Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

सरल आवर्त गति

सारांश

☞ सरल आवर्त गति : यदि आवर्ती गति में पिण्ड पर लगने वाला प्रत्यानयन बल या बल आघूर्ण पिण्ड या कण के विस्थापन के अनुक्रमानुपाती हैं तथा माध्य स्थिति की ओर लग रहा हैं तो कण की गति सरल आवर्त गति कहलाती हैं।

$F = -kx$

सरल आवर्त गति का व्यापक समीकरण

$x = A\sin(\omega t + \phi)$ हैं जहाँ $(\omega t + \phi)$ गति की कला हैं तथा ϕ गति की प्रारम्भिक कला हैं

☞ कोणीय आवृत्ति $(\omega): \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

☞ दोलन काल (T):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

☞ चाल : $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

☞ त्वरण : $a = -\omega^2 x$

☞ गतिज ऊर्जा :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right)$$

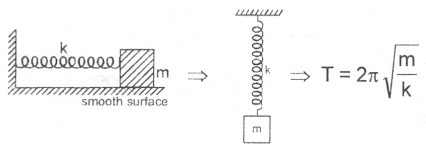
☞ स्थितिज ऊर्जा : $\dfrac{1}{2}kx^2$

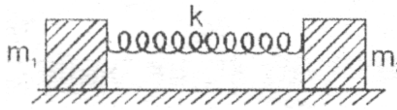
☞ सम्पूर्ण यान्त्रिक ऊर्जा (TME)

$$= K.E. + P.E. = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}KA^2$$

(जो एक नियतांक है)

☞ स्प्रिंगों का संयोजन

(1) 

(2) 

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

जहाँ $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}$ समानित द्रव्यमा कहलाता हैं

☞ स्प्रिंगो का संयोजन

श्रेणी संयोजनः $1/k_{eq} = 1/k_1 + 1/k_2$

समान्तर संयोजन $k_{eq} = k_1 + k_2$

नोट : स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक इसके प्राकृतिक लम्बाई के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात् $k \propto 1/\ell$

☞ सरल लोलक

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g_{eff}}}$ (त्वरित निर्देध तन्त्र में) यहाँ g_{eff} छदम् बल तथा गुरूत्वाकर्षण बल के कारण परिणामी त्वरण है।

☞ संयुक्त लोलक/भौतिक लोकक

☞ आवर्त काल (T): $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mg\ell}}$

यहाँ ℓ आलम्बन बिन्दु व द्रव्यमान केन्द्र के बीच की दूरी है। जहाँ, $I = I_{CM} + m\ell^2$

☞ मरोड़ी लोलक

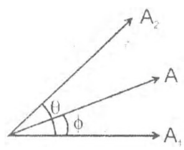
आवर्त काल (T): $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{C}}$

जहाँ, C= मरोड़ी गुणांक हैं

☞ एक ही दिशा में सरल आवर्त गतियों का अध्यारोपण

$x_1 = A_1 \sin\omega t$ &

$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \theta)$



यदि परिणामी सरल आवर्त गति का समीकरण $x = A\sin(\omega t + \phi)$ लिया जाये तो

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\theta}$$

& $\tan\phi = \dfrac{A_2 \sin\theta}{A_1 + A_2\cos\theta}$

Exercise # 1

PART – I : SUBJECTIVE QUESTIONS

SECTION (A) : सरल आवर्त गति का समीकरण (EQUATION OF SHM)

A1. सरल आवर्त गति कर रहे एक समीकरण $x = (5m)\sin\left[(\pi s^{-1})t + \frac{\pi}{6}\right]$ है। आयाम, कला नियतांक, आवर्तकाल व अधिकतम चाल लिखिए।

A2. एक सरल आवर्त गति का आयाम A व आवर्तकाल T है। इसकी निम्न दूरी तय करने के लिए आवष्यक समय ज्ञात कीजिए।

(a) x=0 से x=A/2 तक (b) x=0 से $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ तक (c) x=A से x=A/2 तक

(d) $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$ से $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ तक (e) $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ से x=A तक

A3. एक कण आयाम 10cm व आवर्तकाल 6s से सरल आवर्त गति कर रहा है। t=0 पर इसकी स्थिति x=5 है तथा यह धनात्मक x- दिषा में जा रहा है। समय t पर विस्थापन x के लिए समीकरण लिखो। t=4s पर कण के त्वरण का परिमाण ज्ञात करो।

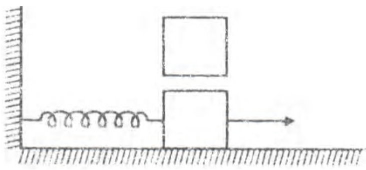
A4. सरल आवर्त गति कर रहे एक कण के स्थिति, वेग तथा त्वरण के परिमाण किसी क्षण क्रमषः 2cm, 1m/s व $10 m/s^2$ पाये गये है। गति का आयाम व आवर्तकाल ज्ञात करो।

SECTION (B) : ऊर्जा (ENERGY)

B1. एक कण 10cm आयाम से सरल आवर्त गति करता है। माध्य स्थिति से कितनी दूरी पर गतिज व स्थितिज ऊर्जा बराबर है ?

B2. एक कण केन्द्र O के परितः एक सरल रेखा में दोलन करता है, जिस पर बल की दिषा O की ओर है। जब O से 'x' दूरी पर है तब कण पर बल mn^2x लगता है जहॉं 'm' द्रव्यमान व 'n' एक नियतांक है। आयाम a=15cm है। जब कण O से $\sqrt{3}\frac{a}{2}$ दूरी पर है तो कण गति की दिषा में एक झटका प्राप्त करता है जिससे अतिरिक्त वेग na प्राप्त होता है। नया आयाम ज्ञात कीजिए।
आपका उत्तर क्या होगा यदि कण का वेग मूल बिन्दु की ओर हो।

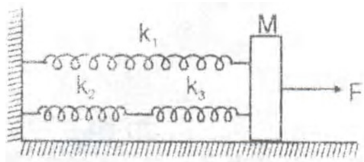
SECTION (C) : स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय (SPRING MASS SYSTEM)



C1. एक 1kg का गुटका, 100N/m स्प्रिंग नियतांक वाले स्प्रिंग के प्रत्यानयन बल के प्रभाव में चिकनी क्षैतिज सतह पर 0.1m के आयाम से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब यह माध्य स्थिति से गुजर रहा होता है तो उस क्षण 3kg द्रव्यमान का एक गुटका इस पर धीरे से रखा जाता है। यह मानते हुए दोनों गुटके एक साथ गति करते है। गति का आयाम व आवृत्ति ज्ञात करो।

C2. एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग से लटकी 2kg द्रव्यमान की वस्तु 4s के आवर्त काल से सरल आवर्त गति करती है। यदि दोलन रोक दिये जायें व वस्तु साम्यावस्था में लटकी रहती है, तो स्प्रिंग में संग्रहित स्थिजित ऊर्जा ज्ञात करो।

C3. एक स्प्रिंग 5J ऊर्जा संग्रह करती है जब 25cm से खींचा जाता है। निचले सिरे को स्थिर रखते हुए यह ऊर्ध्वाधर रखी जाती है। इसके दूसरे सिरे से एक गुटका बांधकर अल्प दोलन करवाये जाते है। यदि गुटका प्रत्येक सैकण्ड में 5 दोलन करता है तो गुटके के का द्रव्यमान कितना है ?



C4. चित्र में दिखाये सभी स्प्रिंग प्रारम्भ में बिना खिंचे है, जब एक व्यक्ति गुटके को खींचना प्रारम्भ करता है। व्यक्ति गुटके पर नियत बल F आरोपित करता है। गुटके की गति का आयाम व आवृत्ति ज्ञात करो।

C5. बल नियतांक 'k' की एक स्प्रिंग दो भागों में काटी जाती है जिनकी लम्बाईयों का अनुपात 1:2 है। दोनों भाग अब समान्तर क्रम में जोड़े जाते है। व 'm' द्रव्यमान का गुटका संयुक्त स्प्रिंग के एक सिरे से लटकाया जाता है। गुटके के दोलन का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।

SECTION (D) : सरल लोलक (SIMPLE PENDULUM)

D1. एक सरल लोलक की डोरी के द्वारा ऊर्ध्वाधर के साथ बनाया गया कोण समय पर $\theta = \frac{\pi}{90}\sin[(\pi s^{-1})t]$ के अनुसार निर्भर करता है। तो लोलक की लम्बाई ज्ञात करो यदि $g = \pi^2 m/s^2$ है।

D2. ℓ लम्बाई का एक सरल लोलक एक लिफ्ट की छट से लटका है। अल्प दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए। यदि लिफ्ट (a) a_0 त्वरण से ऊपर जा रही है। (b) a_0 त्वरण से नीचे जा रही है तथा (c) एक समान वेग से गति कर रही है।

D3. एक सरल लोलक एक कार में स्थित है, जिसका आवर्त काल 4 सैकण्ड है, जब कार एक समान रूप से क्षैतिज सड़क पर चल रही है। जब ऐक्सीलरेटर दबाया जाता है तो आवर्त काल 3.99 सैकण्ड हो जाता है। विश्लेषण करके कार का त्वरण ज्ञातकरो।

SECTION (E) : पिण्ड लोलक व मरोड़ी लोलक (COMPOUND PENDULUM & TORSIONAL PENDULUM)

E1. एक दीवार पर द्वारा लटका हुआ एक बन्द वृत्ताकार तार 2^0 आयाम तथा 2s आवर्तकाल के अल्प दोलन करता है। ज्ञात करो (a) वृत्ताकार तार कि त्रिज्या, (b) निलम्बन बिन्दु से अधिकतम दूर स्थित कण जब माध्य स्थिति से गुजरता है तो इसकी चाल, (c) जब यह कण माध्य स्थिति से गुजरता है तो इसका त्वरण तथा (d) जब यह कण सीमान्त स्थिति पर है तब इसका त्वरण ज्ञात करो। $g = \pi^2 m/s^2$

E2. m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक अर्द्धवलय ऊर्ध्वाधर तल में इसके एक सिरे से लटकी है व इसके तल में दोलन करने के लिए स्वंत्रत है। अर्द्ध वलय की माध्य स्थिति के सापेक्ष अल्प दोलनों के लिए आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

E3. ℓ लम्बाई की एक समरूप छड़, इसके लम्बवत् क्षैतिज अक्ष OO' जो इसके किसी एक बिन्दु से गुजरती है के सापेक्ष अल्प दोलन करती है। न्यूनतम आवर्तकाल के लिए छड़ के जड़त्वीय केन्द्र व अक्ष OO' के मध्य दूरी ज्ञात करो। यह आवर्तकाल कितना है ?

SECTION (F) : सरल आवर्त गति का अध्यारोपण (SUPERPOSITION OF SHM)

F1. तीन सरल आवर्त गतियॉं जो समान आयाम A तथा समान आवर्त काल के साथ एक दिषा में हो रही है। द्वितीय गति, प्रथम से 60^0 कलान्तर आगे तथा तृतीय गति, द्वितीय गति से 60^0 कलान्तर आगे है। तो परिणामी गति का आयाम ज्ञात करो।

F2. दो लम्बवत् दोलन $x = \sin\pi t$ तथा $y = 2\cos 2\pi t$ एक साथ एक कण पर कार्यरत है, तो कण के पथ का समीकरण लिखों ।

PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

SECTION (A) : सरल आवर्त गति की समीरकण (EQUATION OF SHM)

A1. एक छात्र कहता है कि उसने एक कण पर $F = -k\sqrt{x}$ बल लगाया और कण सरल आवर्त गति करने लगा। वह यह नहीं बताता कि k नियत है या नहीं। माना कि वह केवल धनात्मक x दिषा में ही कार्य करता है तथा कण पर दूसरा कोई बल कार्यरत नहीं है।

(A) x बढ़ने पर k बढ़ेगा। (B) x बढ़ने पर k घटेगा।
(C) x बढ़ने पर k अपरिवर्तित रहेगा। (D) गति सरल आवर्ती नहीं होगी।

A2. एक आवर्त काल में सरल आवर्त गति करते कण का विस्थापन होगा–

(A) A (B) 2A (C) 4A (D)

A3. सरल आवर्त गति में एक कण का आवर्तकाल , गति के एक निष्चित बिन्दु पर कण की दो क्रमागत उपस्थितियों के मध्य समयान्तराल के बराबर होता है। यह बिन्दु है –

(A) माध्य स्थिति (B) सीमान्त स्थिति
(C) धनात्मक सीमान्त स्थिति व माध्य स्थिति के बीच (D) ऋणात्म सीमान्त स्थिति व मध्य स्थिति के बीच

A4. सरल आवर्त गति करते कण का आवर्तकाल, कण द्वारा विषेष वेग $\vec{v}$ प्राप्त करने में लिये गये न्यूनतम समयान्तराल के बराबर होता है। v का मान होगा –

(A) v_{max} (B) 0 (C) 0 v_{max} (D) 0 $-v_{max}$

A5.* सरल आवर्त गति में निम्न में से कौनसी राषियॉं हमेषा अधानात्मक रहती है ?
(A) $\vec{F}.\vec{a}$ (B) $\vec{v}.\vec{r}$ (C) $\vec{a}.\vec{r}$ (D) $\vec{F}.\vec{r}$

A6. सरल आवर्त गति में निम्न में से कौनसी राषियॉं हमेषा ऋणात्मक रहती है ,
(A) $\vec{F}.\vec{a}$ (B) $\vec{v}.\vec{r}$ (C) $\vec{a}.\vec{r}$ (D) $\vec{F}.\vec{r}$

A7.* सरल आवर्त गति में निम्न में से कौनसी राषियॉं हमेषा षून्य रहती है ?
(A) $\vec{F}.\vec{a}$ (B) $\vec{v}.\vec{r}$ (C) $\vec{a}.\vec{r}$ (D) $\vec{F}.\vec{r}$

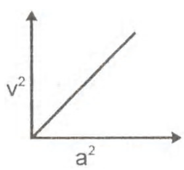
A8.* एक 100 ग्राम द्रव्यमान के कण का साम्यावस्था से विस्थापन (मीटर में) $y = 0.05\sin 3\pi(5t + 0.4)$ द्वारा प्रदर्षित किया जाता है।
(A) गति का आवर्तकाल $\frac{1}{30}$ सैकण्ड है। (B) गति का आवर्तकाल $\frac{1}{7.5}$ सैकण्ड है।
(C) कण का अधिकतम त्वरण $11.25\pi^2 m/s^2$ है।(D) जब कण का विस्थापन 0.05m है तब कण पर कार्यरत बल षून्यहै।

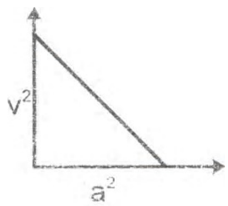
A9. एक कण X- दिषा पर समीकरण $x = A + B\sin\omega t$ के अनुसार गति करता है। सरल आवर्त गति का आयाम होगा।
(A) A (B) B (C) A+B (D) $\sqrt{A^2 + B^2}$

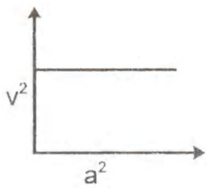
A10. सरल आवर्त गति (SHM) का समीकरण $x = 10\sin 10\pi t$ है। उन दो बिन्दुओं के बीच की दूरी क्या होगी, जहॉं पर चाल $50\pi cm/sec$ है। xcm में तथा t सैकण्ड में है।
(A) 10cm (B) 20cm (C) 17.32cm (D) 8.66cm

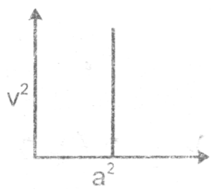
A11. दो कण समान सरल रेखा के अनुदिष समान आयाम तथा समान आवृत्ति से सरल आवर्त गति करते है। वे एक दूसरे से तब मिलते हैं, जब वे विपरीत दिषा में गति कर रहे होते है। प्रत्येक बार उनका विस्थापन उनके आयाम का आधा होता है। उनके मध्य कलान्तर होगा –
(A) 0^0 (B) 120^0 (C) 180^0 (D) 135^0

A12. एक M द्रव्यमान रेखीय सरल आवर्त गति कर रहा है। त्वरण a तथा संगत रेखीय वेग v के मध्य सही लेखाचित्र होगा –

(A)


(B)


(C)


(D)


SECTION (B) : ऊर्जा (ENERGY)

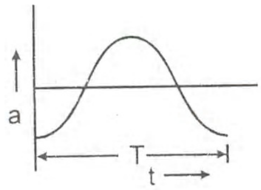
B1. एक 0.1 किग्रा. द्रव्यमान का बिन्दु कण 0.1 मीटर के आयाम से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब कण अपनी माध्यावस्था से गुजरता है तो इसकी गतिज ऊर्जा $8\times10^{-3}J$ है। गति का समीकरण क्या होगा, जबकि दोलन की प्रारम्भि कला 45^0 है: **[IIT-91]**
(A) $0.1\cos\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$ (B) $0.1\sin\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$ (C) $0.4\sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$ (D) $0.2\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2t\right)$

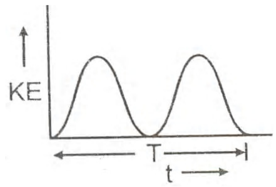
B2. सरल आवर्त गति में स्प्रिंग–द्रव्यामन निकाय की कुल यांत्रिक ऊर्जा $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ है। माना दोलन करते हुए कण को दूसरे दुगने द्रव्यमान के कण से प्रतिस्थापित कर दिया जाता है जबकि आयाम A अपरिवर्तीतहै। तो नई यांत्रिक ऊर्जा होगी।
(A) 2E (B) E/2 (C) $\sqrt{2}E$ (D) E

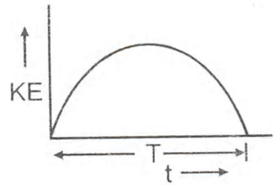
B3. सरल आवर्त गति में
(A) स्थिति ऊर्जा हमेषा गतिज ऊर्जा के बराबर होती है।

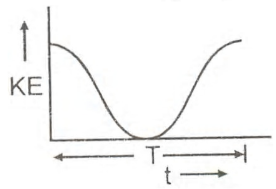
(B) स्थितिज ऊर्जा कभी भी गतिज ऊर्जा के बराबर नहीं होती है।
(C) किसी समयान्तराल में औसत स्थितिज ऊर्जा इस समयान्तराल में औसत गतिज ऊर्जा के बराबर होती है।
(D) एक आवर्त काल में औसत स्थितिज ऊर्जा इस आवर्त काल में औसत गतिज ऊर्जा के बराबर होती है।

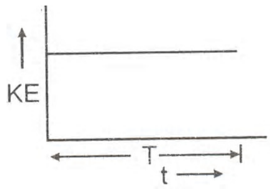
B4. नीचे दिये गये लेखाचित्र में सरल आवर्त गतिकरती एक वस्तु के त्वरण a तथा आवर्तकाल T के मध्य संबंध प्रदर्षित किया गया है। इसके संगत गतिज ऊर्जा KE व समय t के मध्य सही लेखाचित्र होगा –



(A) 

(B) 

(C) 

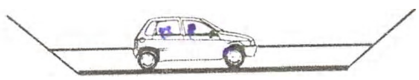
(D) 

B5. एक वस्तु सरल आवर्त गति कर रही है। x विस्थापन पर इसकी स्थितिज ऊर्जा E_1 है तथा y विस्थापन पर इसकी स्थितिज ऊर्जा E_2 है। (x+y) विस्थापन पर इसकी स्थितिज ऊर्जा होगी–

(A) $E_1 + E_2$ (B) $\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ (C) $E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1E_2}$ (D) $\sqrt{E_1E_2}$

SECTION (C) : स्प्रिंग द्रव्यामन निकाय (SPRING MASS SYSTEM)

C1. एक m द्रव्यमान की खिलौना गाड़ी से दो समान रबर के रिबन चित्र में दिखाए अनुसार बांधे गये है। रबर के रिबन का बल नियतांक k तथा सतह घर्षणहीन है। साम्यावस्था पर रिबन अविरूपित अवस्था में है। कार को माध्यावस्था से x cm विस्थापित करके छोड़ दिया जाए तो कम्पन्न काल होगा ।

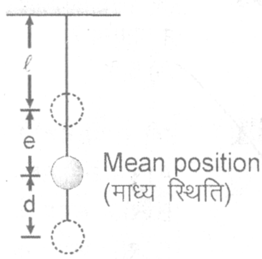


(A) $2\pi\sqrt{\frac{m(2k)}{k^2}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m(2k)}{k^2}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k+k}}$

C2. एक m किग्रा द्रव्यामन की गेंद, k स्प्रिंग नियतांक वाली स्प्रिंग से लटकायी जाती है। गेंद T सैकण्ड आवर्त काल से दोलन करती है। यदि गेंद को हटा दिया जाए तो स्प्रिंग निम्न लम्बाई से छोटी (माध्य स्थिति से लम्बाई के सापेक्ष) हो जाऐगी –

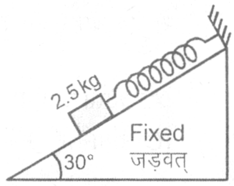
(A) $\frac{gT^2}{(2\pi)^2}$ meter (B) $\frac{3T^2g}{(2\pi)^2}$ meter (C) $\frac{Tm}{k}$ meter (D) $\frac{Tk}{m}$ meter

C3. एक प्रत्यास्थ डोरी जिसकी लम्बाई ℓ है, से m द्रव्यमान का एक भारी कण लटाका हुआ है तथा e प्रसार के साथ निकाय साम्यावस्था में है। कण को अब साम्यावस्था से नीचे की ओर दूरी d (<e) से खींचकर छोड़ा जाता है तो सरल आवर्त गति में कण की कोणीय आवृति तथा अधिकतम आयाम है –



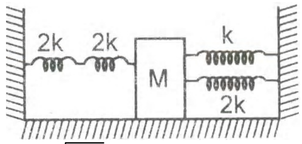
(A) $\sqrt{\frac{g}{e}}, e$ (B) $\sqrt{\frac{g}{\ell}}, 2e$ (C) $\sqrt{\frac{g}{d+e}}, d$ (D) $\sqrt{\frac{g}{m\ell}}, 2d$

C4. एक चिकने नत तल का क्षैतिज के साथ कोण 30^0 है। इस नत तल पर 2.5kg द्रव्यमान का एक गुटका रखा हुआ है जिसे स्प्रिंग के एक सिरे से जोड़ा है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा नत तल के ऊपरी सिरे से जुड़ा है। यदि द्रव्यमान को नत तल के अनुदिष 2.5cm सेमी ऊपर ले जाया जाता है तो स्प्रिंग में तानाव घटकर षून्य हो जाता है। यदि अब द्रव्यमान को स्वतंत्र छोड़ दिया जाए तो दोलनों की कोणिय आवृत्ति रेडियन/सै. में होगी :–



(A) 0.707 (B) 7.07 (C) 1.414 (D) 14.14

C5. चित्र में दिखायें अनुसार घर्षण रहित तल पर रखे हुए M द्रव्यमन के एक ब्लॉक से चार स्प्रिंग जुड़ी है। जिनके बल नियतांक 2k,2k,k तथा 2k है। यदि M द्रव्यमान को क्षैतिज दिषा में विस्थापित किया जाए तो निकाय की आवृत्ति होगी :



(A) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{4M}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{M}}$ (C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{7M}}$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{7k}{M}}$

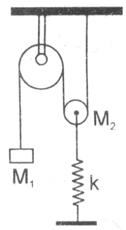
C6. K,2K,4K,8K..........∞ बल नियतांक के अनन्त स्प्रिंगों को श्रेणी कम में जोड़ा जाता है। तुल्य स्प्रिंग नियतांक होगा –

(A) K (B) 2K (C) $\frac{K}{2}$ (D) ∞

C7. एक स्प्रिंग के सिरे पर जुड़ी एक वस्तु t_1 आवर्तकाल से सरल आवर्त गति करती है, जबकि दूसरी स्प्रिंग के साथ इसका आवर्तकाल t_2 है। यदि दोनों स्प्रिंगों को श्रेणी कम में जोड़ने पर आवर्तकाल T है तो–

(A) $T = t_1 + t_2$ (B) $T^2 = t_1^2 + t_2^2$ (C) $\frac{1}{T} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$ (D) $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2^2}$

C8. प्रदर्षित निकाय के मुक्त दोलनों का आवर्तकाल क्या होगा यदि M_1 द्रव्यमान को थोड़ा सानीचे विस्थापित किया जाये। स्प्रिंग का बल नियतांक k है, स्थिर घिरनी का द्रव्यमान नगण्य है, और चलित घिरनी चिकनी है



(A) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M_1 + M_2}{k}}$ (B) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M_1 + 4M_2}{k}}$

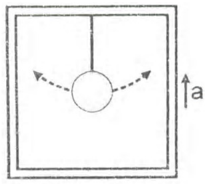
(C) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M_2 + 4M_1}{k}}$ (D) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M_2 + 3M_1}{k}}$

SECTION (D) : सरल लोलक (SIMPLE PENDULUM)

D1. दो लोलक एक साथ दोलन प्रारम्भ करते है। पहला लोलक 9 दोलन पूरे करता है, जब दूसरा 7 पूरे करता है। दोनों लोलकों क लम्बाईयों का अनुपात होगा।

(A) $\frac{49}{81}$ (B) $\frac{7}{9}$ (C) $\frac{50}{81}$ (D) $\frac{1}{2}$

D2. एक वैज्ञानिक एक स्थिर लिफ्ट में सरल लोलक का आवर्तकाल T मापता है। यदि लिफ्ट ऊपर की तरफ g/4 त्वरण से गति करे तो नया आवर्तकाल होगा–



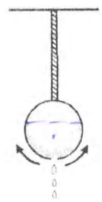
(A) $\frac{T}{4}$ (B) 4T (C) $\frac{2}{\sqrt{5}}T$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}T$

D3. एक सरल लोलक का अवार्तकाल T है। यदि इसका आयाम 5% कम हो जाये तो इसके आवर्तकाल में कितने प्रतिषत परिवर्तन हो जाएगा ?

(A) 6% (B) 3% (C) 1.5% (D) 0%

D4. सही समय दर्षाने वाली लोलक घड़ी को बहुत अधित ऊचॉई पर ले जाते है।
(A) यह सही समय प्रदर्षित करेगी।
(B) सही समय के लिए इसकी लम्बाई को बढ़ाना चाहिए।
(C) सही समय के लिए इसकी लम्बाई को घटाना चाहिए।
(D) यह सही समय प्रदर्षित नहीं करेगी चाहे इसकी लम्बाई परिवर्तित हो जाए।

D5. एक सरल लोलक के खोखले गोलक में ρ घनत्व का द्रव भरा हुआ है। यदि गोलक के तल में स्थित एक छिद्र से द्रव बाहर की तरफ टपकता है तो दोलनों की आवृत्ति –



(A) बढ़ती जाएगी। (B) घटती जाएगी।
(C) समान रहेगी। (D) पहले घटेगी फिर बढ़ेगी।

SECTION (E) : पिण्ड लोलक व मरोड़ी लोलक (COMPOUND PENDULUM & TORSIONAL PENDULUM)

E1. एक 25kg द्रव्यमान का ठोस गोला जिसकी त्रिज्या 20cm है, एक उर्ध्व तार से इस प्रकार लटकाया जाता है कि निलम्बन बिन्दु गोले के केन्द्र से ठीक ऊपर (उर्ध्वाधर) है। गोले को 1.0 रेडियन कोण से घुमाने के लिए तथा उसके बाद आपनी स्थिति को बनाये रखने के लिए 0.10neuten-m का बल–आघूर्ण आवष्यक है। अगर तत्पष्चात् गोले को मुक्त छोड़ दिया जाये तो इसके दोलनों का आवर्तकाल होगा –
(A) π सैकण्ड (B) $\sqrt{2}\pi$ सैकण्ड (C) 2π सैकण्ड (D) 4π सैकण्ड

SECTION (F) : सरल आवर्त गति का अध्यारोपण (SUPERPOSITION OF SHM)

F1. एक कण की गति $x = A\sin\omega t + B\cos\omega t$ से दी जाती है तो कण की गति –
(A) सरल आवर्त गति नहीं है। (B)A+B आयाम की सरल आवर्त गति है।
(C) (A+B)/2 आयाम की सरत आवर्त गति है। (D) $\sqrt{A^2+B^2}$ आयाम की सरल आवर्त गति है।

F2. एक सरल आवर्त गति $y = 5(\sin 3\pi t + \sqrt{3}\cos 3\pi t)$ से प्रदर्षित की जाती है। गति का आयाम क्या होगा, यदि y मीटर मे है ?
(A) 100cm (B) 5m (C) 200cm (D) 1000cm

F3. एक कण का मूल बिन्दु से विस्थापन $\vec{r} = A(\hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t)$ से दिया जाता है तो कण की गति
(A) सरल आवर्त गति है। (B) सरल रेखा पर गति है।
(C) वृत्त पर गति है। (D) नियत त्वरण से होती है।

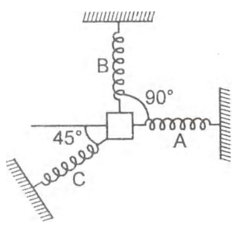
F4. आवर्ती गति कर रहे कण का विस्थापन $y = 4\cos^2(0.5t)\sin(1000t)$ द्वारा प्रदर्षित है। दिया हुआ व्यंजक बना हुआ है –
(A) षून्य सरल आवर्त गति से (B) चार सरल आवर्त गतियों से
(C) तीन सरल आवर्त गतियों से (D) एक सरल आवर्त गति से

Exercise # 2

PART – 1 : SUBJECTIVE QUESTIONS

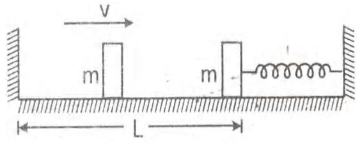
1. दो कण A तथा B,x तथा y- अक्ष के अनुदिष समान आयाम तथा आवृत्ति क्रमषः 2cm तथा 1Hz से सरल आवर्त गति कर रहे है। A तथा B कणों की साम्यावस्था स्थितियां क्रमषः (3,0) तथा (0,4) निर्देषांकों पर है। t=0, पर कण B साम्यावस्था पर है तथा मूल बिन्दु की तरफ जा रहा है और कण A मूलबिन्दु के पास है है तथा मूलबिन्दु से दूर जा रहा है। A तथा B के मध्य की अधिकतम तथा न्यूनतम दूरियां ज्ञात करो।

2. एक 'm' द्रव्यमान का कण क्षैतिज चिकनी रेखा AB, जिसकी लम्बाई 'a' है, पर गति कर रहा है। जब कण रेखा के किसी बिन्दु P पर होता है तो उस पर दो बल कार्य करते है। A की ओर बल $\frac{mg(AP)}{a}$ तथा B की ओर दूसरा बल $\frac{2mg(BP)}{a}$ कार्यरत है।
(i) दर्षाइये जब कण को AB रेखा के मध्य बिन्दु से विराम से मुक्त किया जाता है तो यह सरल आवर्त गति करता है।
(ii) इस कण का आवर्तकाल तथा आयाम ज्ञात करो।
(iii) गति के दौरान, कण की B से न्यूनतम दूरी ज्ञात करो।



(iv) जब कण B से निकट होता है तो कण पर A की ओर लगने वाला बल कार्य करना बन्द कर देता है तो जिस वेग से यह बिन्दु B को पार करेगा वह वेग ज्ञात करो ?

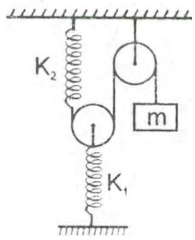
3. चित्रानुसार समान बल नियतांक K वाली तीन स्प्रिंगों A, B, व C से m द्रव्यमान का कण जुड़ा है। यदि कण को स्प्रिंग C के विरूद्ध दबाकर छोड़ो तो दोलन आवर्तकाल ज्ञात करो।



4. उपरोक्त प्रष्न को पुनः हल कीजिए, यदि प्रारम्भ में प्रत्येक स्प्रिंग युग्म के मध्य 120^0 का कोण हो।

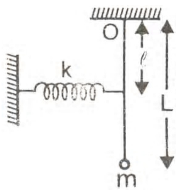
5. चित्रानुसार बांयी ओर स्थित गुटका v चाल से साम्यावस्था में स्थित दायें गुटके की ओर गति कर रहा है। सभी टक्करें प्रत्यास्थ हैं तथा सतह घर्षण रहित है। दर्षाइये कि दोनों गुटकों की गति आवर्तगति है। इन गतियों का आवर्तकाल ज्ञात करो ? दोनों गुटको की चौड़ाई नगण्य है।

6. m द्रव्यमान का इसकी माध्य स्थिति के सापेक्ष दोलन का आवर्त काल ज्ञात करों ? सभी स्थितियां आदर्ष है।

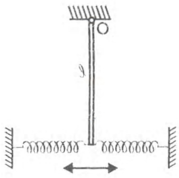


7. एक ℓ लम्बाई का सरल लोलक कार की छत से बंधा है, यह कार v चाल से r त्रिज्या वाले क्षैतिज वृत्तकार पथ पर गतिशील है। (a) जब रस्सी कार के सापेक्ष स्थिर हो तो रस्सी में तनाव ज्ञात करो। (b) लघु दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात करो।

8. एक m द्रव्यमान का कण नगण्य द्रव्यमान की पतली छड़ के निचले सिरे से लटका है। छड़ का ऊपरी सिरा कागज के तल में O बिन्दु से पारित क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करने के लिए स्वतन्त्र है। चित्रानुसार जब छड़ ऊर्ध्वाधर स्थिति में है तो स्प्रिंग असम्पीड़ित है। यदि इसे साम्यावस्था से थोड़ा – सा विस्थापित करके छोड़ दिया जाये तो दर्षाइये कण की गति सरल आवर्त गति है तथा दोलन का आवर्तकाल भी ज्ञात करो।



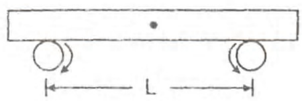
9. एक पतली एक समान उर्ध्वाधर छड़ जिसका द्रव्यमान m तथा लम्बाई ℓ है, चित्रुनसर O बिन्दु पर कीलकीत है। इस छड़ के दोलन की आवृत्ति ज्ञात करो। स्प्रिंगों का संयुक्त बल नियतांक K है। स्प्रिंगों के द्रव्यमान नगण्य है।



10. एक पतली समरूप समबाहु त्रिभुजाकार प्लेट, जिसकी ऊँचाई h है, इसकी किसी एक भुजा के सम्पाती क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष दोलन गति कर रही है तो लोलक की प्रभावी लम्बाई तथा दोलन काल ज्ञात करो।

11. चित्र में दिखाये कण की गति का आवर्त काल ज्ञात करो ? तली में तली में मुड़े हुए भाग के प्रभाव को नगण्य मानना है। $\left(g = 10 m/s^2\right)$

12. चित्रानुसार M द्रव्यमान की समरूप प्लेट क्षैतिज तथा सममित रूप से दो विपरीत दिषा में घूमते हुए पहियों पर रखी है। दोनों पहियो के मध्य दूरी L है। दोनों पहियों तथा प्लेट के मध्य घर्षण गुणांक μ है। यदि प्लेट को इसकी लम्बाई के अनुदिष विस्थापित करके छोड़ दिया जाये तो प्लेट की दोलन गति का आवर्तकाल ज्ञात करो।



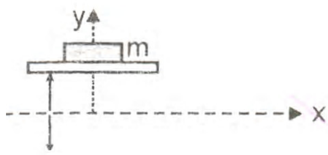
13. चित्रानुसार चिकनी अवतल सतह पर एक गुटका आगे पीछे दोलन गति कर रहा है तो अल्प दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात करो।

PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

1. एक m द्रव्यमान का कण जो कि एकविमीय स्थितिज क्षेत्र में स्थित है, की स्थितिज ऊर्जा $U(x) = U_0(1 - \cos ax)$ से परिवर्तित होती है, जहाँ U_0 तथा a नियतांक है। माध्य अवस्था के सापेक्ष कण के लघु दोलनों का आवर्त काल होगा –

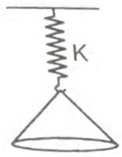
(A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{aU_0}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{am}{U_0}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{m}{a^2U_0}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{a^2m}{U_0}}$

2. एक क्षैतिज आधार पर एक द्रव्यमान m रखा है तथा आधार Y अक्ष के अनुदिष सरल आवर्त गति करता है। यदि दोलनों का आयाम 2.5 सेमी है तो गति का न्यूनतम आवर्त काल क्या होगा ताकि द्रव्यमान आधार से अलग न हो, $(g = 10m/sec^2 = \pi^2)$ मानिये



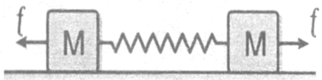
(A) $\frac{10}{\pi}$s (B) $\frac{\pi}{10}$s (C) $\frac{\pi}{\sqrt{10}}$s (D) $\frac{1}{\sqrt{10}}$s

3. एक m द्रव्यमान की ठोस गेंद H ऊँचाई से एक चौड़े पलड़े पर गिरती है जो k स्प्रिंग नियतांक वाली स्प्रिंग से लटका है। यदि पलड़ा द्रव्यमान रहित है तथा गेंद टकराकर वापस नहीं उछलती है तो दोलन का आयाम होगा –



(A) $\frac{mg}{K}$ (B) $\frac{mg}{k}\left(1+\frac{2HK}{mg}\right)^{1/2}$ (C) $\frac{mg}{K}+\left(\frac{2HK}{mg}\right)^{1/2}$ (D) $\frac{mg}{K}\left[1+\left(1+\frac{2HK}{mg}\right)^{1/2}\right]$

4. एक स्प्रिंग जिसका बल नियतांक α है, के दोनों सिरों पर M द्रव्यमान के दो समान गुटके जुड़े है। समान बल f से स्प्रिंग के प्रत्येक सिरे को खींचा जाता है। यदि द्रव्यमानों को मुकत किया जाए तो कम्पन्नों का आवर्तकाल होगा –

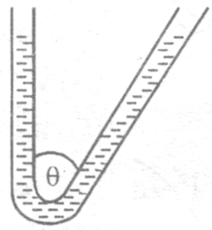


(A) $2\pi\sqrt{\frac{M}{2\alpha}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{M}{\alpha}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{2\alpha M}{\alpha^2}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{M\alpha^2}{2\alpha}}$

5. U- नलिका में 2ℓ कुल लम्बाई तक चित्रानुसार पारा भरा है तथा इसको इस प्रकार विचलित किया जाता है कि यह भुजा से भुजा में आगे पीछे दोलन करता है। यदि हम घर्षण नगण्य मानें तो दोलन काल होगा –

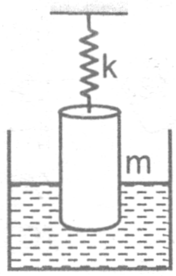
(A) $2\pi\sqrt{\frac{4\ell}{g}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$ (C) $\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

6. एक मुड़ी हुई नलिका का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल S है तथा इसकी दाहिनी भुजा उर्ध्व से θ कोण बनाती है। इस नलिका में डाले गये पारे के दोलनों का आवर्तकाल क्या होगा यदि पारे का द्रव्यमान m तथा घनत्व ρ है–



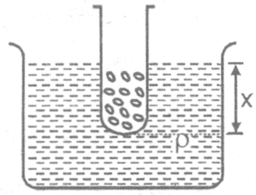
(A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho S(1+\sin\theta)g}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho S\sin\theta g}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho S(1+\sin\theta)g}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho S\sin\theta g}}$

7. एक समान बेलन जिसका द्रव्यमान m, लम्बाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल a है, को द्रव्यमान रहित स्प्रिंग (स्प्रिंग नियतांक k) के द्वारा चित्रानुसार लम्बाई के अनुदिष लटकाया जाता है। यह बेलन ρ घनत्व के द्रव में आधा डूबा हुआ है। एक हल्का धक्का देकर इसे स्वतत्र छोड़ने पर यह लघु आयाम से कम्पित होता है। दोलनों की आवृत्ति होगी –



(A) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{ka\rho g}{m}}$ (C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m+a\rho g}{k}}$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k+a\rho g}{m}}$

8. एक परख नली जिसकी लम्बाई ℓ तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A है, में कुछ M द्रव्यमान के लोहे के टुकड़े भरे हुये है। परख नली एक ρ घनत्व के द्रव में लम्बवत रूप से तैरती है। परख नली की 'X' लम्बाई द्रव में डूबी है। एक विक्षोभी बल परख नली को द्रव में दोलन गति करता है।

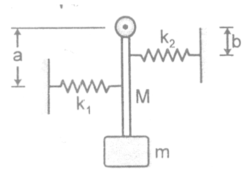


(A) $2\pi\sqrt{\frac{M\rho}{Ag}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{M}{g}}$

9. एक ℓ लम्बाई के सरल लोलक के लोलक को t=0 समय पर अल्प कोणीय विस्थापन θ से छोड़ा जाता है। किसी समय t पर माध्य स्थिति से गोलक का रेखीय विस्थापन होगा :

(A) $\ell\theta\cos\sqrt{\frac{g}{\ell}}t$ (B) $\ell\sqrt{\frac{g}{\ell}}t\cos\theta$ (C) $\ell g\sin\theta$ (D) $\ell\theta\sin\sqrt{\frac{g}{\ell}}t$

10. द्रव्यमान M तथा लम्बाई L की छड़ एक सिरे से लटकी हुई है तथा दूसरे निचले सिरे पर एक m द्रव्यमान का गुटका जुड़ा हुआ है। एक K_1 स्प्रिंग नियतांक की स्प्रिंग निलम्बित सिरे से K_2 स्प्रिंग नियतांक की एक दूसरी स्प्रिंग निलम्बित सिरे से b दूरी पर चित्रानुसार लगायी गयी है। यदि सम्पूर्ण निकाय एक क्षेतिज चिकनी मेज पर रखा हो तो कम्पन्नों की आवृत्ति होगी –



(A) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1a^2+k_2b^2}{L^2\left(m+\frac{M}{3}\right)}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2+k_1}{M+m}}$ (C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2+k_1\frac{a^2}{b^2}}{4\frac{M}{3}+m}}$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+\frac{k_2b^2}{a^2}}{\frac{4}{3}m+m}}$

SECTION (B) : एक या एक से अधिक विकल्प सही

11.* एक कण जो कि एक सरल रेखा के अनुदिष गति कर रहा है जबकि यह कण सरल रेखा पर स्थित किसी निष्चित बिन्दु से x दूरी पर है तब कण की चाल $v^2 = 108 - 9x^2$ से प्रदर्षित की जाती है। (समस्त राषियाँ cgs पद्धति में है)
(A) गति, सरल रेखा के अनुदिष समरूप त्वरित होगी।
(B) निष्चित बिन्दु से 3 सेमी की दूरी पर त्वरण का परिमाण $27 cm/sec^2$ है।
(C) दिये गये निष्चित बिन्दु के सापेक्ष गति सरल आवर्त गति है।
(D) निष्चित बिन्दु से अधिकतम विस्थापन 4 सेमी है।

12.* एक वस्तु, आयाम A, आवर्तकाल T, अधिकतम वेग v_{max} तथा कलास्थिरांक षून्य से सरल आवर्त गति करती है। निम्न में से कौनसी कथन $0 \le t \le \frac{T}{4}$ के लिए सत्य हैं (माध्य स्थिति से विस्थापन y है) -
(A) y=(A/2) पर $v > (v_{max}/2)$ (B) $v = (v_{max}/2)$ के लिए, y>(A/2)
(C) t=(T/8) के लिए y>(A/2) (D) y=(A/2) के लिए t<(T/8)

13.* यदि किसी क्षण y, v, और a क्रमषः सरल आवर्त गति कर रहे कण के विस्थापन, वेग तथा त्वरण को प्रदर्षित करते हैं तो निम्न में से कौनसे कथन सत्य है –
(A) v व y की दिषा एक समान हो सकती है (B) v तथा a की दिष एक समान हो सकतीहै।
(C) a तथा y की दिषा एक समान हो सकती है (D) a तथा v की दिषा विपरीत हो सकती है।

14.* निम्न में से कौनसे फलन सरल आवर्त गति प्रदर्षित करेंगे ?
(A) $\sin 2\omega t$ (B) $\sin^2 \omega t$ (C) $\sin\omega t + 2\cos\omega t$ (D) $\sin\omega t + \cos 2\omega t$

15.* एक कण की सरल आवर्त गति का आवर्तकाल T है। माध्यावस्था से गुजरने के T/6 समय पष्चात् –
(A) इसका वेग इसके अधिकतम वेग का आधा होगा। (B) इसका विस्थापन इसके आयाम का आधा होगा।
(C) इसका त्वरण इसके अधिकतम त्वरण का लगभग 86% होगा।(D) KE=PE

16.* एक कण जिसका द्रव्यमान 0.1 किग्रा है, x- अक्ष के अनुदिष गति करता है। इसकी स्थितिज ऊर्जा $U = 5\times(x-4)J$ समीकरण द्वारा दी जाती है, जहां x मीटर में है। यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि–
(A) कण पर नियत बल लग रहा है। (B) कण की चाल x=2m पर अधिकतम है।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(C) कण सरल आवर्त गति कर रहा है। (D) कण के दोलनों का आवर्तकाल $\pi/5$ सैकण्ड है।

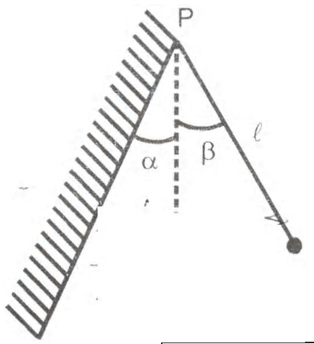
17.* एक क्षैतिज तख्ते पर एक आयताकार पिण्ड रखा है। तख्ता ऊर्ध्व दिशा में 40cm के आयाम से सरल आवर्ती रूप से दोलन करना प्रारम्भ करता है। यदि गति के दौरान तख्ते के क्षणिक रूप से स्थिरावस्था में आने पर पिण्ड का तख्ते से संबंध हट जाता है, तो :

(A) दोलनों का आवर्तकाल $\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ है।
(B) तख्ते की किसी एक क्षणिक स्थिरावस्था की स्थिति में पिण्ड का वनज दुगुना होगा।
(C) पिण्ड का वजन आधा होगा जब तख्ता आधी ऊपरी ऊँचाई पर होगा।
(D) पिण्ड का वजन डेढ़ा गुना होगा जब तख्ता नीचे की ओर आधी दूरी पर होगा।
(E) पिण्ड का वजन इसका वास्तविक सत्य वजन होगा तब तख्ता तीव्रतम वेग से चल रहा होगा।

18. एक कण x-y तल में समीकरण $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j})A\cos\omega t$ के अनुसार गति करता है। कण की गति होगी–
(A) एक सरल रेखा पर (B) एक दीर्घ वृत्त पर (C) आवर्ती (D) सरल आवर्ती

19. X- अक्ष पर कए कण समीकरण $x = 10\sin^3(\pi t)$ के अनुसार गति कर रहा है। सरल आवर्त गतियों के घटकों का आयाम तथा आवृत्तियां है –
(A) आयाम 30/4,10/4; आवृत्तियां 3/2, 1/2 (B) आयाम 30/4,10/4; आवृत्तियां 1/2, 3/2
(C) आयाम 10,10; आवृत्तियां 1/2, 1/2 (D) आयाम 30/4,10; आवृत्तियां 3/2, 2

20.* एक झुकी हुई दीवार जो कि ऊर्ध्व से 'α' कोण बनाती है, के एक बिन्दु P से एक 'ℓ' लम्बाई की रस्सी द्वारा एक गेंद को लटकाया जाता है। रस्सी को गेंद सहित अल्प कोण 'β'$(\beta > \alpha)$ द्वारा विस्थापित करके स्वतंत्र छोड़ते है। दीवार को पूर्णतः प्रत्यास्थ मानते है। इस प्रकार के लोलक का आवर्तकाल होगा–

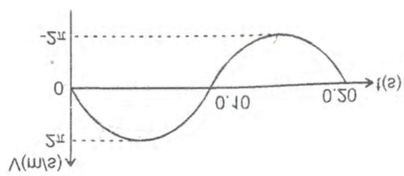


(A) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}\left[\sin^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]}$ (B) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}\left[\frac{\pi}{2}+\sin^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]}$
(C) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}\left[\cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]}$ (D) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}\left[\cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]}$

Exercise # 3

PART – I : MATCH THE COLUMN

1. एक सरल आवर्त गति कम्पित्र में, k=200N/m की स्प्रिंग के साथ एक पिण्ड जुड़ा है। पिण्ड घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर साम्यवस्था बिन्दु x=0 के साथ सरकता है। पिण्ड के वेग v का समय t के फलन के रूप में चित्रण ग्रफ में दर्षाया गया है। बाये स्तम्भ में दी गई सूचना को दायें स्तम्भ में दिये गये परिमाणों से सही मिलाओं – $(\pi^2 = 10)$ का प्रयोग करे



बायां स्तम्भ | दायॉं स्तम्भ
(a) पिण्ड का द्रव्यमान किग्रा. में। (P)-0.20

(b) t=0 पर पिण्ड का विस्थापन मीटर में। (Q)-200
(c) t=0.10 सेकण्ड पर पिण्ड का त्वरण m/sec^2 (R)0.20
(d) पिण्ड की महत्तम गति ऊर्जा जूल में। (S)4.0

2. एक कण एक सरल रेखा के अनुदिष सरल आवर्त गति कर रहा है स्तम्भ –I दिये गये कथनों को स्तम्भ –II में दिये गये कथनो से सुमेलित करिये। (स्तम्भ –I में दिये गये विस्थापन को माध्य स्थिति से मापिये)

स्तम्भ -II	स्तम्भ -II
(A) वेग–विस्थापन ग्राफ हो सकता है।	(p) सरल रेखा
(B) वेग त्वरण ग्राफ हो सकता है।	(q) वृत्त
(C) त्वरण–समय ग्राफ होगा।	(r) दीर्घवृत्त
(D) त्वरण–समय ग्राफ होगा।	(s) ज्यावक्रीय वक्र

3. स्तम्भ –I में एक निकाय की स्थिति को प्रत्येक विकल्प बताया गया है तथा इसके संगत आवर्तकाल स्तम्भ –II में दिया गया है, तो इनकों सुमेलित करो।

स्तम्भ –I	स्तम्भ -II
(A) एक सरल लोलक जो कि लम्बाई 'ℓ' का है जो कि एक अल्प आयाम के साथ लिफ्ट में दोलन कर रहा है। लिफ्ट नीचे की तरफ मन्दन g/2 से जा रही है।	(p) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$
(B) एक ब्लॉक को एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के एक सिरे पर लगा दिया जाता है जिसका दूसरा सिरा एक लिफ्ट की छत से जड़वत लगा है तथा साम्यवसीा में यह स्प्रिंग में ℓ विस्तार करती है। इसका आवर्तकाला क्या होगा जब लिफ्ट ऊपर की तरफ g/2 त्वरण से जा रही होगी।	(q) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
(C) ℓ लम्बाई की एक समरूप छड़ को एक सिरे पर बिना घर्षण के किलकीत कर दिया जाता है। यह छड़ ऊर्ध्वाधर तल में दोलन कर रही है। तो छोटे दोलनों के लिए इसका आवर्तकाल होगा।	(r) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$
(D) एक घनाकार ब्लॉक की भुजा ℓ है इसको तथा विषिष्ट घनत्व $\rho/2$ है तथा इसका कुछ आयतन पानी के अन्दर है जो कि एक बड़े जड़वत पात्र में भरा हुआ है। ष्यान बलों व पृष्ठतनाव को नगण्य मानो तो ऊर्ध्वाधर दिषा में छोटे दोलनों के लिए ब्लॉक का आवर्तकाल होगा।	(s) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}}$

PART – II : COMPREHENSION

अनुच्छेद # 1

बल नियतांक 400N/m की स्प्रिंग के निचले सिरे से 2kg का पिण्ड बिना कम्पन्न के लटका है। स्प्रिंग का षीर्ष सिरा लिफ्ट की छत से जुड़ा है। लिफ्ट $5m/sec^2$ के उपरी त्वरण से उठ रही है। जब t=0 पर त्वरण अचानक खत्म होता है, लिफ्ट एक समान चाल से उपर की ओर गतिमान है। $(g = 10m/sec^2)$

4. त्वरण समाप्त होने के पष्चात् पिण्ड की कोणीय आवृत्ति क्या है –
(A) $10\sqrt{2}$ rad/s (B) 20 rad/s (C) $20\sqrt{2}$ rad/s (D) 32 rad/s

5. कम्पन्न का आयाम है –

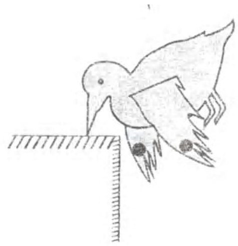
Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(A) 7.5cm (B) 5cm (C) 2.5cm (D) 1cm

6. लिफ्ट में सवार व्यक्ति द्वारा प्रेक्षित प्रारम्भिक कला कोण है, जब कि उपरी दिशा को धनात्मक लें तथा धनात्मक सीमान्त अवस्था को $\pi/2$ कला स्थिरांक पर मानें –

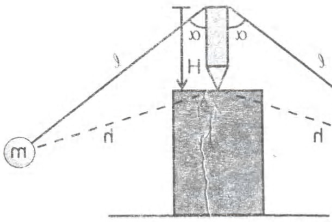
(A) zero (B) $\pi/2$ rad (C) π rad (D) $3\pi/2$ rad

अनुच्छेद **# 2**

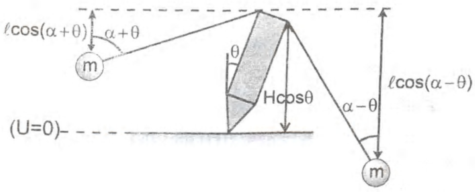


चित्र में दिखाये खिलौने के पंखों के निचले सिरों पर दो भारी लेकिबन बराबर द्रव्यमान जड़े है, जिससे यह पूर्ण साम्यवसाी में है, चाहे इसे एक बिन्दु के सहारे रखा जाये (इस स्थिति में चिड़िया की चोंच है।) हम यहाँ चिड़िया की बनावट के बारे में पता करेंगे।

खिलौने के सरल मॉडल में एक खूंटी से झुकी हुई भुजाओं में समान भार लटकाये गये है। यह विन्यास आवष्चर्यजनक रूप में स्थिर है। इस खिलौने को गिरने के अल्प भय सहित, घूमाया जा सकता है, हिलाया जा सकता है। हम खिलौने की गुरूत्वाकर्षण स्थितिर्ज ऊर्जा की गणना करते है, जब इसे कोण θ से हिलाया गया है।



हम खिलौने की गुरूत्वाकर्षण स्थितिज ऊर्जा की गणना करते है, जब इसे कोण θ से हिलाया गया है।



खूंठी के स्पर्ष बिन्दु पर गुरूत्वाकर्षण स्थितिज ऊर्जा शून्य मानते हुए ,

$$U(\theta) = mg[H\cos\theta - I\cos(\alpha+\theta)]$$
$$+ mg[H\cos\theta - I\cos(\alpha-\theta)]$$
$$= 2mg\cos\theta[H - I\cos\alpha]$$

साम्यावस्था होगी जब $\frac{dU}{d\theta} = -2mg\sin\theta[H - I\cos\alpha] = 0$

परिणाम $\theta = 0$ है जिसे हम सममिति से जानते है।

साम्यावस्था की स्थिरता को जॉचने के लिए, हम स्थितिज ऊर्जा का द्वितीय अवकलन परखते है–

$$\frac{d^2U}{d\theta^2}\Big|_{\theta=0} = [-2mg\cos\theta(H - I\cos\alpha)]_{\theta=0}$$
$$= -2mg(H - I\cos\alpha)$$

स्थिरता के लिए समीकरण अर्थात् पक्षी खिलौने के स्थिर रहने के लिए भार को, खूंटी स्पर्ष बिन्दु के नीचे लटकाना चहिए।

$$\frac{d^2U}{d\theta^2}\Big|_{\theta=0} > 0 \Rightarrow H - I\cos\alpha < 0$$

भार ही केवल खूंटी स्पर्ष बिन्दु के परितः बल –आघूर्ण प्रदान करते है तथा अतः खूंटी स्पर्ष बिन्दु के परितः बल आघूर्ण दिया जा सकता है –

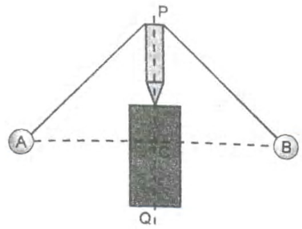
Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

$$\tau = -\frac{dU}{d\theta}$$

7. यदि पक्षी खिलौने को साम्यावस्था से 30^0 के कोण पर विस्थापित करे तथा मुक्त कर दें, तो पक्षी खिलौना –
(A) सरल आवर्त गति करेगा। (B) दोलन करेगा लेकिन सरल आवर्त गति नहीं।
(C) अपनी साम्यावस्था पर लौटेगा (D) गिर जायेगा।

8. पक्षी खिलौना के स्थिरता के लिए, खूंटी की सतह जिस पर पक्षी खिलौना रखा है –
(A) खुरदरी होनी चहिए। (B) घर्षण गुणांक कुछ न्यूनतम अशून्य मान से ज्यादा होना चाहिए।
(C) चिकनी हो सकती है। (D) चिकनी होनी चाहिए।

9. दो द्रव्यमानों (A व B) से पारितः रेखा तथा खूंटी (PQ) से पारितः ऊर्ध्वाधर अक्ष का कटान बिन्दु यादि C है तथा पक्षी खिलौने को साम्यावस्था से अल्प विस्थापित किया गया है तो बिन्दु C:



(A) हमेषा उठैगा (B) हमेषा गिरेगा
(C) उठ या गिर सकता है निर्भर करेगा किस तरफ झुकाया गया है।
(D) कुछ नहीं कह सकते है।

PART – III : ASSERTION / REASON

10. कथन : एक सरल आवर्त गति करते हुए कण के लिए माध्य स्थिति पर गतिज ऊर्जा सिरों पर स्थिजि ऊर्जा के बराबर होती है।
(A) यदि दोनो कथन तथा कारण सत्य है तथा कारण, कथन की सही व्याख्या करता है।
(B) यदि दोनो कारण तथा कथन सत्य है परन्तु कारण कथन की सही व्याख्या नही करता।
(C) यदि कथन सत्य है तथा कारण असत्य है।
(D) यदि कथन असत्य है परन्तु कारण सत्य है।

11. वक्तव्य–1: एक सरल आवर्त गति को कई सारी सरल आवर्त गतियों के संयुग्मन से बना मान सकते है।
वक्तव्य–2: एक ही समान रेखा पर समान आवृत्ति वाली कई सरल आवर्त गतियों के अध्यारोपण से एक सरल आवर्त गति होगी।
(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पषटीकरण है।
(B) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पषटीकरण नहीं है।
(C) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है ; (D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है

12. वक्तव्य–1 : एक कण X- अक्ष के अनुदिष गति कर रहा है इस पर कार्यरत परिणामी बल F इस प्रकार है कि $F = -ax - b$ जहाँ a तथा b दोनों धनात्मक नियतांक है। इस कण की गति सरल आवर्त गति नहीं होगी।
वक्तव्य–2: सरल आवर्त गति में परिणामी बल माध्य स्थिति से हमेषा विस्थापन के समानुपाती होता है।
(A) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण है।
(B) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है ; वक्तव्य–2, वक्तव्य–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(C) वक्तव्य–1 सत्य है, वक्तव्य–2 असत्य है द्ध (D) वक्तव्य–1 असत्य है, वक्तव्य–2 सत्य है

PART – IV : TRUE / FALSE

13. सत्य / असत्य बताइयेः
(i) एक कण दीर्घवृत्ताकार पथ में गतिमान है। इसका दीर्घ अक्ष पर प्रक्षेप्य सरल आवृत्ति गति होगा।
(ii) माना अज्ञात द्रव्यमान के ब्लॉक तथा अज्ञात बल नियतांक की स्प्रिंग का एक निकाय है। ब्लॉक स्प्रिंग निकाय का आवर्तकाल स्प्रिंग के साथ ब्लॉक को ऊर्ध्वाधर लटका कर प्रसार ज्ञात करके तथा इस स्थान पर गुरूत्वीय त्वरण करके आवर्तकाल ज्ञात कर सकते है।
(iii) दो सरल आवर्त गतियॉं समीकरण $x_1 = 5\sin[2\pi t + \pi/4]$ व $x_2 = 5\sqrt{2}(\sin 2\pi t + \cos 2\pi t)$ से प्रदर्षित की जाती है उनके आयामों का अनुपात 1:2 है।

PART – V : FILL IN THE BLANKS

14. रिक्त स्थान की पूर्ति करो :

(i) एक 0.2kg द्रव्यमान की वस्तु x- अक्ष के अनुदिष $(25/\pi)$Hz की आवृत्ति से सरल गति करती है। स्थिति x=0.04 पर वस्तु की गति ऊर्जा 0.5J व स्थितिज ऊर्जा 0.4J है। दोलन का आयाम ....m है।

(1994; 2M)

(ii) सरल आवर्त गति कर रहे एक कण का विस्थापन $x = 0.01\sin 100\pi(t+0.05)$ से दिया जाता है। आवर्तकाल व आयाम ज्ञात कीजिए।

(iii) 0.5kg द्रव्यमान का एक गुटका एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग से लटका है तथा 0.1m आयाम व 0.314s आवर्तकाल से सरल आवर्त गति करता है। स्प्रिंग के द्वारा गुटके पर आरोपित अधिकतम बल ज्ञात कीजिए।

Exercise # 4

PART – I : JEE PROBLEMS (LAST 10 YEARS)

1. एक कण जो कि x- अक्ष के अनुदिष गति करने के लिए स्वतंत्र है कि स्थितिज ऊर्जा $-\infty < x < +\infty$ के बीच समीकरण $U(x) = k\left[1-e^{-x^2}\right]$ से प्रदर्षित है, जहाँ k उपयुक्त विमाओं के साथ धनात्मक नियतांक है तो

[JEE-99]

(A) मूल बिन्दु से दूर वाले बिन्दु पर कण अस्थाई साम्यावस्था
(B) x के किसी भी निष्चित अषून्य मान के लिए हमेषा एक बल बिन्दु से दूर लगेगा।
(C) यदि इसकी कुल यांत्रिक ऊर्जा k/2 है तो इसकी निम्नतम गतिज ऊर्जा मूल बिन्दु पर होगी।
(D) x=0 से लघु विस्थापनों के लिए, गति सरल आवर्त गति है।

2. तीन सरल आवर्त गतियां जो कि समान दिषा में हैं तथा इनका आयाम a व आवर्तकाल समान है , एक दूसरे पर अध्यारोपित होती है। यदि प्रत्येक अपने अगले वाली से 45^0 कलान्तर से भिन्न है, तो : **[IIT-1999]**

(A) परिणामी आयाम $(1+\sqrt{2})a$ होगा।
(B) परिणामी गति की कला प्रथम के सापेक्ष 90^0 पर होगी।
(C) परिणामी गति से सम्बन्धित ऊर्जा किसी भी एक गति से सम्बन्धित ऊर्जा की $(3+2\sqrt{2})$ गुना होगी।
(D) परिणामी गति सरल आवर्ती नहीं होगी।

3. सरल लोलक जिसकी लम्बाई L है तथा यह α झुकाव वाले चिकने नततल पर नीचे की ओर गति करने वाले वाहन की छत पर लटका है , का आवर्त काल होगा – **[IIT(Scr.)2000]**

(A) $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g\cos\alpha}}$ (B) $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g\sin\alpha}}$ (C) $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ (D) $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g\tan\alpha}}$

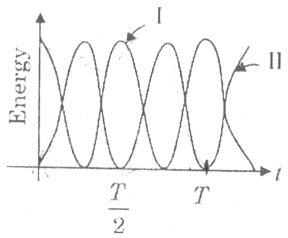
4. एक कण x= - A तथा x=+A के मध्य सरल आवर्त गति करता है। 0 से A/2 तक जाने में इसके द्वारा लिया गया समय T_1 है तथा A/2 से A तक जाने का समय T_2 है, तो – **[IIT(Scr.)2001]**

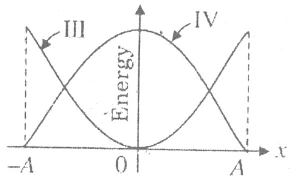
(A) $T_1 < T_2$ (B) $T_1 > T_2$ (C) $T_1 = T_2$ (D) $T_1 = 2T_2$

5. एक सरल लोलक का आवर्तकाल पृथ्वी की सतह पर T_1 है तथा जब इसको सतह से R ऊंचाई तक ले जाता है जहां R पृथ्वी की त्रिज्या है तो आवर्तकाल T_2 है। $\dfrac{T_2}{T_1}$ का मान होगा। **[JEE-MAINS -2001]**

(A) 2 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 4

6. एक सरल आवर्ती दोलित्र का विस्थापन $x = A\cos\omega t$ द्वारा प्रदर्षित किया जाता है। चित्र में स्थितिज ऊर्जा को t तथा x (चित्र में देखें) के साथ दर्षाने वाली सही स्थिति है : **[JEE Scr2003]**





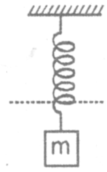
(A) I III (B) I IV (C) II III (D) II IV

7. एक R त्रिज्या का ठोस गोला ρ घनतव वाले द्रव में आधा डूबा है। गोले के दोलनों की आवृत्ति लघु विस्थापन के लिए ज्ञात करो। **[JEE-2004]**

8. एक सरल लोलक का आवर्तकाल T_1 है। जब निलम्बन बिन्दु सम्बन्ध $y = kt^2$ के अनुसार ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर गति करता है जहाँ $k = 1 m/s^2$ तथा 't' समय है, लोलक आवर्तकाल T_2 है। तो $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$ होगा **[JEE(Scr.)2005]**

(A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{11}{10}$ (C) $\frac{6}{5}$ (D) $\frac{5}{4}$

9. एक गुटका ऊर्ध्वाधर दिशा में 'A' आयाम से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब गुटका 'y' स्थिति (साम्यवस्था से मापने पर) में है तो यह स्प्रिंग से अलग हो जाता है और इससे स्प्रिंग सम्पीड़ित हो जाती है तथा गुटके की गति पर कोई प्रभाव नहीं होता उस 'y' का मान ज्ञात करो जिसके लिए गुटका साम्यावस्था से अधिकतम ऊचॉई प्राप्त कर ले। (दिया है : $A\omega^2 > g$) **[JEE 2005,4]**



10. $x = A\sin^2\omega t + B\cos^2\omega t + C\sin\omega t\cos\omega t$ फलन सरल आवर्त गति प्रदर्षित करेगा (A,B,C नियतांक है) – **[JEE 2006,5]**

(A) A,B तथा C के किसी भी मान के लिए (C=0 को छोड़कर) (B) यदि A=-B, $C = 2B \neq 0$ आयाम $= |B\sqrt{2}|$

(C) यदि A=B; C=0 (D) यदि A=B; $C = 2B \neq 0$ आयाम $= |B|$

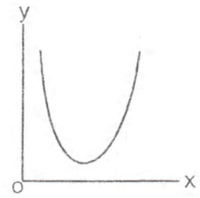
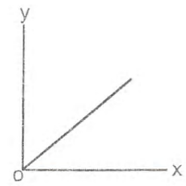
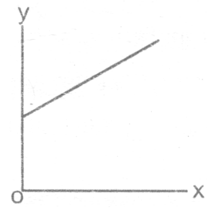
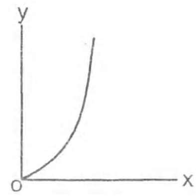
11. कॅलम I में कुछ नियम /प्रकियाएँ दी गइ है। इन्हें कॉलम II में दी गयी भौतिक परिघटनाओं से सुमेल करायें तथा अपने उत्तर को ORS में दिये गये 4×4 मैट्रिक्स के उचित बुल्लों को काला करके दर्षायें।

कॉलम I	कॉलम II
(A) वस्तु एक सरंक्षी बल के प्रभाव में x- अक्ष पर इस तरह चलती है कि उसकी ''चाल'' तथा ''स्थिति'' $v = c_1\sqrt{c_2 - x^2}$ का सम्बन्ध है जहाँ c_1 तथा c_2 धनात्मक अचर है।	(p) वस्तु एक सरल आवर्त गति करती है।
(B) वस्तु x- अक्ष पर इस तरह चलती है कि उसके वेग तथा मूल बदलती है।बिन्दु से विस्थापन में $v = -kx$ का सम्बन्ध है, जहाँ k एक धनात्मक अचर है।	(q) वस्तु अपनी दिशा नहीं
(C) वस्तु को एक भारहीन तथा दिये गये स्प्रिंग वाले एक स्प्रिंग के एक सिरे पर बांध दिया गया है। स्प्रिंग के दूसरे सिरे को लिफ्ट की छत पर बांध दिया जाता है। प्रारम्भ में सब कुछ स्थिर है। लिफ्ट एक अचर त्वरण a से ऊपर की ओर जाने लगती है। वस्तु की गति को लिफ्ट से उस अवधि तक प्रेक्षित किया जाता है जब एक लिफ्ट वहीं त्वरण से चलती रहती है।	(r) वस्तु की गति ऊर्जा लगातार घटती है।
(D) वस्तु को पृथ्वी की सतह से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर $2\sqrt{GM_e/R_e}$ चाल से प्रक्षेपित किया जाता है, जहाँ M_e पृथ्वी की त्रिज्या है। पृथ्वी के अतिरिक्त अन्य वस्तुओं के कारण लगते बल को नगण्य मानें।	(s) वस्तु अपनी दिशा,मात्रएकबार बदल सकती है।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

12. कॉलम I में संभावी पैरामीटरों (parameters) के समुच्चय (set) की सूची दी गई है। इन पैरामीटरों के परिवर्तन को ग्राफ के रूप में दर्षाया गया है (कॉलम II) । कॉलम I में दिये गये पैरामीटरों का कॉल्म II में दिये गये ग्राफ समुल (match) करें। अपने उत्तर को ORS में दिया गया 4×4 मैट्रिक्स के उचित बुल्लों को काला करके दर्षायैं

[IIT-JEE 2008'6/162]

कॉलम I		कॉलम II	
(A)	एक सरल लोलक (simple pendulum) की स्थितिज ऊर्जा (y- अक्ष) बनाम विस्थापन (x- अक्ष)	(p)	
(B)	षून्य अथवा स्थिर त्वरण पर एक विमीय गति के लिये विस्थापन (y- अक्ष) बनाम समय (x- अक्ष) (गति केवल +x दिषा में है)	(q)	
(C)	एक नियत कोण पर प्रक्षेपित प्रक्षेपक का परास (y- अक्ष) बनाम उसका वेग (x- अक्ष)	(r)	
(D)	एक सरल लोलक के आवर्त काल का वर्ग (y- अक्ष) बनाम उसकी लम्बाई (x- अक्ष)	(s)	

Answers

Exercise – 1

PART – I

SECTION (A) :

A1. आयाम =5m, कला नियतांक $=\frac{\pi}{6}$ आवर्त काल =2s, अधिकतम चाल $=5\pi m/s$

A2. (a) T/12, (b)T/8, (c)T/6, (d)T/4, (e) T/8

A3.

$$x=(10cm)\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}s^{-1}\right)t+\frac{\pi}{6}\right],\frac{10}{9}\pi^2\approx 11cm/s^2$$

A4. $\sqrt{24}cm,\frac{2\pi}{10\sqrt{5}}s=0.28s$

SECTION (B) :

B1. $5\sqrt{2}cm$ B2. $15\sqrt{3}cm,15\sqrt{3}cm$

SECTION(C) :

C1. $\frac{5}{2\pi}Hz,5cm$ C2. 40J

C3. $\frac{16}{10\pi^2}=0.16kg$

C4 $\frac{F(k_2+k_3)}{k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1},\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1}{M(k_2+k_3)}}$

C5. $T=2\pi\sqrt{\left(\frac{2m}{9k}\right)}$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

SECTION(D) :

D1. 1m

D2. (a) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a_0}}$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a_0}}$ (c) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

D3. g/10

SECTION(E) :

E1. (a) 50cm (b) 11cm/s
(c) $1.2cm/s^2$ निलम्बन बिन्दु की ओर
(d) $34cm/s^2$ माध्य स्थिति की ओर।

E2. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{2r}\sqrt{1+\frac{4}{\pi^2}}}$

E3. $x=\frac{\ell}{2\sqrt{3}}, T_{min}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{3}g}}$

SECTION(F) :

F1. 2A F2. $2x^2+\frac{y}{2}=1$

PART – II

SECTION (A) :

A1. (A) A2. (D) A3. (B) A4. (A)
A5. (CD) A6. (A) A7. (A,B,C,D)
A8. (BC) A9. (B) A10. (C) A11. (B)
A12. (B)

SECTION (B) :

B1. (B) B2. (D) B3. (B)
B4. (A) A5. (C)

SECTION (C) :

C1. (C) C2. (A)
C3. (A) C4. (D) C5. (B) C6. (C)
C7. (B) C8. (C)

SECTION (D) :

D1. (A) D2. (C)
D3. (D) D4. (C) D5. (D)

SECTION (E) :

E1. (D)

SECTION (F) :

F1. (D) F2. (D) F3. (C) F4. (C)

Exercise – 2

PART – I

$x=3-A\cos\omega t, Y=4-A\sin\omega t, Min=3, Max=7$

2. $T=2\pi\sqrt{\frac{a}{3g}}, A=\frac{a}{6},\frac{a}{6}, 1/6\sqrt{2ag}$

3. $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ 4. $2\pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$

5. $\left(\pi\sqrt{\frac{m}{k}}+\frac{2L}{v}\right)$

6. $T=2\pi\sqrt{\frac{m(K_1+4K_2)}{K_1k_2}}$

7. (a) ma (b)
$2\pi\sqrt{\ell/a}$ where $a=\left[g^2+\frac{v^4}{r^2}\right]^{1/2}$

8. $T=2\pi\sqrt{\left\{\frac{mL^2}{(k\ell^2+mgL)}\right\}}$

9. $\omega=\sqrt{\frac{3g}{2\ell}\left(1+\frac{2k\ell}{mg}\right)}$ $T=\pi\sqrt{\frac{2h}{g}}, \ell_{red}=\frac{h}{2}$

11. 0.8s

12. $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2\mu g}}$ 13. $2\pi\sqrt{R/g}$

PART – II

1. (C) 2. (B,D) 3. (B)
4. (A 5. (D) 6. (C)
7. (D) 8. (B 9. (A)
10. (A) 11. (B,C) 12.(ABCD)
13. (A,B,D) 14(A,B,C) 15. (A,C)
16. (B,C,D) 17.(ABCDE) 18. (A,C,D)

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

19. (B) 20. (B,D)

Exercise – 3

PART – I

1. (A) r ; (B) p ; (C) q ; (D) s
2. (A) q,r ; (B) q,r ; (C) p ; (D) s
3. (A) p ; (B) q ; (C) p ; (D) s

PART – II

4.	(A)	5.	(C)	6.	(D)
7.	(B)	8.	(C)	9.	(A)

PART – III

10.	(D)	11.	(A)	12.	(D)

PART – IV

13. (i) असत्य (ii) सत्य (iii) सत्य

PART – V

14. (i) 0.06
(ii) आयाम =0.01, आवर्तकाल =0.02
(iii) 25N

Exercise – 4

JEE

1.	(D)	2.	(A,C)	3.	(A)
4.	(A)	5.	(A)	6.	(A)

7. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3g}{2R}}$ 8. (C)

9. $y^* = \frac{g}{\omega^2}$ 10. (A,B,D)

11 (A)→(p);(B)→(q,r);(C)→(p);(D)→(q,r)
12. (A)→(p);(B)→(q,s);(C)→(s);(D)→(q,)
13 (A)→(p);(B)→(q,s);(C)→(s);(D)→(q,)

MQB

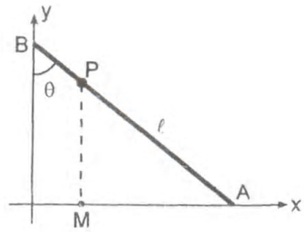
PART – I : OBJECTIVE QUESTIONS

1. स्थिरावस्था से एक कार स्टेषन A से अगले स्टेषन B तक f=a-bx के अनुसार परिवर्तित होने वाले त्वरण के साथ स्थानान्तरिय गति करती है। यहाँ a व b धनात्मक हें तथा x, स्टेषन A से दूरी है। दोनों स्टेषनों के बीच अधिकतम वेग है।
(A) $x=\frac{2a}{b};v_{max}=\frac{a}{\sqrt{b}}$ (B) $x=\frac{b}{2a};v_{max}=\frac{a}{b}$ (C) $x=\frac{a}{2b};v_{max}=\frac{b}{\sqrt{a}}$ (D) $x=\frac{a}{b};v_{max}=\frac{\sqrt{a}}{b}$

2. दो कण P तथा Q समान आयाम a तथा समान आवृत्ति f के साथ समान सरल रेखा के अनुदिष सरल आवर्त गति करते है। कणों के मध्य अधिकतम दूरी $a\sqrt{2}$ रहती है। कणों के मध्य प्रारम्भिक कलान्तर होगा –
(A) zero (B) $\pi/2$ (C) $\pi/6$ (D) $\pi/3$

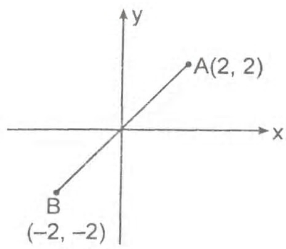
3. समीकरण $x = A\cos\omega t$ अनुसार कण सरल आवर्ती गति करता है। समय अन्तराल $0 \le t \le \frac{\pi}{6\omega}$ के दौरान कण की औसत चाल है –
(A) $\frac{\sqrt{3}A\omega}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}A\omega}{4}$ (C) $\frac{3A\omega}{\pi}$ (D) $\frac{3A\omega}{\pi}\left(2-\sqrt{3}\right)$

4. ℓ लम्बाई की छड़ इस प्रकार गतिमान है कि इसके सिरे A तथा B क्रमषः x- अक्ष तथा y- अक्ष पर गतिषील है। दिया गया है $\frac{d\theta}{dt} = 2\,rad/s$ तथा P एक स्थिर बिन्दु है। माना M,P बिन्दु का x- अक्ष पर प्रक्षेप है। किसी अन्तराल में θ में परिवर्तन 0 से $\frac{\pi}{2}$ है। सही कथन छांटो –



(A) M का त्वरण हमेषा दांयी तरफ है। (B) M सरल आवर्त गति करेगा
(C) M नियत चाल से गति करेगा। (D) M नियत त्वरण से गति करेगा।

5. m=2kg का कण xy- तल में बिन्दुओं A व B के बीच बल $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ के अन्तर्गत सरल आवर्त गति करता है। A से B तक जाने में लिया गया न्यूनतम समय 1 सेकण्ड है। t=0 पर कण x=2 तथा y=2 पर है। F_x,t के फलन में होगा।

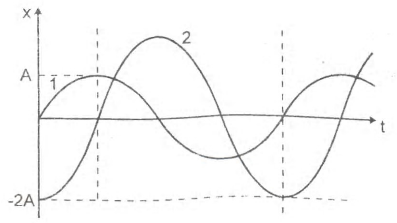


(A) $-4\pi^2\sin\pi t$ (B) $-4\pi^2\cos\pi t$ (C) $4\pi^2\cos\pi t$ (D) इनमें से कोई नहीं

6. सरल रेखा के अनुदिष गति करते हुए m द्रव्यमान के कण का वेग 'v' समय 't' के साथ $\frac{d^2v}{dt^2} = -Kv$ अनुसार परिवर्तित होता है, जहाँ 'K' एक धनात्मक स्थिरांक है। निम्न में कौनसा कथन सत्य है :
(A) कण सरल आवृत्ति गति नहीं करता है।
(B) कण $2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ के आवर्त काल से सरल आवृत्ति गति करता है।
(C) कण आवृत्ति $\frac{\sqrt{K}}{2\pi}$ से सरल आवृत्ति गति करता है।

(D) कण $\frac{2\pi}{K}$ के आवर्त काल से सरल आवृत्ति गति करता है।

7. ग्राफ में वक्र 1 द्वारा प्रदर्षित दोलनों को समीकरण $x = A\sin\omega t$ द्वारा दर्षाया जाता है। तो वक्र 2 द्वारा दर्षाये गये दोलनों को निम्न समीकरण से प्रदर्षित किया जाऐगा –

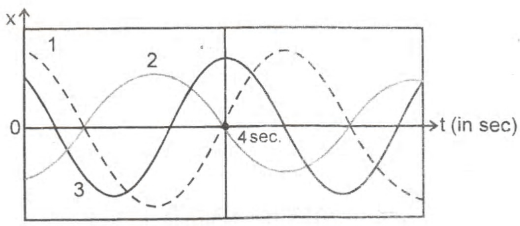


(A) $x = 2A\sin(\omega t - \pi/2)$
(B) $x = 2A\sin(\omega t + \pi/2)$
(C) $x = -2A\sin(\omega t - \pi/2)$
(D) $x = A\sin(\omega t - \pi/2)$

8. $F = -\left(\frac{\pi^2}{16}\right)x$ न्यूटन, बल के अर्न्तगत एक 4kg का कण x- अक्ष के अनुदिष गति कर रहा है। t=2 सैकण्ड पर कण मूल बिन्दु से होकर गुजरता है तथा t=10sec पर इसकी चाल $4\sqrt{2}m/sec$ है तो गति का आयाम है –

(A) $\frac{32\sqrt{2}}{\pi}$meter (B) $\frac{16}{\pi}$meter (C) $\frac{4}{\pi}$meter (D) $\frac{16\sqrt{2}}{\pi}$meter

9. तीन प्रयोग जिनमें स्प्रिंग ब्लॉक निकाय सरल आवर्त गति में दोलन कर रहा है के x(t) वक्र को ग्राफ (लेखाचित्र) किया गया है। किस स्थिति में समय t=4 सैकण्ड पर निकाय की गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी।



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) सभी में समान

10. x- दिषा में गति कर रहे कण का त्वरण a=-100x+50 है। यह x=2 से छोड़ा जाता है। यहाँ 'a' तथा 'x'S.I. मात्रक में है। कण की गति होगी –

(A) आवर्ती, दोलनी परन्तु सरल आवर्त नहीं (B) आवर्ती परन्तु दोलनी नहीं
(C) दोलनी परन्तु आवर्ती नहीं (D) सरल आवर्त

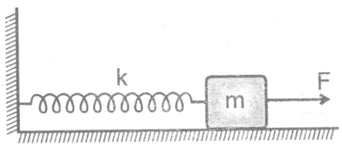
11. उपरोक्त प्रष्न में, मूल बिन्दु पर कण की चाल होगी –

(A) $10\sqrt{2}m/sec$ (B) $1.5m/sec$ (C) $10m/sec$ (D) इनमें से कोई नहीं

12. एक कण A आयाम से सरल रेखा के अनुदिष सरल आवर्त गति करता है जब यह माध्य स्थिति से $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ दूरी पर है तब इसकी गतिज ऊर्जा, आवेग द्वारा $\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ बड़ा दी जाती है। अतः इसका नया आयाम है :

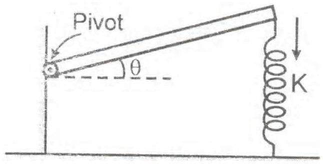
(A) $\frac{\sqrt{5}}{2}A$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ (C) $\sqrt{2}A$ (D) $\sqrt{5}A$

13. K स्प्रिंग नियतांक की स्प्रिंग से जुड़े ब्लॉक पर नियम बल F लगाने पर यह ब्लॉक को अधिकतम वेग V प्रदान करता है। अगर स्प्रिंग का बल नियतांक 4K हो जाए तो ब्लॉक का अधिकतम वेग होगा ?



(A) V/4 (B) 2V (C) V/2 (D) V

14. एक m द्रव्यमान तथा L लम्बाई की क्षैतिज छड़ को एक सिरे से कीलकित किया गया है। छड़ का दूसरा सिरा k स्प्रिंग नियतांक वाली स्प्रिंग के सहारे जुड़ा है। छड़ को इसकी क्षैतिज साम्यावस्था से लघु कोण θ से विस्थापित करके मुक्त छोड़ा जाता है।



होने वाली सरल आवर्त गति की कोणीय आवृत्ति है।

(A) $\sqrt{\frac{3k}{m}}$ (B) $\sqrt{\frac{k}{3m}}$ (C) $\sqrt{\frac{3k}{m}+\frac{3g}{2L}}$ (D) $\sqrt{\frac{k}{m}}$

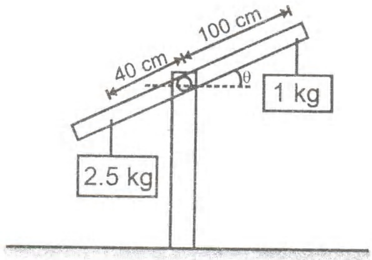
15. एक सिरे के सापेक्ष झूल रही एक मीटर छड़ f_0 आवृत्ति से दोलन करती है। अगर छड़ का नीचे का आधा भाग काट दिया जाए तो दोलनों की नयी आवृत्ति क्या होगी –

(A) f_0 (B) $\sqrt{2}f_0$ (C) $2f_0$ (D) $2\sqrt{2}f_0$

16. चार प्रकार के दोलन निकाय, एक सरल लोलक, एक भौतिक लोलक, एक मरोड़ी तथा स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय जिनका प्रत्येक का आवर्तकाल समान है को चन्द्रमा पर ले जायाजाता है। अगर चॉंद पर आवर्तकाल ज्ञात किया जाए तो किन निकायों या निकाय में यह अपरिवर्तित होगा –

(A) केवल स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय में
(B) स्प्रिंग–द्रव्यमान निकाय तथा मरोड़ी लोलक में
(C) स्प्रिंग–द्रव्यमान निकाय तथा भौतिक दोलित्र में
(D) इनमें से कोई नहीं।

17. नगण्य द्रव्यमान की सीधी छड़ घर्षण रहित कीलकित बिन्दु पर रखी है तथा चित्रानुसार 2.5kg तथा 1kg के द्रव्यमन कीलकित बिन्दु से क्रमषः 40cm तथा 100cm दूरी पर लटकाये गये है। छड़ क्षैतिज से θ कोण पर ले जाकर मुक्त किया जाता है –



(A) मुक्त करने के पष्चात छड़, क्षैतिज स्थिति के परितः आवर्त गति करेगीं।
(B) मुक्त करने के पष्चात् , छड़ स्थिर रहेगी।
(C) छड़ उर्ध्वाधर दिषा में स्थिर अवस्था में आयेगी तथा 2.5kg द्रव्यमान निम्नतम बिन्दु पर होगा।
(D) मुक्त करने के पष्चात् छड़ , उर्ध्वाधर स्थिति के परितः आर्वतगति करेगी।

18. दो सरल आवर्त गति $s_1 = a\sin\omega t$ तथा $s_2 = b\sin\omega t$ कए कण पर अध्यारोपित होती है। s_1 तथा s_2 उस दिषा के अनुदिष है जो कि एक दूसरे से 37^0 कोण बनाती है –

(A) कण सरल आवर्त गति करेगा।
(B) कण सरल आवर्त गति नहीं करेगा।
(C) कण आवर्ती गति करेगा परन्तु सरल आवर्त गति नहीं।
(D) गति दोलनी नहीं होगी।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

19. निम्नलिखित समान रेखा पर सरल आवर्त गतियों के अध्यारोपण द्वारा कण का आयाम होगा

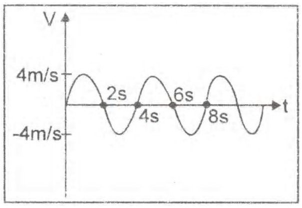
$X_1 = 2\sin 50\pi t$; $X_2 = 10\sin(50\pi t + 37^0)$

$X_3 = -4\sin 50\pi t$; $X_4 = -12\cos 50\pi t$

(A) $4\sqrt{2}$ (B) 4 (C) $6\sqrt{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

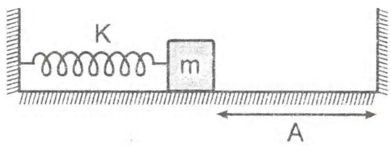
PART – II : SUBJECTIVE QUESTIONS

1. अगर सीधी रेखा के अनुदिष गति करते कण का वेग समय के साथ ज्या (sin) फलन के रूप में चित्रानुसार परिवर्तित होता है तो t=0 से t=2(2n-1) सेकण्ड के दौरान कण की औसत चाल क्या होगी, जहां n कोई भी धनात्मक पूर्णाक है।

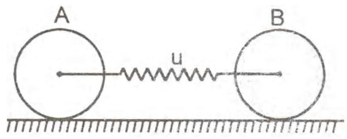


2. दो कण P_1 तथा P_2 एक ही रेखा के अनुदिष एक ही माध्य स्थिति के सापेक्ष सरल आवृत गति कर रहे है। प्रारम्भ में यह अधिकतम धनात्मक चरम स्थिति में होते है। अगर प्रत्येक कण का आवृत काल 12sec है तथा उनके आयामक ा अनतर 12cm है तो वह न्यूनतम समय ज्ञात करो। जब कणों के बीच की दूरी 6 सेमी होती है–

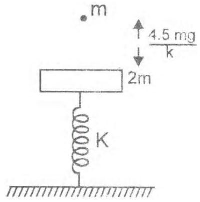
3. प्रदर्षित चित्र में स्प्रिंग सामान्य लम्बाई में है। स्प्रिंग को 2A से सम्पीड़ित करके छोड़ दिया जाता है। द्रव्यमान m दीवार से टकराता है तथा अपनी गतिज ऊर्जा की दो तिहाई ऊर्जा ह्रास करके लोट जाता है। परिणामी गति का आवर्तकाल होगा ––––––– .



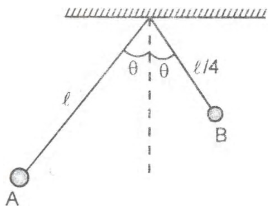
4. समान द्रव्यमान तथा समान त्रिज्या के दो गोले A व B खुरदरी सतह पर रखे है। A समरूप खोखला तथा B समरूप ठोस गोला है। A तथा B बिना फिसले तल पर लुढ़क सकते है। दोनों बल नियतांक k वाली स्प्रिंग से जुड़े है। दोनों को छोड़ा जाता है। जब स्प्रिंग x_0 से विस्तरित है। गोले के सरल आवर्त गति का आयाम ज्ञात करो तथा दोलनों की आवृत्ति ज्ञात करो।



5. चित्र में द्रव्यमान 2m स्थिर तथा साम्यावस्था में है। m द्रव्यमान का कण द्रव्यमान 2m से $\frac{4.5mg}{k}$ ऊँचाई से छोड़ा जाता है। कण ब्लॉक से चिपक जाता है। टक्कर के अन्तराल को नगण्य मानते हुए कण को छोड़ने से लेकर स्प्रिंग में अधिकतम विस्तार तक का समय ज्ञात करो।

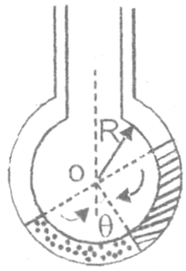


6. दो सरल लोलकों A तथा B की लम्बाई ℓ तथा $\ell/4$ है को चित्र में प्रदर्षित स्थिति से छोड़ा जाता है। छोड़ने के बाद वह समय ज्ञात करो जब दोनों रस्सीयों पहली बार समान्तर होती है। θ_1 तथा θ_2 बहुत ही अल्प है।



7. x-y तल में m द्रव्यमान का कण इस प्रकार गतिषील है कि इसके x तथा y निर्देषांक कमषः $x = a\sin\omega t$ तथा $y = a\cos\omega t$ के अनुसार परिवर्तित होते है। यहाँ 'a' तथा 'ω' धनात्मक स्थिरांक तथा 't' समय है। ज्ञात करो।
(a) पथ का समीकरण तथा नाम
(b) क्या कण वामावर्त या दक्षिणावर्त दिषा में गति करेगा
(c) t समय पर कण पर कार्यरत बल

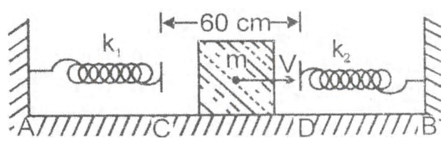
8. दो अष्यान, असपीड़िय तथा अघुलनषील द्रव जिनका घनत्व ρ तथा 1.5p है। R त्रिज्या तथा अल्प अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल की ऊर्ध्वाध्यार नली में चित्रानुसार भारे है। प्रत्येग द्रव नली की चौथाई परिधि में भरा है। **(1991; 4+4 M)**



(a) कोण θ ज्ञात करो जोकि दोंनो द्रव को मिलाने वाली त्रिज्या उर्ध्वाधर से बनाती है।
(b) यदि सम्पूर्ण द्रव को साम्यावस्था से अल्प विस्थापित कर दिया जाये तो सिद्ध करो कि परिणामी दोलन सरल आवृत्ति होंगे। इन दोलनों का आवृत्तकाल ज्ञात करो।

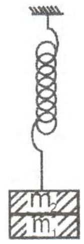
9. समान द्रव्यमान 0.1kg की दो समरूप गेंदे. A व B दो समान द्रव्यमानहीन स्प्रिंगों से जुड़ी है। नली क्षैतिज तल में जड़वत् है। स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय एक वृत्तीय दृड़ नली में चित्रानुसार गति कर सकता है। गेंदो का केन्द्र 0.06m त्रिज्या के वृत्त में गति कर सकता है। प्रत्येक स्प्रिंग की सामान्य लम्बाई 0.06π मीटर तथा स्प्रिंग बल नियतांक 0.1N/m है। प्रारम्भ में दोंनो गेंद $\theta = \pi/6$ कोण से PQ व्यास के सापेक्ष विस्थापित की जाती है तथा स्थिरावस्था में छोड़ा जाता है। **(1993; 6M)**
(i) गेंद B के दोलनों की आवृत्ति ज्ञात करो।
(ii) गेंद A की चाल ज्ञात करो, जब दोनों गेंद व्यास PQ के दोंनो सिरों पर आती है।
(iii) निकाय की कुल ऊर्जा क्या है ?

10. k_1 तथा k_2 बल नियतांक की दो हल्की स्प्रिंग तथा m द्रव्यामन का ब्लॉक चिकनी क्षैतिज टेबल पर एक रेखा AB पर चित्रानुसार स्थित है। दोंनो स्प्रिंग के एक सिरे जड़वत् है तथा दूसरा सिरा मुक्त है। दोंनो स्प्रिंग के बीच की दूरी CD=60cm है। यदि ब्लॉक को रेखा AB के अनुदिष 120cm/s का वेग दिया जाये तो ब्लॉक के दोलनन का आवर्तकाल ज्ञात करो। $(k_1 = 1.8N/m, k_2 = 3.2N/m, m = 200g)$ **(1985; 6M)**



11. दो द्रव्यमान m_1 तथा m_2 एक द्रव्यमानहीन k बल नियतांक की स्प्रिंग से चित्रानुसार लटके हुए है। जब द्रव्यमान साम्यावस्था में है। तब निकाय को बिना विचलित किये m_1 हो हटाया जाता है तो m_2 के दोंलनो का आयाम तथा आवृत्ति ज्ञात करो।
(1981; 3M)

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881



Answers

PART – I

1.	(A)	2.	(B)	3.	(D)	4.	(B)	5.	(B)	6.	(C)
7.	(A)	8.	(A)	9.	(A)	10.	(D)	11.	(A)	12.	(C)
13.	(C)	14.	(A)	15.	(B)	16.	(B)	17.	(B)	18.	(A)
19.	(C)										

PART – II

1. $\frac{8}{\pi} m/s$

2. t=2s

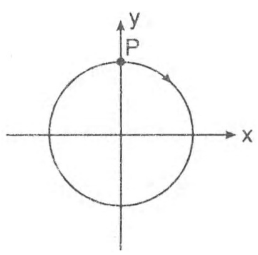
3. $\frac{17\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{R}}$

4. $A_2 = \frac{25}{46} x_0$

5. $\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{3m}{K} + 3\sqrt{\frac{m}{K}}}$

6. $\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

7. (a) अतः कण 'a' त्रिज्या वाले वृत्त पर गति करेगा
(b) अतः t=0sec, पर x=0 और y=+a है।
अतः कण चित्र में P बिन्दु पर है।
जब 't' बढ़ता है तो 'x' बढ़ता है तथा 'y' घटता है
∴ अतः कण दक्षिणावर्त गति गति करेगा
(c) $m\omega^2 a$



8. (a) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{R}{6.11}}$

9. (i) $\frac{1}{\pi}$Hz (ii) 0.0628 m/s (iii) 3.9×10^{-4} J

10. 2.82s

11. $\frac{m_1 g}{k}$