac{1}{2} c \sin c$  (C)  $\frac{2}{3} b \sin c$  (D)  $\frac{1}{3} c \sin B$

7.2 ( $\Delta GPL$  का क्षेत्रफल) : ( $\Delta ALD$  का क्षेत्रफल) =

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{9}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{4}{9}$

7.3  $\Delta PQR$  का क्षेत्रफल है—

- (A)  $\frac{1}{9} (a^2 + b^2 + c^2) \sin A \sin B \sin C$  (B)  $\frac{1}{8} (a^2 + b^2 + c^2) \sin A \sin B \sin C$

(C)  $\frac{2}{9} (a^2 + b^2 + c^2) \sin A \sin B \sin C$

(D)  $\frac{1}{3} (A^2 + b^2 + c^2) \sin A \sin B \sin C$

3-D (सत्य/असत्य कथन)

8. त्रिभुज ABC में  $\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C = 1$  हो, तो –
9. r त्रिज्या के वृत्त में a एवं b cms लम्बाईयों वाली जीवाएँ केन्द्र क्रमशः  $\theta$  तथा  $3\theta$  कोण अंतरित करती है। प्रदर्शित कीजिए कि  $r = a \cdot \sqrt{\frac{a}{2a-b}}$  cm.
10. किसी त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि  $\frac{b-c}{r_1} + \frac{c-a}{r_2} + \frac{a-b}{r_3} = 0$
11. किसी त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि  $\frac{r_1}{bc} + \frac{r_2}{ca} + \frac{r_3}{ab} = \frac{1}{r} - \frac{1}{2R}$
12. यदि f, g एवं h त्रिभुज ABC के अन्तः कोणों के अर्धकोणों की लम्बाईयाँ हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि—  
 $\frac{1}{f} \cdot \cos \frac{A}{2} + \frac{1}{g} \cos \frac{B}{2} + \frac{1}{h} \cos \frac{C}{2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ .

3-E (रिक्त स्थान की पूर्ति)

13. यदि त्रिभुज ABC में  $\frac{2 \cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{2 \cos C}{c} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca}$  हो, तो कोण A का मान ज्ञात कीजिए।
14. त्रिभुज PQR में PL एवं QM माधिकाएँ हैं। यदि PL = 6 cm,  $\angle QPL = \pi/6$  एवं  $\angle PQM = \pi/3$  हो, तो त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
15. समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  जहाँ a, b, c त्रिभुज ABC की भुजाएँ हैं, तथा समीकरण  $x^2 + \sqrt{2}x + 1 = 0$  का एक मूल उभयदिष्ट हो, तो कोण C बराबर है—
16. यदि समद्विबाह त्रिभुज PQR के परिवृत्त की त्रिज्या का मान OQ (=PR) हो, तो कोण P का मान है –
17. त्रिभुज ABC में  $\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right)\left(\frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_1}\right) = \frac{KR^3}{a^2b^2c^2}$  है, जहाँ K का मान है—

**Exercise - 4**

4-A (पूर्ववर्ती JEE परीक्षा प्रश्न)

**IIT-JEE - 2006**

1. एक समद्विबाह त्रिभुज दिया गया है जिसका एक कोण  $120^\circ$  एवं इसके अन्तः वृत्त की त्रिज्या  $\sqrt{3}$  इकाई है। तब त्रिभुज का क्षेत्रफल वर्ग इकाई में है—  
 (A)  $7 + 12\sqrt{3}$  (B)  $12 - 7\sqrt{3}$  (C)  $12 + 7\sqrt{3}$  (D)  $4\pi$

Download FREE Study Package from [www.TekoClasses.com](http://www.TekoClasses.com) & Learn on Video  
[www.MathsBySuhag.com](http://www.MathsBySuhag.com) Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

2. त्रिभुज ABC के कोण A का अन्तः समद्विभाजक भुजा BC को D पर मिलता है। AD के लम्बवत् D से गुजरती हुई एक रेखा भुजा AC को E पर प्रतिच्छेद करती है तथा भुजा AB को F पर मिलती है। यदि a,b,c त्रिभुज ABC की भुजाओं को प्रदर्शित करते हो, तो –
- (A) AE, b एवं c का हरात्मक माध्य है। (B)  $AD = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2}$
- (C)  $EF = \frac{4bc}{b+c} \sin \frac{A}{2}$  (D) त्रिभुज AEF समद्विबाहु त्रिभुज है।

**IIT-JEE-2005**

3. त्रिभुज ABC में a,b,c इसकी भुजाओं की लम्बाईयें हैं तथा A,B,C कोण हैं। सही सम्बन्ध है –
- (A)  $(b+c) \sin \left( \frac{B+C}{2} \right) = a \cos \frac{A}{2}$  (B)  $(b-c) \cos \frac{A}{2} = a \sin \left( \frac{B-C}{2} \right)$
- (C)  $(b-c) \cos \frac{A}{2} = 2a \sin \left( \frac{B-C}{2} \right)$  (D)  $(b-c) \sin \left( \frac{B-C}{2} \right) = a \cos \frac{A}{2}$
4. 3,4,5 इकाई त्रिज्याओं के तीन वृत्त परस्पर बाह्य स्पर्श करते हैं। स्पर्श बिन्दुओं पर स्पर्श रेखाएँ बिन्दु P पर मिलती हैं। बिन्दु P एवं स्पर्श बिन्दुओं के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।

**IIT-JEE-2004**

5. त्रिभुज की भुजाएँ अनुपात  $1:\sqrt{3}:2$  में हैं, तो त्रिभुज के कोण किस अनुपात में हैं ?  
 (A) 3 : 2 : 1 (B) 3 : 1 : 2 (C) 1 : 2 : 3 (D) 1 : 3 : 2
6. यदि इकाई त्रिज्या के वृत्त में n-भुजाओं का एक समबहुभुज बनाया जाता है जिसका क्षेत्रफल  $I_n$  है तथा दिये गए वृत्त के परिगत निर्मित बहुभुज का क्षेत्रफल  $O_n$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $I_n = \frac{O_n}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{2I_n}{n} \right)^2} \right)$

**IIT-JEE-2003**

7. यदि त्रिभुज के कोण अनुपात 4 : 1 : 1 में हो, तो सबसे लम्बी भुजा का परिमाण से अनुपात है –  
 (A)  $\sqrt{3} : (2 + \sqrt{3})$  (B)  $1 : \sqrt{3}$  (C)  $1 : 2 + \sqrt{3}$  (D) 2 : 3

**IIT-JEE-2002**

8. निम्नलिखित आंकड़ों में से कौन-से नयून कोण त्रिभुज ABC में अद्वितीय रूप से ज्ञात नहीं होते हैं।  
 (A) a, sin A, sin B (B) a,b,c (C) a, sin B, R (D) a, sin A, R

**IIT-JEE-2001**

9. यदि  $\Delta$  उस त्रिभुज का क्षेत्रफल है जिसकी भुजाएँ a,b,c हैं, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $\Delta \leq \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)abc}$ . यह भी प्रदर्शित कीजिए कि उपरोक्त असमिका में समता होगी यदि और केवल यदि  $a = b = c$  हो।

**IIT-JEE-2000**

10. त्रिभुज ABC में  $2ac \sin \frac{1}{2} (A - B + C) =$   
 (A)  $a^2 + b^2 - c^2$  (B)  $c^2 + a^2 - b^2$  (C)  $b^2 - c^2 - a^2$  (D)  $c^2 - a^2 - b^2$
11. त्रिभुज ABC में माना  $\angle C = \frac{\pi}{2}$  है। यदि त्रिभुज की अन्तः त्रिज्या r एवं परित्रिज्या R हो, तो  $2(r - R)$  का मान है '

- (A)  $a + b - c$  (B)  $b + c$  (C)  $c + a$  (D)  $a + b + c$
12. एक खंभा उर्ध्वाधर किसी त्रिभुजाकार पार्क  $\Delta ABC$  में खड़ा है। यदि शीर्ष से अवनमन कोण (angle of elevation of the top) पार्क के प्रत्येक कोने के लिए समान है तो  $\Delta ABC$  में खंभे का लम्बपाद कहाँ स्थित है –  
 (A) केन्द्रक पर (B) परिकेन्द्र पर (C) अन्तः केन्द्र पर (D) लम्बकेन्द्र पर
13. माना ABC एक त्रिभुज है जिसका अन्तःकेन्द्र I एवं अन्तःत्रिज्या  $r$  है। माना I से भुजाओं BC, CA एवं AB पर डाले गये लम्बों के पाद क्रमशः D, E, F है। यदि  $r_1, r_2$  और  $r_3$  क्रमशः चतुर्भुजों AFIE, BDIF एवं CEID के अंदर बनाए गये वृत्तों की त्रिज्याएँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{r_1}{r-r_1} + \frac{r_2}{r-r_2} + \frac{r_3}{r-r_3} = \frac{r_1 r_2 r_3}{(r-r_1)(r-r_2)(r-r_3)}$ .

**IIT-JEE-1998**

14. यदि त्रिभुज PQR में  $\sin P, \sin Q, \sin R$  समान्तर श्रेढी में हो, तो –  
 (A) शीर्षलम्ब समान्तर श्रेढी में है। (B) शीर्षलम्ब हरात्मक श्रेढी में है।  
 (C) माध्यिकाएँ गुणोत्तर श्रेढी में है। (D) माध्यिकाएँ समान्तर श्रेढी में है।
15. एक पक्षी क्षैतिज समतल में वृत्ताकार पथ में उड़ान भरता है। जमीन पर किसी बिन्दु पर एक प्रेक्षक खड़ा है। मानाकि पक्षी का अधिकतम एवं न्यूनतम उन्नयन कोण  $60^\circ$  एवं  $30^\circ$  है और ये कोण तब बनते हैं जब पक्षी अपने पथ पर क्रमशः बिन्दु P एवं Q पर होता है। मानाकि  $\theta$  पक्षी का उन्नयन कोण है जब यह चाप PQ के ठीक मध्य बिन्दु पर होता है।  $\tan^2 \theta$  का आंकिक मान ज्ञात कीजिए। (माना प्रेक्षक, पक्षी के पथ के उर्ध्वाधर प्रक्षेप के अंदर नहीं है।)
16. सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC समबाहु है यदि और केवल यदि  $\tan A + \tan B + \tan C = 3\sqrt{3}$ .

**IIT-JEE-1997**

17. माना A, B, C तीन कोण प्रकार इस प्रकार है कि  $A = \frac{\pi}{4}$  एवं  $\tan B \tan C = p$  हैं।  $p$  के सभी संभावित मान ज्ञात कीजिए ताकि A, B, C त्रिभुज के कोण हो।

**4-B (पूर्ववर्ती AIEEE/DCE परीक्षा प्रश्न)**

18. त्रिभुज ABC में, माना  $\angle C = \pi/2$  यदि  $r$  त्रिभुज की अन्तःत्रिज्या हो तथा  $R$  त्रिभुज की परिवृत्त त्रिज्या हो, तो  $2(r+R)$  हो–  
 (A)  $c + a$  (B)  $a + b + c$  (C)  $a + b$  (D)  $b + c$
19. त्रिभुज ABC में शीर्ष A, B, C से विपरित भुजा पर डाले गये लम्ब यदि HP में हो, तो  $\sin A, \sin B$  व  $\sin C$  होंगे–  
 (A) HP (B) Arithmetic - Geometric Progression  
 (C) AP (D) GP
20. यदि  $a < \frac{\pi}{2}$  के लिए त्रिभुज की भुजायें  $\sin \alpha, \cos \alpha$  व  $\sqrt{1 + \sin \alpha \cos \alpha}$  हो, तो त्रिभुज का अधिकतम कोण होगा–  
 (A)  $60^\circ$  (B)  $90^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $150^\circ$
21.  $n$  भुजाओं में बहुभुज जिसकी भुजा  $a$  हो, के लिए अन्तः वृत्त तथा परिवृत्त की त्रिज्याओं का योग होगा–  
 (A)  $a \cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$  (B)  $\frac{a}{2} \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right)$  (C)  $a \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right)$  (D)  $\frac{a}{4} \cot\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
22. यदि त्रिभुज ABC में  $a \cos^2\left(\frac{C}{2}\right) + c \cos^2\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{3b}{2}$ , तब भुजा  $a, b$  और  $c$  होगा।  
 (A) AP में (B) GP में (C) HP में (D)  $a + b = c$  संतुष्ट करेगा।
23. यदि  $\Delta ABC$  की माध्यिकायें क्रमशः AD व BE हो तथा यदि  $AD = 4$ ,  $\angle DAB = \frac{\pi}{6}$  व  $\angle ABE = \frac{\pi}{3}$  तो  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल होगा–

- (A)  $\frac{8}{3}$  (B)  $\frac{16}{3}$  (C)  $\frac{32}{3\sqrt{3}}$  (D)  $\frac{64}{3}$ .
24. त्रिकोणमितिय समीकरण  $\sin^{-1}x = 2\sin^{-1}a$  का हल होगा –  
 (A)  $\frac{1}{2} < |a| < \frac{1}{\sqrt{2}}$  (B) a के सभी मान (C)  $|a| < \frac{1}{2}$  (D)  $|a| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ .
25. यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज PQR में परिवृत्त की त्रिज्या PQ = PR हो, तो कोण P होगा—  
 (A)  $\frac{2\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$
26. यदि  $\Delta ABC$  में A, B, C शीर्ष भुजा BC दी गई हो, तो  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल होगा—  
 (A)  $\frac{1}{2} \frac{a^2 \sin B \sin C}{\sin A}$  (B)  $ab \sin C$  (C)  $\frac{b^2 \sin C \sin A}{\sin B}$  (D)  $\frac{s(s-a)(s-b)(s-c)}{2}$
27. यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज का एक कोण  $120^\circ$  हो तथा अन्तः वृत्त को त्रिज्या  $\sqrt{3}$  हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल वर्ग इकाई में होगा—  
 (A)  $7 + 12\sqrt{3}$  (B)  $12 + 7\sqrt{3}$  (C)  $12 - 7\sqrt{3}$  (D)  $4 + 2\sqrt{3}$
- .....



## Answers

### EXERCISE # 1 –A

1. C 2. C 3. B 4. A 5. C 6. B 7. B  
 8. B 9. B 10. C 11. B 12. A 13. B 14. B  
 15. AB 16. BD 17. ABC 18. ABCD 19. ACD

### EXERCISE # 1 –B

2.  $\frac{P}{2\sqrt{R}}$  6.  $\frac{2}{3} \cot \frac{B}{2}$   
 8. 9 sq. unit 15. 6, 8 10 cms.

### EXERCISE # 2 – A

1. A 2. A 3. B 4. C 5. A 6. A 7. D  
 8. A 9. B 10. C 11. B 12. D 13. C 14. D  
 15. D 16. C 17. B 18. C 19. B 20. AB  
 21. ABCD 22. BD 23. ACD 24. AC 25. ACD

### EXERCISE # 2-B

5.  $\angle B = 113^\circ$  6.  $\angle ABD = 30^\circ$

### EXERCISE # 3

1. (A) → (q), (B) → (p), (C) → (s) (D) → (r)  
 2. (A) → (s), (B) → (p), (C) → (r) (D) → (q)  
 3. B 4. C 5. A 6. 1 A 6.2 C 6.3 C 7.1 D  
 7.2 B 7.3 B 8. True 9. False 10. True  
 11. True 12. True 13.  $90^\circ$  14.  $8\sqrt{3}$  sq. unit  
 15.  $\frac{\pi}{4}$  16.  $\frac{2\pi}{3}$  17. 64

### EXERCISE # 4

1. C 2. ABCD 3. B 4.  $\sqrt{5}$  5. C 7. A  
 8. D 10. B 11. A 12. B 14. B 15.  $\frac{3}{5}$   
 17.  $p \in (-\infty, 0] \cup [3 + 2\sqrt{2}, \infty)$  18. C 19. C  
 20. C 21. B 22. A 24. A 25. B 26. D 27. B

## MQB

.....  
 केवल एक विकल्प सही  
 .....

1. यदि त्रिभुज के आधार कोण  $22\frac{1}{2}^\circ$  और  $112\frac{1}{2}^\circ$  हो, तो त्रिभुज की उँचाई बराबर होगी—  
 (A) आधार के (B) आधार की एक तिहाई (C) आधार की आधी (D) आधार से चौथाई
2. यदि  $\triangle ABC$  के लिए a, b, c समीकरण  $x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$  के मूल हो, तो  $\Sigma \frac{\cos A}{a} =$   
 (A)  $\frac{3}{4}$  (B) 1 (C)  $\frac{9}{16}$  (D) इनमें से कोई नहीं
3. यदि  $x, y > 0$  है, तो त्रिभुज, जिसकी भुजाएँ जिसकी भुजाएँ क्रमशः  $3x + 4y, 4x + 3y$  और  $5x + 5y$  इकाई की हैं, होगा—  
 (A) समकोण  $\Delta$  (B) अधिक कोण  $\Delta$  (C) न्यूनकोण  $\Delta$  (D) इनमें से कोई नहीं

4. यदि  $\triangle ABC$  में कोण A, B, C समान्तर श्रेढी में हो, तो  $\frac{a+c}{\sqrt{(a^2-ac+c^2)}} =$   
 (A)  $\cos \frac{A+C}{2}$  (B)  $2 \sin \frac{A+C}{2}$  (C)  $2 \cos \frac{A-C}{2}$  (D)  $2 \sin \frac{A-C}{2}$
5. यदि  $\triangle ABC$  में  $\frac{a \sin B + b \sin A}{\sqrt{\sin A \sin B}} = 4$ ,  $\angle C = \frac{\pi}{3}$  है, तो  $a^2 + b^2 - c^2 =$   
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10
6. यदि  $\triangle ABC$  में  $A = 60^\circ$  हो, तो  $\frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} =$   
 (A) 5 : 6 : 7 (B) 6 : 7 : 5 (C) 7 : 6 : 5 (D) इनमें से कोई नहीं
7.  $\triangle ABC$  में  $\cot B : \cot C = 30 : 19 : 6$ , तो  $a : b : c$   
 (A) 5 : 6 : 7 (B) 6 : 7 : 5 (C) 7 : 6 : 5 (D) इनमें से कोई नहीं
8. यदि  $(a-b)(s-C) = (b-c)(s-a)$ , तो  $r_1, r_2, r_3$  है—  
 (A) HP में (B) GP में (C) AP में (D) इनमें से कोई नहीं
9. यदि वृत्त के व्यास के वर्ग का दुगुना और वृत्त के अंदर बने त्रिभुज ABC की भुजाओं के वर्गों का योग बराबर है, तो  $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C =$   
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 1
10.  $\triangle ABC$  में  $\frac{a}{1} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{c}{2}$ , तो  
 (A)  $A + B - C = 90^\circ$  (B)  $\triangle ABC$  न्यूनकोण त्रिभुज है।  
 (C) कोण A, B, C समान्तर श्रेढी में है। (D)  $\triangle ABC$  अधिककोण त्रिभुज है।
11. त्रिभुज ABC में, यदि  $s-a, s-b, s-c$  गुणोत्तर श्रेढी में हो, तो  $\frac{\sin^2 A + \sin^2 C}{\sin A + \sin C} =$   
 (A)  $\sin B$  (B)  $\cos B$  (C)  $\sin[(a+C)/2]$  (D)  $\sin[(A-C)/2]$
12. यदि  $\cos A = \frac{\sin B}{2 \sin C}$  हो, तो  $\triangle ABC$  होगा—  
 (A) समबाहु (B) समद्विबाहु (C) समकोण (D) इनमें से कोई नहीं
13.  $\triangle ABC$  में  $\frac{b^2-c^2}{a} \cos A + \frac{c^2-a^2}{b} \cos B + \frac{a^2-b^2}{c} \cos C =$   
 (A) 0 (B) 1 (C)  $a^2 + b^2 + c^2$  (D) abc
14. त्रिभुज ABC में यदि  $\frac{\cos A}{a} = \frac{\tan C}{c}$ , तो  $\sin(A+C) =$   
 (A)  $\cos B \cos C$  (B)  $\cos A \cos C$  (C)  $\cos A \cos B$  (D)  $\sin B \sin C$
15.  $\triangle ABC$  में  $1 - \tan(A/2) \tan(B/2) =$   
 (A)  $\frac{2a}{b+c-a}$  (B)  $\frac{2b}{c+a-b}$  (C)  $\frac{2c}{a+b-c}$  (D)  $\frac{2c}{a+b+c}$
16. त्रिभुज ABC के कोण समान्तर श्रेढी में है। सबसे बड़ा कोण सबसे छोटे कोण से दोगुना है और सबसे बड़ी भुजा की माध्यिका, कोण को 2 : 3 से विभाजित करती है। यदि माध्यिका की लम्बाई  $2\sqrt{3}$ cm हो, तो सबसे लम्बी भुजा की लम्बाई होगी—  
 (A)  $2 \sin 32^\circ$  (B)  $2 \sin 48^\circ$  (C)  $8 \sin 32^\circ$  (D)  $\sqrt{3} \sin 40^\circ$

17. त्रिभुज के शीर्ष कोण को दो भागों में विभाजित इस प्रकार किया जाता है कि एक भाग को स्पर्शजया, दूसरे भाग कि स्पर्शजया से तिगुनी है साथ ही दोनों कोण में अन्तर  $30^\circ$  है, तो  $\Delta$  होगा—  
 (A) समद्विबाहु (B) समकोण (C) अधिक कोण (D) इनमें से कोई नहीं
18.  $\Delta ABC$  में यदि  $\tan (A/2) = p$  और  $\tan (B/2) = q$  तो  $\frac{2(p+q)(1-pq)}{(1-p^2)(1+q^2)} =$   
 (A)  $\sin A$  (B)  $\sin B$  (C)  $\sin C$  (D)  $\sin A + \sin B$
19. यदि त्रिभुज का एक आधार कोण दूसरे आधार कोण का पांच गुना है और साथ ही शीर्ष कोण का आधा है, तो त्रिभुज का आधार बराबर होगा—  
 (A) ऊँचाई के (B) ऊँचाई से आधा (C) ऊँचाई से दोगुना (D) ऊँचाई से पाँच गुना
20. यदि S त्रिभुज का परिकेन्द्र है और S परित्रिज्या हो और  $l, l_1, l_2, l_3$  क्रमशः अंतः केन्द्र और बहिकेन्द्र हो, तो  
 $S l^2 + S l_1^2 + S l_2^2 + S l_3^2 =$   
 (A)  $4R^2$  (B)  $8R^2$  (C)  $12R^2$  (D) इनमें से कोई नहीं
21. यदि  $l$  त्रिभुज का अंतः केन्द्र हो और  $l_1, l_2, l_3$  त्रिभुज के बहिकेन्द्र हो, तो  $l l_1 \cdot l l_2 \cdot l l_3 =$   
 (A)  $R^2 r$  (B)  $16R^2 r$  (C)  $R r^2$  (D)  $16R r^2$
22. त्रिभुज ABC के पादक त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा—  
 (A)  $(1/2) R^2 \sin A \sin B \sin C$  (B)  $(1/2) R^2 \sin 2A \sin 2B \sin 2C$   
 (C)  $(1/2) R^2 \cos A \cos B \cos C$  (D)  $(1/2) R^2 \cos 2A \cos 2B \cos 2C$
23.  $\Delta ABC$  में माध्यिका AD भुजा AC के लम्बवत् है, यदि  $b = 5$  और  $c = 11$  हो, तो  $a =$   
 (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D)  $\sqrt{221}$
24.  $\Delta ABC$  में, यदि  $c = (a - b) \sec \theta$  हो, तो  $\tan \theta =$   
 (A)  $\frac{2\sqrt{ab}}{a-b} \sin \frac{C}{2}$  (B)  $\frac{2\sqrt{ab}}{a-b} \tan \frac{C}{2}$  (C)  $\frac{2\sqrt{ab}}{a-b} \cos \frac{C}{2}$  (D)  $\frac{2\sqrt{ab}}{a-b} \sec \frac{C}{2}$
25. समद्विबाहु त्रिभुज में आधार कोण  $\alpha$  हो और त्रिभुज का भुजा 4 इकाई कि हो, तो  $Rr =$   
 (A)  $8 \cos \alpha$  (B)  $\frac{8 \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$  (C)  $\frac{8 \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$  (D)  $8 \cos \alpha (1 - \cos \alpha)$

EXERCISE # 2 (विषयात्मक प्रश्न)

1.  $\Delta ABC$  में सिद्ध कीजिए कि  
 (i)  $a^2 (\cos^2 B - \cos^2 C) + (\cos^2 C - \cos^2 A) + c^2 (\cos^2 A - \cos^2 B) = 0$   
 (ii)  $\frac{r_1}{bc} + \frac{r_2}{ca} + \frac{r_3}{ab} = \frac{1}{r} - \frac{1}{2R}$   
 (iii)  $r^2 + r_1^2 + r_2^2 = 16R^2 - a^2 - b^2 - c^2$
2. इकाई वृत्त में निर्मित चक्रीय चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  है। यदि इसकी भुजा  $AB = 1$  तथा विकर्ण  $BD = \sqrt{3}$  हो, तो अन्य भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
3. विषमबाहु त्रिभुज ABC में शीर्ष A एवं BC एवं AB पर शीर्षलम्ब AD एवं CF खींचे जाते हैं। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 18, त्रिभुज BDF का क्षेत्रफल 2 एवं रेखाखण्ड DF की लम्बाई  $2\sqrt{2}$  है, तो परिगत वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
4. त्रिभुज  $\Delta ABC$  में BC का मध्यबिन्दु D है। यदि AD तथा AC के लम्बवत् हो, तो सिद्ध कीजिए कि  
 $\cos A \cdot \cos C = \frac{2(c^2 - a^2)}{3ac}$ .
5. त्रिभुज ABC में रेखाएँ OA, OB एवं OC इस प्रकार खींची जाती हैं कि कोण OAB, OBC एवं OCA प्रत्येक  $\omega$  के बराबर है। सिद्ध कीजिए कि—  
 (i)  $\cot \omega = \cot A + \cot B + \cot C$   
 (ii)  $\operatorname{cosec}^2 \omega = \operatorname{cosec}^2 A + \operatorname{cosec}^2 B + \operatorname{cosec}^2 C$

6. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ a, b, c हैं। इस त्रिभुज के समतल में बिन्दु A', B', C इस प्रकार लिए जाते हैं कि त्रिभुज A'BC, त्रिभुज AB'C एवं त्रिभुज ABC' समबाहु त्रिभुज हैं, जिनकी परित्रिज्याएँ क्रमशः R<sub>a</sub>, R<sub>b</sub>, R<sub>c</sub>; अन्तः त्रिज्याएँ क्रमशः r<sub>a</sub>, r<sub>b</sub>, r<sub>c</sub> तथा बाह्य त्रिज्याएँ क्रमशः r'<sub>a</sub>, r'<sub>b</sub> एवं r'<sub>c</sub> हैं। सिद्ध कीजिए कि

$$(i) \quad \Pi R_a : \Pi R'_a : \Pi r'_a = 1 : 8 : 27 \quad (ii) \quad r_1 r_2 r_3 = \frac{\left[ \sum (3R_a + 6r_a + 2r'_a)^3 \right]}{648\sqrt{3}} \Pi \tan \frac{A}{2}$$

7.  $\Delta ABC$  की भुजाएँ A.P. में हैं। यदि कोण A और कोण C क्रमशः अधिकतम तथा न्यूनतम कोण हो, तो सिद्ध करें कि  $4(1 - \cos A)(1 - \cos C) = \cos A + \cos C$
8. यदि  $\Delta ABC$  में कोण C का अर्धक, AB को D पर तथा परिवृत्त को E पर प्रतिच्छेद करता है, तो सिद्ध कीजिए कि  $CE : DE = (a + b)^2 : C^2$ .
9. न्यूनकोण त्रिभुज ABC के शीर्ष A, B तथा C से सम्मुख भुजा पर डाले गये लम्बों को परिवृत्त तक बढ़ाया जाता है। यदि अतिरिक्त रेखा खण्ड क्रमशः  $\alpha, \beta, \gamma$  लम्बाई के हो, तो प्रदर्शित करें कि  $\frac{a}{\alpha} + \frac{b}{\beta} + \frac{c}{\gamma} = 2(\tan A + \tan B + \tan C)$
10. यदि त्रिभुज के कोणों की ज्याओं का गुणनफल P हो तथा कोज्याओं की गुणनफल q हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण  $qx^3 - px^2 + (1 + q)x - p = 0$  के मूल कोणों की स्पर्शज्याएँ होंगी।

## Answers

### EXERCISE # 1

1. C 2. C 3. B 4. C 5. A 6. B 7. A  
 8. C 9. A 10. C 11. A 12. B 13. A 14. B  
 15. D 16. C 17. B 18. C 19. C 20. C 21. B  
 22. B 23. C 24. A 25. C

### EXERCISE # 2

2. 1, 1 and 2  
 3. R = 9/2

**for 39 Yrs. Que. of IIT-JEE  
 &  
 15 Yrs. Que. of AIEEE  
 we have distributed already a book**