Teko® CLASSES .....the support
ENJOY MATHEMATICS WITH SUHAAG SIR
R-1, OPPOSITE RAILWAY TRACK, NEW GLASS CORNER BUILDING, ZONE-2, M. P. NAGAR, BHOPAL
(:(0755) 32 00 000, 98930 5 8881
www.tekoclasses.com

IIT-JEE 2012 : PAPER-2

Date : 08-04-2012 **Duration : 3 Hours** **Max. Marks : 198**

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें। आपको 5 मिनट विशेष रूप से इस काम के लिए दिये गये हैं।

निर्देश :

A. सामान्य

1. यह पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहरें तब तक न तोडें जब तक निरीक्षकों के द्वारा इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी दाहिने कोने और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ (पृष्ठ संख्या 36) पर छपा है।
3. कच्चे काम के लिए खाली पृष्ठ और खाली जगह इस पुस्तिका में ही है। कच्चे काम के लिए कोई अतिरिक्त कागज नहीं दिया जायेगा।
4. कोरे कागज, क्लिप बोर्ड (CLIP BOARD), लॉग तालिका, स्लाइडरूल, कैलकुलेटर, कैमरा, सेलफोन, पेजर और किसी प्रकार के इलेक्ट्रोनिक उपकरण परीक्षा कक्ष में अनुमत **नहीं** है।
5. प्रश्नों के उत्तर और अपनी व्यक्तिगत जानकारियां एक दो–भाग कार्बन रहित कागज, जो अलग से दिया जायेगा, पर भरी जायेंगी। आपको ये भाग अलग नहीं करने हैं। परीक्षा समाप्त होने के बाद निरीक्षक इन्हें अलग करेंगें। ऊपरी पृष्ठ–मशीन–जाँच्य ऑब्जक्टिव रेस्पांस शीट (ओर.आर.एस., ORS) है जो निरीक्षक द्वारा वापस ले ली जायेगी। निचला पृष्ठ आप परीक्षा के बाद अपने साथ ले जा सकते हैं।
6. **ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों (BUBBLES) को काले बॉल प्वाइंट कलम से काला करें।** इतना दबाव डालें कि निचले पृष्ठ पर निशान बन जाये।
7. **ओ.आर.एस. (ORS) या इस पुस्तिका में हेर-फेर/विकृति न करें।**
8. इस पुस्तिका की मुहरें तोड़ने के पश्चात् कृपया जाँच लें और सभी 60 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। सभी खंडों की शुरूआत में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

B. ओर.आर.एस (ORS) के दाहिने भाग का भराव

9. ओ.आर.एस के दाहिने और बाएं भाग में भी कोड छपे हुए हैं।
10. जाँच लें कि ओ.आर.एस० और इस पुस्तिका पर एक ही कोड छपा हुआ है। यदि कोड भिन्न हैं तो इस पुस्तिका को बदलने की माँग करें। ओ.आर.एस. में दी हुई निर्धारित जगह में हस्ताक्षर करके यह जाँच करना स्वीकार करें।
11. अपना नाम, पंजीयन संख्या और परीक्षा केन्द्र का नाम जो ओ.आर.एस. के दाहिने भाग में निर्धारित जगह में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से काई भी जानकारी कही और न लिखें। पंजीयन संख्या के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले (BUBBLE) को इस तरह से काला करें कि निचले पृष्ठ पर भी निशान बन जाए। ओ.आर.एस. के दाहिने भाग (R4) में दिये हुए कोड को भी काला करें।

C. प्रश्नपत्र का प्रारूप

इस प्रश्नपत्र के तीन भाग (भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित) हैं। हर भाग के तीन खंड हैं।

12. खंड I में 8 बहुविकल्प प्रश्न हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से एक ही सही है।
13. खंड II में सिद्दांतों, प्रयोगों और आकड़ों आदि को दर्शाने वाले 3 अनुच्छेद (PARAGRAPHS) हैं। तीनों अनुच्छेदों से संबंधित 6 बहुविकल्प प्रश्न है जिनमें से हर अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से केवल एक सही है।
14. खंड III में 6 बहुविकल्प प्रश्न हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से एक या अधिक सही है।

D. अंकन योजना

15. खंड I और खंड II के हर प्रश्न में केवल सही उत्तर वाले बुलबुले (BUBBLE) को काला करने पर 3 अंक और कोई भी बुलबुला काला नहीं करने पर शून्य (0) अंक प्रदान किए जायेगें। अन्य सभी स्थितियों में ऋणात्मक एक (– 1) अंक प्रदान किया जायेगा।
16. खंड III के हर प्रश्न में केवल सही उत्तरों (उत्तर) वाले सभी बुलबुलों (बुलबुले) को काला करने पर 4 अंक प्रदान किए जायेगें। अन्य सभी स्थितियों में शून्य (0) अंक प्रदान किया जायेगा। इस खंड के प्रश्नों में गलत उत्तर देने पर **कोई ऋणात्मक अंक नहीं दिये जायेगें।**

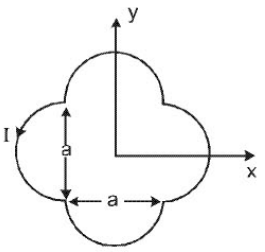
अपना नाम और पंजीयन संख्या इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ में दिये गये स्थान में लिखें और अपने हस्ताक्षर करें।

भाग - I : भौतिक विज्ञान

खण्ड - I : एकल सही उत्तर प्रकार

इस खण्ड में **8** बहुविकल्प प्रश्न है। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से एक ही सही है।

1. चित्र में दशाये अनुसार एक लूप **x-y** तल में है और उसमें धारा I बह रही है। एकाँक–सदिश $\hat{k}$ पृष्ठ के लम्बवत् बाहर की ओर है। लूप का चुम्बकीय आघूर्ण है।



(A) $a^2I\hat{k}$

(B) $\left(\frac{\pi}{2}+1\right)a^2I\hat{k}$

(C) $-\left(\frac{\pi}{2}+1\right)a^2I\hat{k}$

(D) $(2\pi+1)a^2I\hat{k}$

Ans. (B)

Sol. क्षेत्रफल Area = $a^2 + 4\times\frac{\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2}$

$= a^2 + \frac{\pi a^2}{2}$

$A = \left(1+\frac{\pi}{2}\right) a^2\ \hat{k}$

Ans. (B)

2. पतली चादर से बने एकसमान बेलनाकार कोश (shell) के दोनों सिरे बंद हैं। उसमें आंशिक रूप से पानी भरा है। यह कोश आधी–डूबी अवस्था में पानी में ऊर्ध्वाधर (vertically) तैर रहा है। जिस पदार्थ से कोश निर्मित है उसका घनत्व पानी की तुलना में ρ_c है। सही प्रकथन चुनें।

(A) कोश आधे से अधिक भरा है, यदि ρ_c 0.5 से कम है।

(B) कोश आधे से अधिक भरा है, यदि ρ_c 1.0 से अधिक है।

(C) कोश आधा भरा है, यदि ρ_c 0.5 से अधिक है।

(D) कोश आधे से कम भरा है, यदि ρ_c 0.5 से कम है।

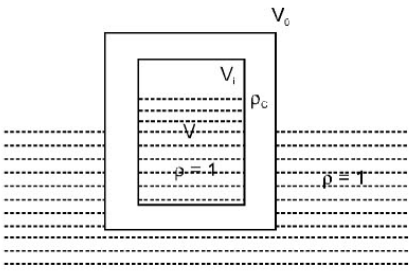
Ans. (D)

Sol.

कोश का बाहरी आयतन V_0 है।
कोश का आन्तरिक आयतन V_i है।
कोश के अन्दर भरे हुये जल का आयतन v है।.

$\Rightarrow 1Vg + \rho_C (V_0 - V_i)g = \frac{1V_0}{2}g$ [साम्यावस्था]

$V + \rho_C (V_0 - V_i) = \frac{V_0}{2}$



$$\rho_C (V_0 - V_i) = \frac{V_0}{2} - V$$

$$\rho_C = \frac{\frac{V_0}{2} - V}{V_0 - V_i}$$

if $\rho_C < \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \quad \frac{\frac{V_0}{2} - V}{V_0 - V_i} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_0}{2} - V < \frac{V_0}{2} - \frac{V_i}{2}$$

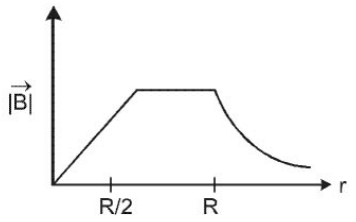
$$-V < -\frac{V_i}{2}$$

$$V > \frac{V_i}{2}$$

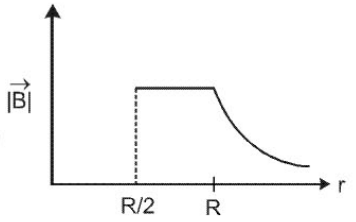
so (A)

3. एक असीमित लम्बाई के खोखले (hollow) चालक-बेलन की आंतरिक –त्रिज्या R/2 और बाहरी–त्रिज्या R है। इसकी लम्बाई की दिशा में एकसमान धारा घनत्व है। इसके चुम्बकीय–क्षेत्र का मान $|\vec{B}|$ अक्ष से त्रिज्यीय दूरी r के साथ जिस प्रकार बदलता है उसका सर्वोत्तम वर्णन किस ग्राफ में है ?

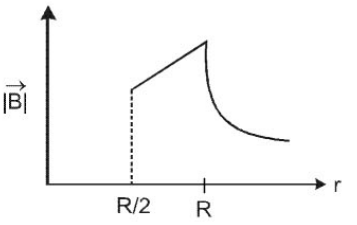
(A)



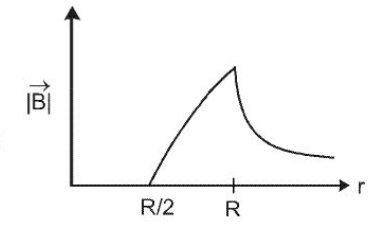
(B)



(C)

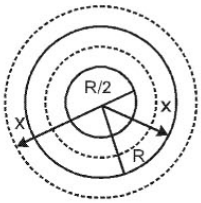


(D)



Ans. (D)

Sol.



Case-I $x < \frac{R}{2}$

$|B| = 0$

Case-II $\frac{R}{2} \le x < R$

$\int \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 I$

$$|B|\, 2\pi x = \mu_0 \left[\pi x^2 - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\right] J$$

$$|B| = \frac{\mu_0 J}{2x}\left(x^2 - \frac{R^2}{4}\right)$$

Case-III $x \ge R$

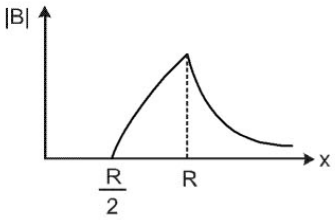
$\int \vec{B}.\, d\vec{\ell} = \mu_0 I$

$$|B|\, 2\pi x = \mu_0 \left[\pi R^2 - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\right] J$$

$$|B| = \frac{\mu_0 J}{2x}\ \frac{3}{2}\ R^2$$

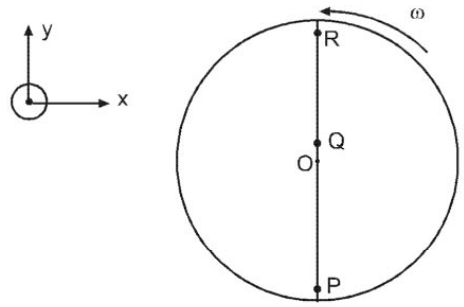
$$|B| = \frac{3\mu_0 J R^2}{8x}$$

so



4. एक डिस्क अपने केन्द्र O पर एक समान कोणीय चाल ω से घूम रही है। इसके व्यास के एक तरफ आच्छादित व दूसरी तरफ अन–आच्छादित क्षेत्र हैं (चित्र देखिए)। जब डिस्क चित्र में दर्शायी गई अवस्था में है तब दो कंकड़ P और Q एक ही समय पर y-z तल में R की तरफ एक कोण पर प्रक्षेपित किये जाते हैं। दोनों का वेग डिस्क के सापेक्ष बराबर है। मानें कि

(i) डिस्क के $\frac{1}{8}$ चक्कर काटने से पहले कंकड़ डिस्क पर वापस आ गिरते हैं, (ii) उनका परास डिस्क की त्रिज्या के आधे से कम है, और (iii) ω वही बना रहता है। तब



(A) P आच्छादित क्षेत्र में गिरेगा; और Q अन–आच्छादित क्षेत्र में

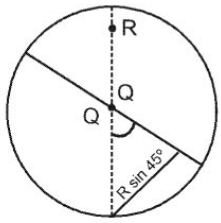
(B) P अनआच्छादित क्षेत्र में गिरेगा ; और Q आच्छादित क्षेत्र में

(C) P और Q दोनों अन–आच्छादित क्षेत्र में गिरेंगे

(D) P और Q दोनों आच्छादित क्षेत्र में गिरेंगे

Ans. **(A)**

Sol.



कण P के अनआच्छादित भाग में गिरने के लिए इसके द्वारा तय क्षैतिज परास $R \sin 45^\circ$ या $(0.7\ R)$ से अधिक होनी चाहिए लेकिन इसकी पास $\frac{R}{2}$ से कम है अतः यह आच्छादित भाग में गिरेगा।

Q लगभग मूल बिन्दु के पास है। इसका वेग लगभग QR के अनुदिश है। अतः यह अनआच्छादित भाग में गिरेगा।
अतः A है।

5. एक छात्र अनुनादी स्तम्भ का प्रयोग कर रहा है। स्तम्भ–नली का व्यास 4 cm और स्वरित्र–द्विभुज की आवृत्ति 512 Hz है। वायु का तापमान 38°C है और उसमें ध्वनि की चाल 336 m/s है। मीटर–स्केल का शून्य स्तम्भ–नली के ऊपरी सिरे के ठीक सामने है। प्रथम अनुनाद की अवस्था में स्तम्भ–नली में पानी के स्तर का पाठ्यांक है ।

(A) 14.0 (B) 15.2 (C) 16.4 (D) 17.6

Ans. **(B)**

Sol. $\frac{V}{4(\ell + e)} = f$

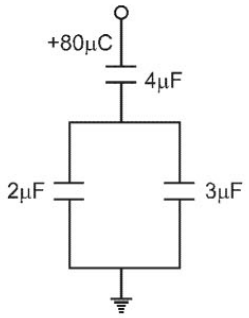
$\Rightarrow \ell + e = \frac{V}{4f}$

$\Rightarrow \ell = \frac{V}{4f} - e$

here यहाँ $e = (0.6)r = (0.6)(2) = 1.2$ cm

so $\ell = \frac{336 \times 10^2}{4 \times 512} - 1.2 = 15.2$ cm

6. दिये गये परिपथ में 4μf के संधारित्र की ऊपरी प्लेट पर +80 μC आवेश दिया जाता है। तब स्थिर अवस्था में, 3μF संधारित्र की ऊपरी प्लेट पर आवेश होगा



(A) +32 μC (B) +40 μC
(C) +48 μC (D) +80 μC

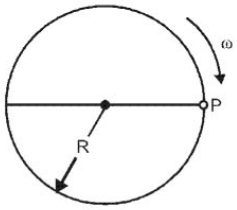
Ans. **(C)**

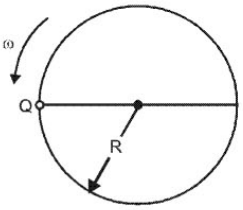
Sol. $q_3 = \frac{C_3}{C_2 + C_3} . Q$

$q_3 = \frac{3}{3+2} \times 80 = \frac{3}{5} \times 80$

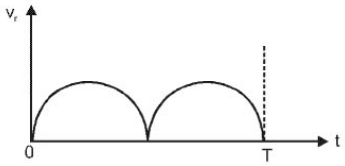
$= 48$ μC

7. समान त्रिज्या R वाली दो एकसमान डिस्क अपनी धुरी पर एक समान व स्थिर कोणीय चाल ω से विपरीत दिशा में घूम रही हैं। डिस्क एक ही क्षैतिज तल में हैं। समय $t = 0$ पर बिन्दु P और Q चित्र में दर्शाये अनुसार आमने–सामने हैं। बिन्दु P और बिन्दु Q की आपेक्षिक चाल v_r को एक आवर्तनकाल (T) में देखें। तब v_r का समय के साथ परिवर्तन का किस ग्राफ में सर्वोत्तम वर्णन है ?

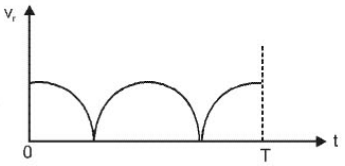




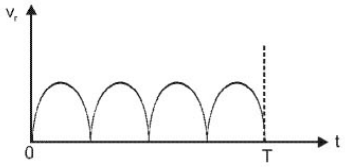
(A)



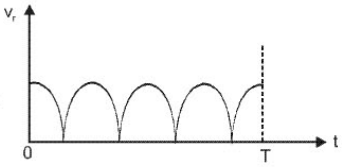
(B)



(C)

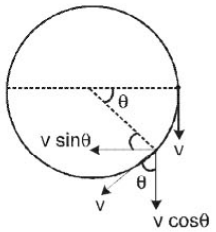


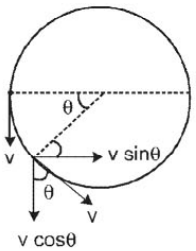
(D)



Ans. (A)

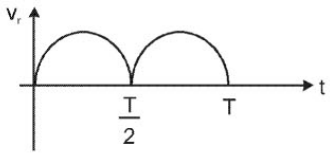
Sol.





$v_r = |2 v \sin \theta)|$

$= |2v \sin \omega t)|$



8. एक रबर के गुब्बारे में दो मोल आदर्श हीलियम गैस 30° C पर है। गुब्बारा पूरी तरह फैल सकता है और उसमें फैलने में कोई ऊर्जा खर्च नहीं होती, ऐसा मान लें। गुब्बारे में गैस का तापमान धीरे–धीरे 35°C कर दिया जाता है, तब उसका तापमान बढ़ाने में खर्च हुई ऊष्मा लगभग कितनी है ? (R = 8.31 J/mol.K लें)

(A) 62J (B) 104 J (C) 124 J (D) 208 J

Ans. **(D)**

Sol. $\Delta Q = nC_P \Delta T$

$= 2\left(\frac{f}{2}R + R\right)\Delta T$

$= 2\left[\frac{3}{2}R + R\right] \times 5$

$= 2 \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times 5$

$= 208$ J

खण्ड - II : अनुच्छेद प्रकार

इस खण्ड में **3 अनुच्छेदों (Paragraphs) से सम्बन्धित 6 बहुविकल्प प्रश्न** हैं। जिन में से अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से **केवल एक सही है।**

प्रश्न 9 से 10 के लिए अनुच्छेद

1900 के आसपास हुई खोज के अनुसार β - क्षय प्रक्रम वास्तव में न्यूट्रॉन (n)का क्षय होता है। प्रयोगशाला में पाया गया है कि न्यूट्रॉन के क्षय होने पर प्रोटॉन (p) तथा एक इलेक्ट्रॉन ($\bar{e}$) जनित होते है। इसलिये, न्यूट्रॉन क्षय को द्वि–पिंडी क्षय–प्रक्रम मानकर, सैद्धांतिक गणना से यह सिद्ध किया गया कि इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा का मान स्थिर रहना चाहिए। लेकिन प्रयोगों ने दिखाया कि इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा के मान का संतत स्पेक्ट्रम होता है। त्रि–पिंडी क्षय प्रक्रम मानकर, अर्थात $n \rightarrow p + \bar{e} + \bar{\upsilon}_e$,1930 के आसपास Pauli ने इलेक्ट्रॉन का देखा गया ऊर्जा स्पेक्ट्रम समझाया। प्रति–न्यूट्रिनों ($\bar{\upsilon}_e$) को द्रव्यमान रहित व नगण्य ऊर्जा का मान कर और न्यूट्रॉन को स्थिर मान कर , संवेग व ऊर्जा संरक्षण के नियम गणना में लगायें गये जिससे इलेक्टॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा को 0.8×10^6 eV आंका गया। प्रोटॉन की गतिज ऊर्जा केवल प्रतिक्षेप ऊर्जा है।

9. प्रति न्यूट्रीनों की अधिकतम ऊर्जा है।

(A) शून्य (B) 0.8×10^6eV से बहुत कम

(B) लगभग 0.8×10^6eV (D) 0.8×10^6eV से बहुत अधिक

Ans. **(C)**

Sol. KE_{max} of β^-

$Q = 0.8 \times 10^6$ eV

$KE_P + KE_{\beta^-} + KE_{\bar{\nu}} = Q$

KE_P (लगभग शून्य होगा)

जब $KE_{\beta^-} = 0$

तब $KE_{\bar{\nu}} = Q - KE_P \cong Q$

10. यदि प्रति न्यूट्रिनों का द्रव्यमान शून्य न होकर, $3eV/c^2$ हो, (जहाँ c, प्रकाश की गति है)तब इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा, K, का परास होगा

(A) $0 \le K \le 0.8 \times 10^6$ eV
(B) $0 \le K \le 0.8 \times 10^6$ eV
(C) $3.0eV \le K < 0.8 \times 10^6$ eV
(D) $0 \le K < 0.8 \times 10^6$ eV

Ans. **(D)**

Sol. $O \le KE_{\beta^-} \le Q - KE_P - KE_{\bar{\nu}}$

$O \le KE_{\beta^-} < Q$

प्रश्न 11 से 12 के लिए अनुच्छेद

अधिकतर पदार्थों का अपतवर्तनांक n>1 होता है। इसलिये जब कोई प्रकाश किरण वायु से किसी प्राकृतिक पदार्थ में प्रवेश करती है तब, Snell's नियम $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$ के अनुसार, अपवर्तित किरण अभिलंब की तरफ झुकती है। लेकिन यह कभी भी अभिलंब के आपतित किरण वाले ओर से बाहर नहीं निकलती । विद्युत–चुम्बकत्व के अनुसार,किसी माध्यम का अपवर्तनांक $n = \left(\frac{c}{v}\right) = \pm\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ होता है, जहाँ c विद्युत –चुम्बकीय तरंगों की निर्वात में चाल तथा v उनकी माध्यम में चाल है, ε_r व μ_r क्रमशः माध्यम की सापेक्ष विद्युतशीलता व चुंबकशीलता है। आम पदार्थों में ε_r व μ_r दोनों धनात्मक होते है, अर्थात माध्यम का n धनात्मक है। जब ε_r व μ_r दोनों ऋणात्मक हों तब हमें n का ऋणात्मक वर्गमूल लेना होगा। ऐसे ऋणात्मक n वाले पदार्थ अब अप्राकृतिक रूप में तैयार किये जा सकते है। और उन्हें मैटा पदार्थ (meta-material) कहते हैं। वे बिल्कुल अलग तरह का प्रकाशिक गुणधर्म दर्शाते हैं, परन्तु भौतिक नियमों का उल्लघंन नहीं करते है। चूँकि n ऋणात्मक है, अपरिवर्तित प्रकाश की चलने की दिशा में परिवर्तन होता है। तथापि आम पदार्थों की तरह इन मैटा–पदार्थों में भी अपवर्तन पर प्रकाश की आवृत्ति नहीं बदलती।

11. सही कथन चुनें।

(A) मैटा–पदार्थ में प्रकाश की गति $v = c\,|n|$ है

(B) मैटा–पदार्थ में प्रकाश की गति $v = \frac{c}{|n|}$ है

(C) मैटा–पदार्थ में प्रकाश की गति v = c है

(D) मैटा–पदार्थ में प्रकाश की तंरगदैर्ध्य (λ_m) को $\lambda_m = \lambda_{air}|n|$ द्वारा दर्शा सकते है। जहाँ λ_{air} वायु में प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है।

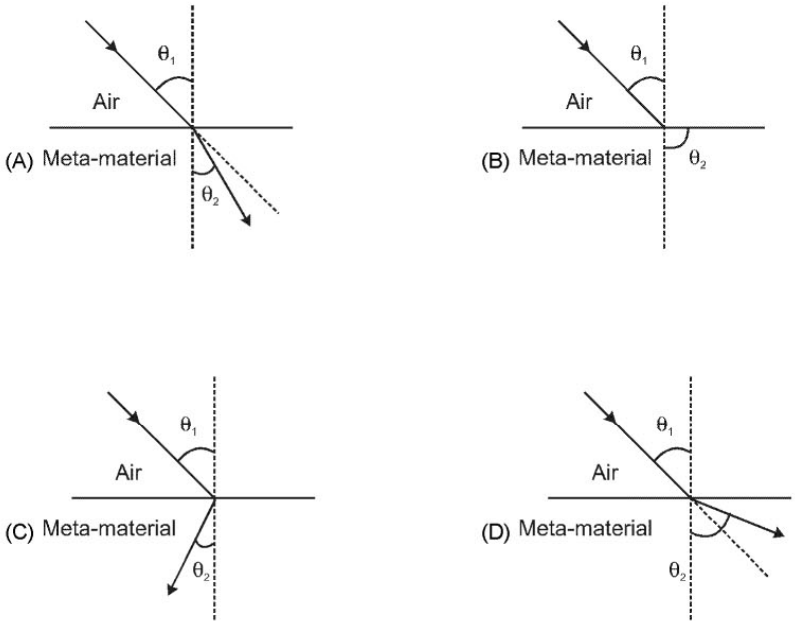
Ans. **(B)**

Sol. $n = \frac{c}{v}$

मेटा पदार्थ के लिए

$v = \frac{c}{|n|}$

12. वायु (air) से मैटा पदार्थ पर आपतित प्रकाश-किरण के लिये उपयुक्त किरण-चित्र है



Ans. **(C)**

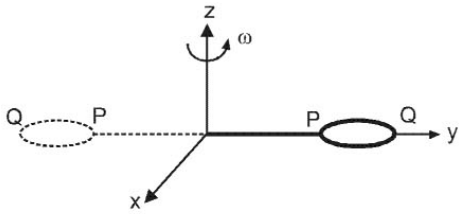
Sol. **(C)** मेटा पदार्थ का अपवर्तनांक ऋणात्मक है।

$\therefore$ (C) $\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 \Rightarrow$ n_2 ऋणात्मक

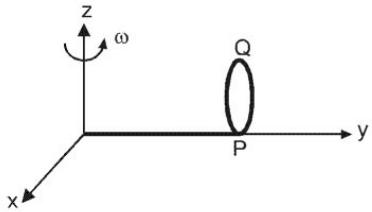
$\therefore$ θ_2 ऋणात्मक

प्रश्न 13 से 14 के लिए अनुच्छेद

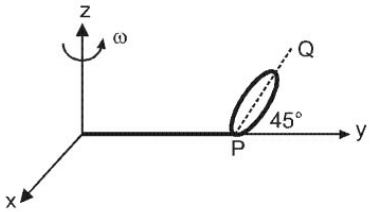
व्यापक रूप से किसी दृढ़ पिण्ड की गति को हम दो अलग–अलग गतियों के संयुक्त रूप में देख सकते हैं : (i) उसके संहति–केन्द्र की किसी अक्ष के परितः गति, और (ii) उसके संहति–केन्द्र से गुजरने वाले किसी तात्क्षणिक–अक्ष के परितः उसकी गति। यह आवश्यक नहीं है कि दोनों अक्ष स्थिर हों। उदाहरण के लिए हम क्षैतिज तल में रखी एक समान डिस्क को लेते हैं जो अपनी परिधि पर एक द्रव्यमान रहित छड़ से दृढ़ता से जुड़ी है (चित्र देखिये)। यह डिस्क–छड़ निकाय उद्गम के परितः ω कोणीय चाल से घर्षण–रहित क्षैतिज तल में घूम रहा है। तब किसी भी क्षण डिस्क की गति को दो भिन्न गतियों के अध्यारोपण के रूप में देख सकते हैं (i) डिस्क के संहति केन्द्र का z- अक्ष के सापेक्ष घूर्णन, और (ii) डिस्क का अपने संहति केन्द्र से गुजर रहे ऊर्ध्वाधर तात्क्षणिक–अक्ष पर घूर्णन (जो कि बिन्दुओं P और Q के आपस में स्थान बदलने के रूप में दिखता है)। इस उदाहरण में इन दोनों घूर्णनों की कोणीय चाल ω है।



अब चित्र में दर्शाये गये उसी प्रकार के निकाय के दो भिन्न स्वरूपों (cases) पर ध्यान दें। Case (a) : डिस्क का पृष्ठ ऊर्ध्वाधर है और x-z तल के समांतर है ; Case (b) : डिस्क का पृष्ठ x-y तल में 45° कोण बनाता है एवं उसका क्षैतिज व्यास x–अक्ष के समांतर है। दोनों cases में डिस्क बिन्दु P पर जड़ित है तथा यह निकाय z- अक्ष के परितः ω कोणीय चाल से घूर्णन करता है।



Case (a)



Case (b)

13. तात्क्षणिक–अक्ष (जो संहति–केन्द्र से गुजर रहा है) के परितः घूर्णन की कोणीय चाल के बारे में कौन सा प्रकथन सही है ?

(A) दोनों cases के लिये यह $\sqrt{2}\omega$ है।

(B) Case (a) के लिये यह ω है ; Case (b) के लिये यह $\frac{\omega}{\sqrt{2}}$ है।

(C) Case (a) के लिये यह ω है ; Case (b) के लिये यह $\sqrt{2}\omega$ है।

(D) दोनों cases के लिये यह ω है।

Ans. **(D)**

14. तात्क्षणिक–अक्ष (जो संहति–केन्द्र से गुजर रहा है) के बारे में कौन सा प्रकथन सही है ?

(A) यह दोनों cases के लिये ऊर्ध्वाधर है।

(B) Case (a) के लिये ऊर्ध्वाधर है ; Case (b) के लिये x-z तल से 45° कोण पर एवं डिस्क के पृष्ठ में है।

(C) Case (a) के लिये क्षैतिज है ; Case (b) के लिये x-z तल से 45° कोण पर एवं डिस्क–पृष्ठ के लम्बवत् है।

(D) Case (a) के लिये ऊर्ध्वाधर है ; Case (b) के लिये x-z तल से 45° कोण पर एवं डिस्क–पृष्ठ के लम्बवत है।

Ans. **(A)**

खण्ड - III : बहुल सही उत्तर प्रकार

इस खण्ड में **6 बहुविकल्प प्रश्न** हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से एक या अधिक सही है।

15. समान द्रव्यमान और समान त्रिज्या के दो ठोस बेलन P और Q एक जड़ आनत तल पर समान ऊँचाई से एक ही समय लुढ़कना शुरू करते हैं। बेलन P का अधिकतम द्रव्यमान उसकी सतह की ओर केन्द्रित है और बेलन Q का अधिकतम द्रव्यमान उसके अक्ष की ओर केन्द्रित है। तब कौन प्रकथन सही है/हैं ?

(A) दोनों बेलन एक साथ जमीन पर पहुँचेंगे।

(B) बेलन P का रेखीय त्वरण बेलन Q से ज्यादा है।

(C) दोनों बेलन जमीन पर समान स्थानांतरण गतिज–ऊर्जा के साथ पहुँचते हैं।

(D) बेलन Q जमीन पर ज्यादा कोणीय–गति से पहुँचता है।

Ans. **(D)**

Sol. $I_P > I_Q$

$$a_P = \frac{g\sin\theta}{I_P + mR^2}$$

$$a_Q = \frac{g\sin\theta}{I_Q + mR^2}$$

$a_P < a_Q \Rightarrow V = u + at \Rightarrow t \propto \frac{1}{a}$

$t_P > t_Q$

$V^2 = u^2 + 2as \Rightarrow v \propto a \Rightarrow V_P < V_Q$

स्थान्तरित गतिज ऊर्जा K.E. = $\frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow TR\ KE_P < TR\ KE_Q$

$V = \omega R \Rightarrow \omega \propto V \Rightarrow \omega_P < \omega_Q$

Ans. (D)

16. एक असीमित लम्बाई के तार में धारा प्रवाहित है। यह तार एक वृत्तीय तार लूप के व्यास पर बिना उससे संपर्क किये रखी है। तब सही प्रकथन है/हैं

(A) यदि धारा अपरिवर्तित है तो लूप में प्रेरित विभवानतर (emf) शून्य है।

(B) यदि धारा अपरिवर्तित है तो लूप में प्रेरित विभवानतर (emf) परिमित है।

(C) यदि धारा एकसमान दर से घट रही है। तो प्रेरित विभवानतर (emf) शून्य है।

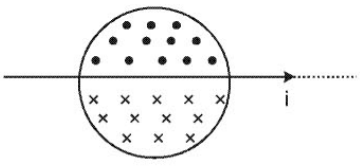
(D) यदि धारा एकसमान दर से घट रही है। तो प्रेरित विभवानतर (emf) परिमित है।

Ans. **(A,C)**

Sol.

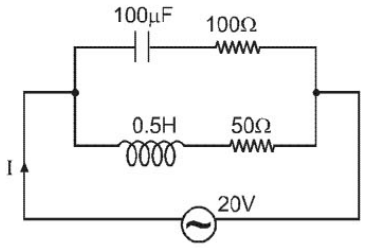
$(\phi)_{loop} = 0$ सभी स्थितियों के लिए

अतः प्रेरित विद्युत वाहक बल = 0



17. दिये गये परिपथ में AC स्त्रोत का ω = 100 rad/s है। प्रेरक तथा संधारित मानकर विकल्प (विकल्पों) का सही चुनाव करें

(A) परिपथ में धारा I = 0.3 A है।



(B) परिपथ में धारा I = $0.3\sqrt{2}$ A है।

(C) 100 Ω प्रतिरोध के पार वोल्टेज $10\sqrt{2}$ V है।

(D) 50 Ω प्रतिरोध के पार वोल्टेज 10 V है।

Ans. **(A,C)**

Sol. C = 100 μF, $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(100)(100\times10^{-6})}$

$X_C = 100\,\Omega$, $X_L = \omega L = (100)(.5) = 50\,\Omega$

$Z_1 = \sqrt{x_C^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\Omega$

$Z_2 = \sqrt{x_L^2 + 50^2} = \sqrt{50^2 + 50^2}$

$= 50\sqrt{2}$

$\varepsilon = 20\sqrt{2}\sin\omega t$

$i_1 = \frac{20\sqrt{2}}{100\sqrt{2}}\sin(\omega t + \pi/4)$

$i_1 = \frac{1}{5}\sin(\omega t + \pi/4)$

$I_2 = \frac{20\sqrt{2}}{50\sqrt{2}}\sin(\omega t - \pi/4)$

$I = \sqrt{(.2)^2 + (.4)^2}$

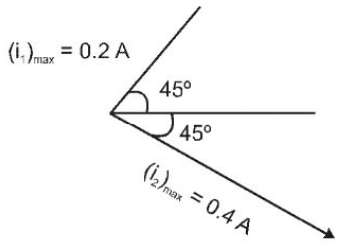
$= (.2)\sqrt{1+4}$

$= \frac{1}{5}\sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$(I)_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

≈ 0.3 A

$(V_{100\Omega})_{rms} = (I_1)_{rms} \times 100$



$$= \left(\frac{0.2}{\sqrt{2}}\right) \times 100 = \frac{20}{\sqrt{2}}$$

$$= 10\sqrt{2}\ V$$

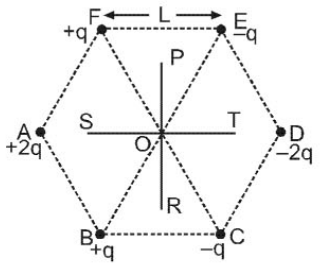
$$V_{50\Omega})_{rms} = \left(\frac{0.4}{\sqrt{2}}\right) \times 50$$

$$= \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}\ V$$

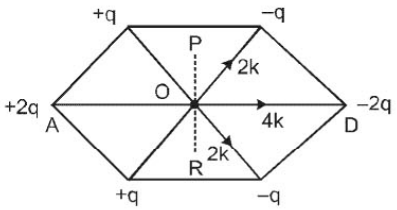
Ans. (A), (C)

18. L भुजा व O केन्द्र वाले एक समबाहु षट्भुज के कोनों पर 6 बिन्दु–आवेश चित्र में दर्शाये अनुरूप रखे है। $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{L^2}$ को मानकर निर्धारित करें कि कौन प्रकथन सही है/हैं

(A) O पर विद्युत क्षेत्र 6K व OD दिशा में है।
(B) O पर विभव शून्य है।
(C) लाइन PR पर सब जगह विभव समान है।
(D) लाइन ST पर सब जगह विभव समान है।



Ans. **(A,B,C)**



Sol.

$E_0 = 6$ K (along OD)
$V_0 = 0$
PR रेखा के अनुदिश विभव शून्य है।
Ans. (A), (B), (C)

19. दो गोलीय ग्रह P और Q का घनत्व ρ एकसमान व बराबर है, द्रव्यमान M_P और M_Q है, और सतह का क्षेत्रफल क्रमशः A और 4A है। एक गोलीय ग्रह R का भी घनत्व ρ एकसमान है और द्रव्यमान (M_P+M_Q) है। ग्रहों P,Q और R से पलायन वेग क्रमशः V_P, V_Q और V_R है। तब

(A) $V_Q > V_R > V_P$ (B) $V_R > V_Q > V_P$ (C) $V_R/V_P = 3$ (D) $V_P/V_Q = \frac{1}{2}$

Ans. **(B,D)**

Sol. $V_{es} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2.G\rho.\frac{4}{3}\pi R^3}{R}} = \sqrt{\frac{4G\rho}{3}}\ R$

$V_{es} \propto R$

पृष्ठीय क्षेत्रफल $P = A = 4\pi R_P^2$

पृष्ठीय क्षेत्रफल $Q = 4A = 4\pi\ R_Q^2$

$\Rightarrow R_Q = 2R_p$

R का द्रव्यमान is $M_R = M_P + M_Q$

$\rho\frac{4}{3}\pi R_R^3 = \rho\frac{4}{3}\pi R_P^3 + \rho\frac{4}{3}\pi R_Q^3$

$\Rightarrow R_R^3 = R_P^3 + R_Q^3$

$= 9R_P^3$

$R_R = 9^{1/3} R_P \Rightarrow R_R > R_Q > R_P$

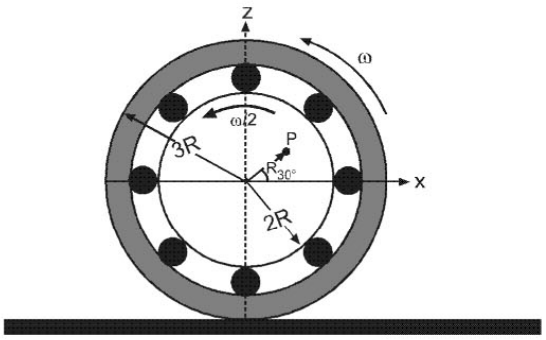
इसलिए $V_R > V_Q > V_P$

$\frac{V_R}{V_P} = 9^{1/3}$ तथा $\frac{V_P}{V_Q} = \frac{1}{2}$

Ans. **(B,D)**

20. चित्र में दिखाये निकाय के हिस्से हैं : (i) 3R बाहरी–त्रिज्या की रिंग, जो क्षैतिज सतह पर ω कोणीय चाल से दक्षिणावर्त बिना फिसले लुढ़क रही है, और (ii) 2R त्रिज्या की भीतरी डिस्क जो $\omega/2$ कोणीय चाल ये वामावर्त घूम रही है। घर्षण –रहित बॉल–बियरिंग (गोलियाँ) रिग और डिस्क को एक दूसरे से अलग रखते हैं। निकाय x-z तल में है। भीतरी डिस्क पर बिन्दु P उद्गम से R दूरी पर है और OP क्षैतिज से 30° का कोण बनाता है। तब क्षैतिज सतह के सापेक्ष

(A) बिन्दु O का रेखीय वेग $3R\omega\hat{i}$ है।



(B) बिन्दु P का रेखीय वेग $\frac{11}{4}R\omega\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{4}R\omega\hat{k}$ है।

(C) बिन्दु P का रेखीय वेग $\frac{13}{4}R\omega\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{4}R\omega\hat{k}$

(D) बिन्दु P का रेखीय वेग $\left(3 - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R\omega\hat{i} + \frac{1}{4}R\omega\hat{k}$ है।

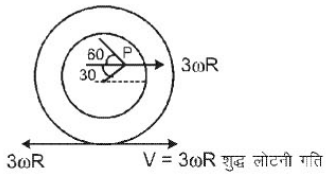
Ans. **(A,B)**

Sol. $V_0 = 3\omega R\,\hat{i}$

$V_P\ (3\omega R - \frac{\omega R}{2}\cos 60^\circ)\ \hat{i} + \frac{\omega R}{2}\sin 60\,\hat{j}$

$= \frac{11\omega R}{4}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}\omega R}{4}\hat{i}$

Ans. (A,B)



भाग - II : रसायन विज्ञान

खण्ड - I : एकल सही उत्तर प्रकार

इस खण्ड में **8** बहुविकल्प प्रश्न है। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से एक ही सही है।

21. $NiCl_2\{P(C_2H_5)_2\}(C_6H_5)\}_2$ ताप आश्रित चुम्बकीय व्यवहार (अनुचुम्बकीय (paramagnetic) / प्रतिचुम्बकीय (diamagnetic) दिखाता है। Ni^{2+} की अनुचुम्बकीय और प्रतिचुम्बकीय अवस्था में उपसहसंयोजन ज्यामितियाँ (coordination gemetries) क्रमशः

(A) चतुष्फलकीय (tetrahedral) और चतुष्फलकीय (tetrahedral) है।

(B) वर्ग समतलीय (square planar) और वर्ग समतलीय (square planar) है।

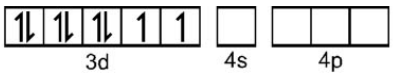
(C) चतुष्फलकीय (tetrahedral) और वर्ग समतलीय (square planar) है।

(D) वर्ग समतलीय (square planar) और चतुष्फलकीय (tetrahedral) है।

Ans. **(C)**

Sol. $[NiCl_2\{PEt_2Ph\}]$, में Ni^{2+} का इलेक्ट्रानिक विन्यास निम्न हैं :,

$Ni^{2+} = [Ar]\ 3d^8 4s^0$



उच्च चक्रण अवस्था में, यह अनुचुम्बकीय, sp^3 संकरित, चतुष्फलकीय होता है।

न्यून चक्रण अवस्था में यह प्रतिचुम्बकीय, dsp^2 संकरित, वर्गाकार समतलीय होता है।

22. जलीय NaOH और श्वते फॉस्फोरस (white phosphorus) के साथ अभिक्रिया में फॉस्फीन (phosphine) और एक दूसरा फॉस्फोरस युक्त यौगिक बनते है। अभिक्रिया प्रकार (reaction type) फॉस्फोरस की ऑक्सीकरण स्थिति (oxidation state) फॉस्फीन में और दूसरे फॉस्फोरस युक्त यौगिक में क्रमशः

(A) अपयोपचन अभिक्रिया (redox reaction) ; – 3 और –5 हैं।

(B) अपयोचन अभिक्रिया (redox reaction) ; 3 और +5 हैं।

(C) असमानुपाती अभिक्रिया (disproportionation reaction) ; – 3 और + 5 हैं।

(D) असामनुपातन अभिक्रिया (disproportionation reaction); – 3 और + 3 हैं।

Ans. (C)

Sol. $P_4(s) + NaOH \longrightarrow \underset{(-3)}{PH_3} + \underset{(+1)}{NaH_2PO_2}(aq)$

$$NaH_2PO_2 \xrightarrow{\Delta} \underset{(+5)}{Na_3PO_4} + PH_3$$

Na_3PO_4 तथा PH_3 में फॉस्फोरस की ऑक्सीकरण अवस्था +5 तथा –3 क्रमशः हैं। यह विषमानुपातन अभिक्रिया है।

23. अर्जेन्टाइट अयस्क (argenite ore) से चाँदी के सायनाइड निष्कर्षण प्रक्रम मे प्रयोग किये जाने वाले ऑक्सीकारक व अपचायक कर्मक (oxidizing and reducing agents) क्रमशः है।

(A) O_2 और CO
(B) O_2 और यशदरज (Zn dust)
(C) HNO_3 और (Zn dust)
(D) HNO_3 और CO

Ans. **(B)**

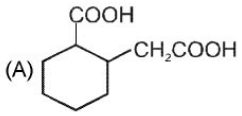
Sol. सिल्वर के निष्कर्षण में Ag_2S का वायु की उपस्थिति में KCN के साथ निक्षालन (leached) किया जाता है।

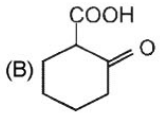
$Ag_2S + NaCN + O_2 \rightleftharpoons Na[Ag(CN)_2] + Na_2S_2O_3$

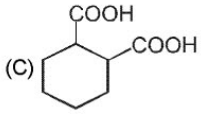
इस प्रकार O_2 ऑक्सीकारक है।

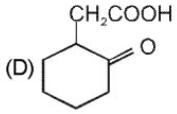
$2Ag(CN)_2^- + Zn \longrightarrow [Zn(CN)_4]^{2-} + 2Ag \downarrow$

24. मंद स्थिति (mild condition) में, सबसे अधिक सरलता से विकार्बोक्सिलकरण (decarboxylation) होने वाला यौगिक निम्न है।









(A)

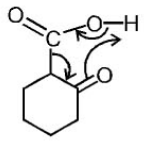
(B)

(C)

(D)

Ans. **(B)**

Sol. विकॉर्बोक्सीलीकरण में β-कार्बन δ– आवेश ग्रहित करता है। जब भी δ– आवेश स्थायीत्व प्राप्त करता है, विकॉर्बोक्सीलीकरण सरल हो जाता है। (B) में यह C = O के –I एवं –m से स्थायी होता है जो दिए गए विकल्पों में सर्वोत्तम है।



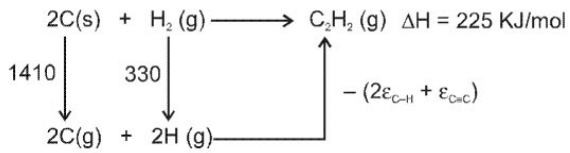
25. दिए हुए उपात्त का प्रयोग कर, C_2H_2 में एक C≡C बंध की बहुआबन्ध ऊर्जा (multiple bond energy ; kJ mol^{-1}) का परिकलन कीजिए। वह ऊर्जा निम्न है (C–H बंध की बन्धन ऊर्जा 350 kJ mol^{-1} लें)

$2C(s) + H_2(g) \longrightarrow C_2H_2(g)$ $\Delta H = 225$ kJ mol^{-1}

$2C(s) \longrightarrow 2C(g)$ $\Delta H = 1410$ kJ mol^{-1}

$H_2(g) \longrightarrow 2H(g)$ $\Delta H = 330$ kJ mol^{-1}

(A) 1165 (B) 837 (C) 865 (D) 815



Ans. **(D)**

Sol.

∴ $\Delta H = +1410 + 330 - (350 \times 2) - \varepsilon_{C\equiv C} = +225$

∴ $\varepsilon_{C\equiv C} = 1740 - 700 - 225 = +815$ KJ/mol.

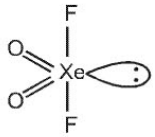
26. XeO_2F_2 अणु का आकार निम्न है।

(A) त्रिसमनताक्ष द्विपिरैमिडी (trigonal bipyramidal) (B) वर्ग समतलीय (square plannar)

(C) चतुष्फलकीय (tetrahedral) (D) ढैकुली या वलितवर्ग (see-saw)

Ans. **(D)**

Sol. XeO_2F_2 त्रिकोणीय द्विपिरामिडीय ज्यामितीय रखता है। निरक्षीय स्थिति पर एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म उपस्थित होने के कारण सी–सॉ आकृति होती है।



27. दी गई क्रिया अनुक्रम में मुख्य उत्पाद H क्या है

$$CH_3-CH_2-CO-CH_3 \xrightarrow{^{\ominus}CN} G \xrightarrow[\text{ऊष्मा}]{95\%\ H_2SO_4} H$$

(A) $CH_3-CH=\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}-COOH$

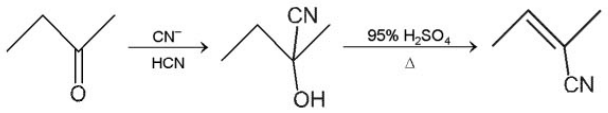
(B) $CH_3-CH=\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}-CN$

(C) $CH_3-CH_2-\overset{\displaystyle OH}{\overset{|}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}}}-COOH$

(D) $CH_3-CH=\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}-CO-NH_2$

Ans. **(B)**

Sol.



28. एक अवाष्पशील विद्युत अनपधरय (non-volatile non-electrolyte) विलेय के 2.5 g को 100 g पानी में घोलने से बने तनु विलयन के लिए, पानी के क्वथनांक (boiling point) को उन्नयन , 1 atm पर 2ºC से होता है। विलेय की सान्द्रता को विलायक की सान्द्रता से बहुत कम मानते हुए विलयन का वाष्प दाब (vapour pressure mm of Hg) निम्न है (K_b = 0.76 K kg mol^{-1} लें)

(A) 724 (B) 740 (C) 736 (D)718

Ans. **(A)**

Sol. $\Delta T_b = 2^{o}C$; $m_a = 2.5$ g

$m_{solvent} = 100$ g

$K_b = 0.76$ K. kg. mol^{-1}

$P_{solution} = ?$

$\Delta T_b = K_b \times m$

$2 = 0.76 \times m$ $\quad \therefore\ m = \dfrac{2}{0.76}$

$\dfrac{P^0 - P}{P} = m \times MM \times 10^{-3}$ $\quad \therefore\ \dfrac{760 - P}{P} = \dfrac{2}{0.76} \times 18 \times 10^{-3}$

$760 - P = \dfrac{36}{760}P$ $\quad \therefore\ 760 = \dfrac{796}{760}P$

$\therefore\ P = 760\left(\dfrac{796}{760}\right)$ torr = 725.6 torr $\approx$ 724 torr

खण्ड - II : अनुच्छेद प्रकार

इस खण्ड में **3 अनुच्छेदों (Paragraphs) से सम्बन्धित 6 बहुविकल्प प्रश्न** हैं। जिन में से अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से **केवल एक सही है।**

प्रश्न 29 से 30 के लिए अनुच्छेद

दिया हुआ विद्युत रासायनिक सेल एक सांद्रता सेल है।
$M|M^{2+}$ (एक अल्पविलेय लवण का संतृप्त विलयन MX_2)|| M^{2+} (0.001 mol dm^{-3}) |M
इसका सेलविभव (emf) दोनों इलैक्ट्रोडों M^{2+} आयन की सांद्रता पर निर्भर है। इस सेल का emf 298 K ताप पर 0.059 V है।

29. दिये गए सांद्रता सेल के उपात (data) के आधार पर MX_2 के विलेयता गुणनफल (K_{sp} ; $mol^3\ dm^{-9}$) का 298 K पर मान क्या है? (2.303× R × 298/F = 0.059 V लें)
(A) 1×10^{-15} (B) 4×10^{-15} (C) 1×10^{-12} (D) 4×10^{-12}

Ans. (B)

Sol. $M|M^{2+}(aq) \,||\, \underset{0.001\ M}{M^{2+}(aq)} \,|\, M$

एनोड : $M \longrightarrow M^{2+}(aq) + 2e^-$
कैथोड : $M^{2+}(aq) + 2e^- \longrightarrow M$

$M^{2+}(aq)_c \rightleftharpoons M^{2+}(aq)_a$

$$E_{cell} = 0 - \frac{0.059}{2}\log\left\{\frac{M^{2+}(aq)_a}{10^{-3}}\right\}$$

$$0.059 = -\frac{0.059}{2}\log\left\{\frac{M^{2+}(aq)_a}{10^{-3}}\right\}$$

$$-2 = \log\left\{\frac{M^{2+}(aq)_a}{10^{-3}}\right\}$$

$10^{-2} \times 10^{-3} = M^{2+}(aq)_a$ = विलेयता = s
$K_{sp} = 4s^3 = 4 \times (10^{-5})^3 = 4 \times 10^{-15}$

30. दिए गए सेल के लिए ΔG (kJ mol^{-1}) का मान क्या है? (1F = 96500 C mol^{-1} लें)
(A) – 5.7 (B) 5.7 (C) 11.4 (D) –11.4

Sol. $\Delta G = -nFE_{cell} = -2 \times 96500 \times 0.059 \times 10^{-3}$ kJ/mole
$= -11.4$ kJ/mole

प्रश्न 31 से 32 के लिए अनुच्छेद

विरंजक चूर्ण (bleaching powder) और विरंजक विलयन का बडी मात्रा में उत्पाद किया जाता है। इनका प्रयोग कई घरेलू उत्पादों में होता है। विरंजक विलयन की कार्यक्षमता अक्सर आयडेमिट्रि (iodometry) में मापी जाती है।

31. घरेलू विरंजक (bleach) विलयन के 25 mL को 0.50 M KI के 30 mL और 4N ऐसीटिक अम्ल (acetic acid) के 10 mL के के साथ मिलाया गया। निस्तारित iodine के अंतीय अनुमापन (end point titration) के लिये 0.25 N $Na_2S_2O_3$ के 48 mL लगे। घरेलू विरंजक विलयन की मोलरता क्या है?
(A) 0.48 M (B) 0.96 M (C) 0.24 M (D) 0.024 M

Ans. (C)

Sol. हाइपो के मिली मोल = 0.25 × 48

= 2 × Cl_2 के मिली मोल

Cl_2 के मिली मोल = $\frac{0.25 \times 48}{2}$ = 6 मिली मोल

= Cl_2 के मिली मोल = $CaOCl_2$ के मिली मोल

इसलिए, मोलरता = $\frac{6}{25}$M = 0.24 M

32. विरंजक चूर्ण (bleaching powder) में अन्य उत्पादों के अलावा एक ऑक्सोअम्ल (oxoacid) का लवण भी उपस्थित है। उस ऑक्सोअम्ल का एनहाइड्राइड (anhydride) निम्न है।

(A) Cl_2O (B) Cl_2O_7 (C) ClO_2 (D) Cl_2O_6

Ans. **(A)**

Sol. $CaOCl_2$ = Ca(OCl)Cl

OCl^- – हाइपो क्लोराइट आयन

जो कि HOCl का ऋणायन है।

HOCl का एनहाइड्राइड = Cl_2O

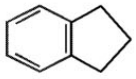
प्रश्न 33 से 34 के लिए अनुच्छेद

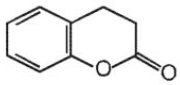
निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में J एक मध्यवर्ती यौगिक है।

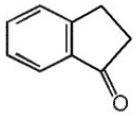
$$\text{I} \xrightarrow[\text{CH}_3\text{COONa}]{(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}} \text{J} \xrightarrow[\text{(ii) SOCl}_2 \text{ (ii) निर्जल (anhyd.) AlCl}_3]{\text{(i) H}_2\text{,Pd / C}} \text{K}$$

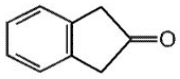
J ($C_9H_8O_2$) $NaHCO_3$ के साथ विवेचन (treatment) करने पर बुदबुदाहट और सकारात्मक बायर्स परीक्षण (Baeyer's test) देता है।

33. यौगिक K निम्न है।





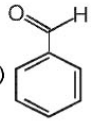


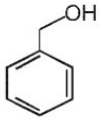


(A)   (B)   (C)   (D)

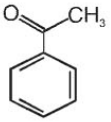
Ans. **(C)**

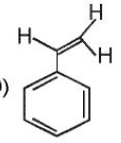
34. यौगिक I निम्न है





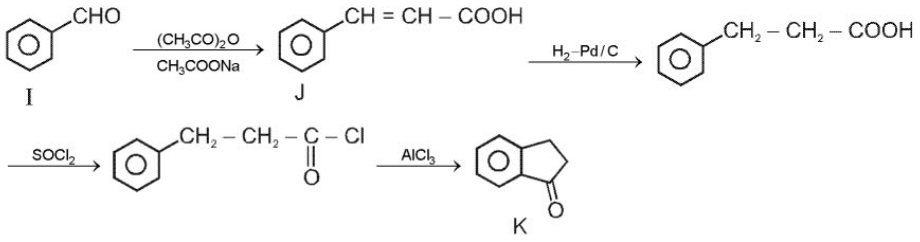
(A)   (B)   (C)   (D)





Ans. **(A)**

Sol. **(33 to 34)**



खण्ड - III : बहुल सही उत्तर प्रकार

इस खण्ड में **6 बहुविकल्प प्रश्न** हैं। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से एक या अधिक सही है।

35. ग्रेफाइट (graphite) और हीरे (diamond) के संदर्भ में कौन प्रकथन सही है/हैं ?

(A) ग्रेफाइट हीरे से कठोर है।

(B) ग्रेफाइट की वैद्युत चालकता (electrical conductivity) हीरे से अधिक है।

(C) ग्रेफाइट की ऊष्मा चालकता (thermal conductivity) हीरे से अधिक है।

(D) ग्रेफाइट का C–C आबंध क्रम (bond order) हीरे से अधिक है।

Ans. **(BD)**

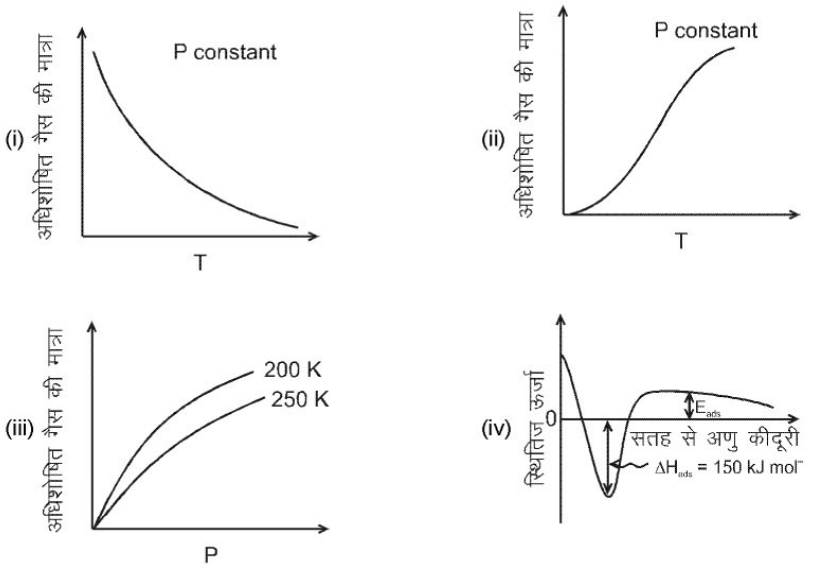
Sol. (A) हीरा, ग्रेफाइट की तुलना में कठोर होता है।

(B) ग्रेफाइट, हीरे की तुलना में वैद्युत का अच्छा चालक है।

(C) हीरा, ग्रेफाइट की तुलना में ऊष्मा का अच्छा चालक है।

(D) ग्रेफाइट का बन्ध क्रम ($\simeq 1.5$) > हीरे का बन्ध क्रम (= 1)

36. दिए हुए I , II, III और IV रेखाचित्र (data), मंद तापक्रम व दाब (moild temperature and pressure) पर, विभिन्न भौतिक अधिशोषण व रासायनिक अधिशोषण (प्रक्रमों) की सामान्य प्रवृत्ति दिखाते है। निम्नलिखित में से I,II, III और IV के संदर्भ में कौन विकल्प सही है/ हैं?



(A) I भौतिक अधिशोषण है और II रासायनिक अधिशोषण है

(B) I भौतिक अधिशोषण है और III रासायनिक अधिशोषण है

(C) IV रासायनिक अधिशोषण है और II रासायनिक अधिशोषण है

(D) IV रासायनिक अधिशोषण है और III रासायनिक अधिशोषण है

Ans. **(AC)**

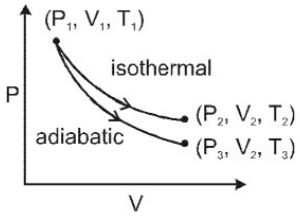
Sol. भौतिक अधिशोषण में नियत दाब पर ताप में वृद्धि के साथ अधिशोषण में कमी होती है जबकि रासायनिक अधिशोषण में ताप में वृद्धि के साथ सक्रियण ऊर्जा की आवश्यकता के कारण समान दाब पर अधिशोषण में वृद्धि होगी। अतः I भौतिक अधिशोषण है जबकि II रासायनिक अधिशोषण है।

III भौतिक अधिशोषण है। ताप में वृद्धि के साथ अधिशोषण की परास में कमी होती है।

IV रासायनिक अधिशोषण (बंध निर्माण के कारण) के दौरान एन्थैल्पी परिवर्तन (जो कि अधिक है)। अतः यह रासायनिक अधिशोषण के लिए मान्य है।

अतः उत्तर (A) तथा (C) है।

37. दिये हुए रेखाचित्र में एक आदर्श गैस के लिए रूद्धोष्म (adiabatic) और समतापी (isothermal) अवस्थाओं में उत्क्रमणीय प्रसरण (reversible expansion) दिखाया गया है। निम्नलिखित प्रकथनों में से कौन प्रकथन सही है/हैं?

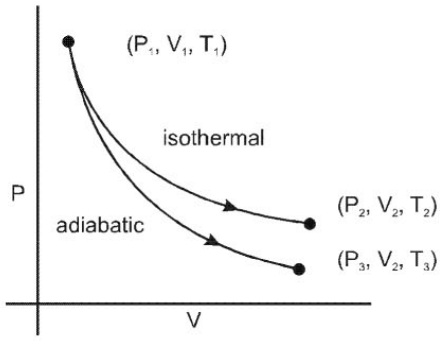


(A) $T_1 = T_2$ (B) $T_3 > T_1$

(C) $w_{isothermal} > w_{adiabatic}$ (D) $\Delta U_{isothermal} > \Delta U_{adiabatic}$

Ans. **(AD)**

Sol.



(A) $T_1 = T_2$ (समतापीय होने के कारण)

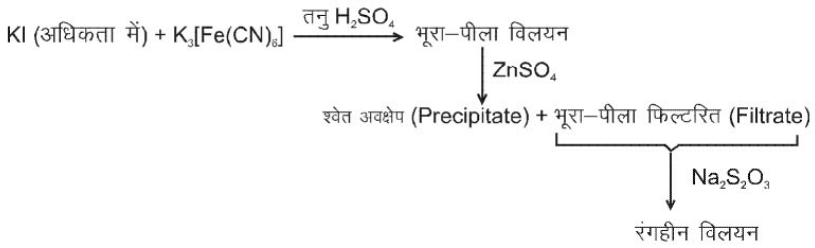
(B) $T_3 > T_1$ (असत्य) रूद्धोष्मीय प्रसार में शीतलन होगा)

(C) $W_{isothermal} > W_{adiabatic}$ { चिन्ह के साथ, यह असत्य है।}

(D) $\Delta U_{isothermal} = 0 > \Delta U_{adiabatic} = -ve$

अतः उत्तर (A) तथा (D) है।

38. निम्नलिखित जलीय अभिक्रियाओं के संदर्भ में दिए हुए प्रकथनों में से कौन प्रथकन सही है/ है?



(A) प्रथम अभिक्रिया एक अपचयोपचय अभिक्रिया है

(B) श्वेत अवक्षेप $Zn_3[Fe(CN)_6]_2$ है।

(C) फिल्टरित को स्टार्च (strach) के घोल नीला (blue) रंग देता है।

(D) श्वेत अवक्षेप NaOH के घोल में घुल जाता है।

Ans. **(ACD)**

Sol. $KI\,(aq) + K_3\,[Fe(CN)_6](aq) \longrightarrow \underset{\text{Brownish - yellow}}{KI_3\,(aq)} + K_4\,[Fe(CN)_6]\,(aq)$

$\downarrow + ZnSO_4\,(aq)$

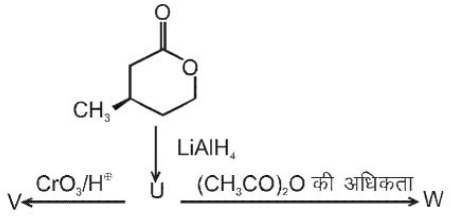
$\underset{\text{white ppt}}{K_2Zn_3[Fe(CN)_6]_2\downarrow}$ OR $\{K_2Zn[Fe(CN)_6]\downarrow\}$ $+ KI_3\,(aq)$

$KI_3\,(aq) \xrightarrow{Na_2S_2O_3} \underset{\text{Colourless}}{I^-\,(aq) + S_4O_6^{2-}\,(aq)}$

(D) NaOH के साथ

$K_2Zn\,[Fe(CN)_6] + NaOH \longrightarrow [Zn(OH)_4]^{2-}\,(aq) + [Fe(CN)_6]^{4-}\,(aq)$

39. निम्नलिखित स्कीम (scheme) में T, U, V और W के संदर्भ में , दिए प्रकथनों में कौन प्रकथन सही है / हैं?



(A) T गर्म जलीय NaOH में घुलनशील है।

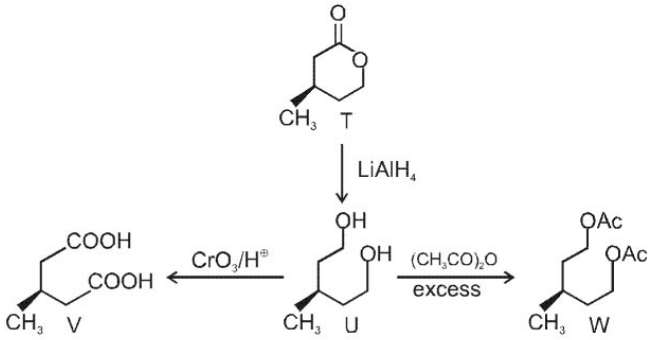
(B) U ध्रुवण–घूर्णक (optically active) है।

(C) W का आण्विक सूत्र (molecular formula) $C_{10}H_{18}O_4$ है।

(D) V की जलीय $NaHCO_3$ के साथ अभिक्रिया करने पर बुदबुदाहट होती है।

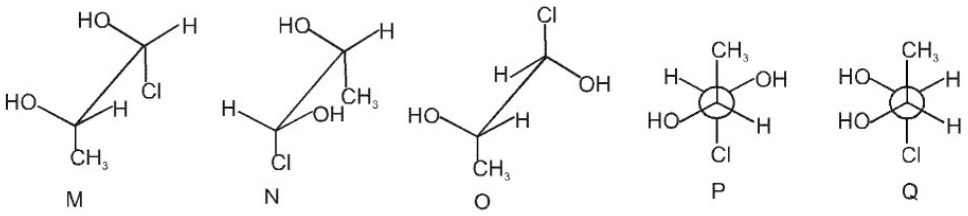
Ans. **(ACD)**

Sol.



40. M के संदर्भ में N, O, P और Q के बारे में कौन प्रकथन सही है/है?

M N O P Q



(A) M और N अप्रतिबिंबी त्रिविम समावयव (non-mirror image stereoisomers) है।

(B) M और O सर्वसमरूपी (identical) है।

(C) M और P प्रतिबिंब समावयवी रूप (enantiomers) है।

(D) M और Q सर्वसमरूपी (identical) है।

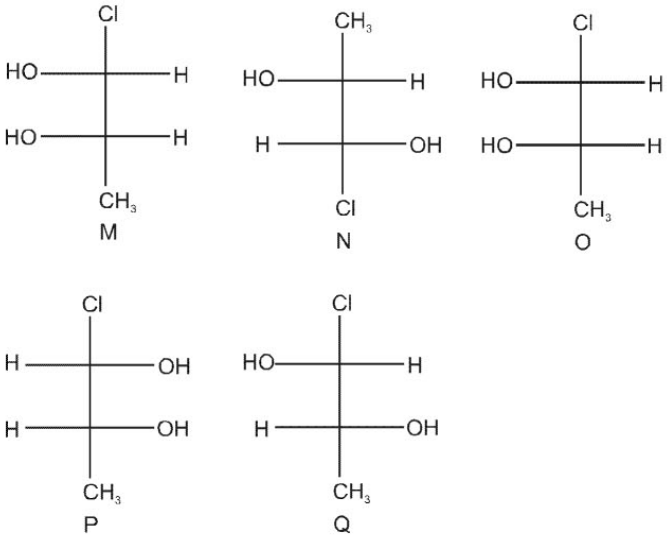
Ans. **(ABC)**

Sol.

M N O

P Q

Teko® CLASSES .....the support R-1, OPPOSITE RAILWAY TRACK, NEW GLASS CORNER BUILDING, ZONE-2 , M. P. NAGAR, BHOPAL (0755) 32 00 000,



भाग - III : गणित (MATHEMATICS)

खण्ड - I : एकल सही उत्तर प्रकार

इस खण्ड में **8 बहुविकल्प प्रश्न** है। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A, (B), (C) और (D) है जिनमें से **एक ही सही** है।

41. एक समतल, जो समतलों $x + 2y + 3z = 2$ और $x - y + z = 3$ की प्रतिच्छेदी रेखा से गुजरता है और बिन्दु $(3,1,-1)$ से $\frac{2}{\sqrt{3}}$ की दूरी पर है, का समीकरण निम्न है।

(A) $5x - 11y + z = 17$ (B) $\sqrt{2}x + y = 3\sqrt{2} - 1$

(C) $x + y + z = \sqrt{3}$ (D) $x - \sqrt{2}y = 1 - \sqrt{2}$

Sol. **Ans. (A)**

अभीष्ट समतल का समीकरण

$$(x + 2y + 3z - 2) + \lambda(x - y + z - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \quad (1 + \lambda)x + (2 - \lambda)y + (3 + \lambda)z - (2 + 3\lambda) = 0$$

बिन्दु $(3, 1, -1)$ से दूरी

$$= \left| \frac{3 + 3\lambda + 2 - \lambda - 3 - \lambda - 2 - 3\lambda}{\sqrt{(1+\lambda)^2 + (2-\lambda)^2 + (3+\lambda)^2}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad \left| \frac{-2\lambda}{\sqrt{3\lambda^2 + 4\lambda + 14}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad 3\lambda^2 = 3\lambda^2 + 4\lambda + 14$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = -\frac{7}{2}$$

अभीष्ट समतल का समीकरण

$$5x - 11y + z - 17 = 0$$

42. यदि सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{29}$ और $\vec{a} \times (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times \vec{b}$ है, तब $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (-7\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ का एक सम्भावित मान निम्न होगा–

(A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 8

Sol. **Ans. (C)**

माना $\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$

$$\vec{a} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{b}$$

$$\Rightarrow \quad (\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad (\vec{a} + \vec{b}) \parallel \vec{c}$$

माना $(\vec{a}+\vec{b}) = \lambda\vec{c}$

$\Rightarrow$ $|\vec{a}+\vec{b}| = |\lambda|\,|\vec{c}|$

$\Rightarrow$ $\sqrt{29} = |\lambda| \cdot \sqrt{29}$

$\Rightarrow$ $\lambda = \pm 1$

$\therefore$ $\vec{a}+\vec{b} = \pm (2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k})$

अब $(\vec{a}+\vec{b}).(-7\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}) = \pm (-14 + 6 + 12)$

$= \pm 4$

43. त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल Δ है जिसके लिए $a = 2, b = \frac{7}{2}$ और $c = \frac{5}{2}$ है, जहाँ a, b और c क्रमशः कोण P, Q और R की सम्मुख भुजाओं की लम्बाईयाँ हैं। तब $\frac{2\sin P - \sin 2P}{2\sin P + \sin 2P}$ का मान निम्न है–

(A) $\frac{3}{4\Delta}$ (B) $\frac{45}{4\Delta}$ (C) $\left(\frac{3}{4\Delta}\right)^2$ (D) $\left(\frac{45}{4\Delta}\right)^2$

Sol. **Ans. (C)**

$a = 2 = QR$

$b = \frac{7}{2} = PR$

$c = \frac{5}{2} = PQ$

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8}{4} = 4$

$$\frac{2\sin P - 2\sin P\cos P}{2\sin P + 2\sin P\cos P} = \frac{2\sin P(1-\cos P)}{2\sin P(1+\cos P)} = \frac{1-\cos P}{1+\cos P} = \frac{2\sin^2\frac{P}{2}}{2\cos^2\frac{P}{2}} = \tan^2\frac{P}{2}$$

$$= \frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)} = \frac{(s-b)^2(s-c)^2}{\Delta^2} = \frac{\left(4-\frac{7}{2}\right)^2\left(4-\frac{5}{2}\right)^2}{\Delta^2} = \left(\frac{3}{4\Delta}\right)^2$$

44. चार निष्पक्ष पाँसों (fair dice) D_1, D_2, D_3 और D_4 को, जिसमें प्रत्येक के छह फलकों (faces) पर संख्याएँ 1,2,3,4,5 एवं 6 अंकित हैं, एक साथ फेंका जाता है। पाँसे D_4 पर दर्शित संख्या के D_1, D_2 और D_3 पर दर्शित संख्याओं में से कोई एक होने की प्रायिकता (probability) निम्न है–

(A) $\frac{91}{216}$ (B) $\frac{108}{216}$ (C) $\frac{125}{216}$ (D) $\frac{127}{216}$

Sol. **Ans.** **(A)**

अनुकूल स्थितियाँ : D_4 एक संख्या प्रदर्शित करता है तथा

$D_1D_2D_3$ में से केवल एक वही संख्या प्रदर्शित करता है

या $D_1D_2D_3$ में से केवल दो वही संख्या प्रदर्शित करते है

या $D_1D_2D_3$ में से तीनों वही संख्या प्रदर्शित करते है

अभीष्ट प्रायिकता $= \dfrac{{}^6C_1({}^3C_1 \times 5 \times 5 + {}^3C_2 \times 5 + {}^3C_3)}{216 \times 6}$

$$= \frac{6 \times (75 + 15 + 1)}{216 \times 6}$$

$$= \frac{6 \times 91}{216 \times 6}$$

$$= \frac{91}{216}$$

45. समाकल $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(x^2 + \ell n \frac{\pi + x}{\pi - x}\right) \cos x \, dx$ का मान निम्न है–

(A) 0 (B) $\dfrac{\pi^2}{2} - 4$ (C) $\dfrac{\pi^2}{2} + 4$ (D) $\dfrac{\pi^2}{2}$

Sol. **Ans.** **(B)**

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(x^2 + \ell n\left(\frac{\pi + x}{\pi - x}\right)\right) \cos x \, dx = 2\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx + 0 \qquad \left(\because \ell n\left(\frac{\pi + x}{\pi - x}\right) \text{is an odd function}\right)$$

$$= 2\left[\left(x^2 \sin x\right)_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} 2x \sin x \, dx\right]$$

$$= 2\left(\frac{\pi^2}{4} - 0\right) - 4\int_0^{\pi/2} x \sin x \, dx$$

$$= \frac{\pi^2}{2} - 4\left[\left(-x \cos x\right)_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx\right]$$

$$= \frac{\pi^2}{2} - 4$$

46. एक 3 × 3 आव्यूह (matrix) P इस प्रकार का है कि $P^T = 2P + I$, जहाँ P^T आव्यूह P का आव्यूह-परिवर्त (transpose) और I 3 × 3 का तत्समक आव्यूह है। तब एक स्तम्भ आव्यूह (column matrix) $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि

(A) $PX = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (B) $PX = X$ (C) $PX = 2X$ (D) $PX = -X$

Sol. **Ans. (D)**

$P^T = 2P + I$

$\Rightarrow (P^T)^T = (2P + I)^T$

$\Rightarrow P = 2P^T + I$

$\Rightarrow P = 2(2P + I) + I$

$\Rightarrow 3P = -3I \quad \Rightarrow \quad P = -I$

$\Rightarrow PX = -IX = -X$

47. माना कि a_1, a_2, a_3,.....हरात्मक श्रेणी (harmonic progression) में है जहाँ $a_1 = 5$ और $a_{20} = 25$ है। वह न्यूनतम धनात्मक पूर्णांक n जिसके लिए $a_n < 0$ है, निम्न होगा–

(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25

Sol. **Ans. (D)**

संगत समान्तर श्रेढ़ी है

$\frac{1}{5}, \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{1}{25}$ (20 वाँ पद)

$\frac{1}{25} = \frac{1}{5} + 19\,d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{1}{19}\left(\frac{-4}{25}\right) = -\frac{4}{19\times 25}$

$a_n < 0$

$\frac{1}{5} - \frac{4}{19\times 25} \times (n-1) < 0$

$\frac{19\times 5}{4} < n - 1$

$n > 24.75$

48. माना कि समीकरण $\left(\sqrt[3]{1+a}-1\right)x^2 + \left(\sqrt{1+a}-1\right)x + \left(\sqrt[6]{1+a}-1\right) = 0$, जहाँ $a > -1$ है, के मूल $\alpha(a)$ और $\beta(a)$ है। तब $\lim_{a\to 0^+} \alpha(a)$ और $\lim_{a\to 0^+} \beta(a)$ के मान निम्न है–

(A) $-\frac{5}{2}$ और 1 (B) $-\frac{1}{2}$ और –1 (C) $-\frac{7}{2}$ और 2 (D) $-\frac{9}{2}$ और 3

Sol. **Ans. (B)**

$((1 + a)^{1/3} - 1)x^2 + ((a+1)^{1/2} - 1)x + ((a+1)^{1/6} - 1) = 0$

मानाकि $a + 1 = t^6$

$\therefore \quad (t^2 - 1)x^2 + (t^3 - 1)x + (t - 1) = 0$

$(t + 1)x^2 + (t^2 + t + 1)x + 1 = 0$

जब $a \to 0$ तब $t \to 1$

$2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ तथा $x = -\frac{1}{2}$

खण्ड - II : अनुच्छेद प्रकार

इस खण्ड में **3 अनुच्छेदों (Paragraphs) से संबंधित 6 बहुविकल्प प्रश्न** है। जिन में से हर अनुच्छेद पर दो प्रश्न है। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A, (B), (C) और (D) है जिनमें से **केवल एक सही है।**

प्रश्न 49 से 50 के लिए अनुच्छेद

माना कि $f(x) = (1 - x)^2 \sin^2 x + x^2$ जहाँ $x \in IR$ और $g(x) = \int_1^x \left(\frac{2(t-1)}{t+1} - \ell nt \right) f(t)\, dt$, जहाँ $x \in (1, \infty)$.

49. निम्न में से कौन सा कथन सही है ?

(A) $(1, \infty)$ में g वर्धमान (increasing) है।

(B) $(1, \infty)$ में g ह्रासमान (decreasing) है।

(C) $(1, 2)$ में g वर्धमान (increasing) है और $(2, \infty)$ में ह्रासमान (decreasing) है।

(D) $(1, 2)$ में g ह्रासमान (decreasing) है और $(2, \infty)$ में वर्धमान (increasing) है।

Sol. **Ans. (B)**

$f(x) = (1 - x)^2 \sin^2 x + x^2 : x \in R$

$$g(x) = \int_1^x \left(\frac{2(t-1)}{t+1} - \ln t \right) f(t)dt$$

$$\therefore g'(x) = \left(\frac{2(x-1)}{x+1} - \ln x \right) f(x) \cdot 1$$

मानाकि $\phi(x) = \frac{2(x-1)}{x+1} - \ln x$

$$\phi'(x) = \frac{2[(x+1) - (x-1).1]}{(x+1)^2} - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{-x^2 + 2x - 1}{x(x+1)^2} = \frac{-(x-1)^2}{x(x+1)^2}$$

$\therefore \quad \phi'(x) \le 0$

$\therefore \quad$ for $x \in (1, \infty)$, $\phi(x) < 0$

$\therefore \quad g'(x) < 0 \qquad x \in (1, \infty)$ के लिए

50. दिये गये कथन है :

P : एक ऐसी संख्या $x \in IR$ का अस्तित्व है जिसके लिए $f(x) + 2x = 2(1 + x^2)$

Q : एक ऐसी संख्या $x \in IR$ का अस्तित्व है जिसके लिए $2f(x) + 1 = 2x(1 + x)$

तब निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

(A) P और Q दोनों सत्य है (B) P सत्य है और Q असत्य है

(C) P असत्य है और Q सत्य है (D) P और Q दोनों असत्य है।

Sol. **Ans. (C)**

$f(x) + 2x = (1 - x)^2 \sin^2 x + x^2 + 2x$

$\because$ $f(x) + 2x = 2 (1 + x^2)$

$\Rightarrow$ $(1 - x)^2 \sin^2 x + x^2 + 2x = 2 + 2x^2$

$(1 - x)^2 \sin^2 x = x^2 - 2x + 1 + 1$

$= (1 - x)^2 + 1$

$\Rightarrow$ $(1 - x)^2 \cos^2 x = -3$

जो कि सम्भव नही हो सकता

P असत्य है।

$\Rightarrow$ मानाकि $H(x) = 2f(x) + 1 - 2x(1 + x)$

$H(0) = 2f(0) + 1 - 0 = 1$

$H(1) = 2f(1) + 1 - 4 = -1$

$\Rightarrow$ इसलिए $H(x)$ का एक हल है।

अतः Q सत्य है।

प्रश्न 51 से 52 के लिए अनुच्छेद

मानाकि a_n उन सभी n-अंकों वाले धनात्मक पूर्णांकों (n-digit positive integers) की संख्या है जो 0, 1 अथवा दोनों अंकों से बनते है और जिनमें अंक 0 क्रमिक (consecutive) नहीं है। मान लें कि b_n = उपरोक्त उन सभी n-अंकों वाले धनात्मक पूर्णांकों की संख्या जिनके अंत में अंक 1 है, और c_n = उपरोक्त उन सभी n-अंकों वाले धनात्मक पूर्णांकों की संख्या जिनके अंत में अंक 0 है।

51. निम्न में से कौन सा कथन सही है ?

(A) $a_{17} = a_{16} + a_{15}$ (B) $c_{17} \neq c_{16} + c_{15}$ (C) $b_{17} \neq b_{16} + c_{15}$ (D) $a_{17} = c_{17} + b_{16}$

Sol. **Ans. (A)**

$\underline{1}$---------- $\underline{1} \# a_{n-1}$

---------- $\underline{1}\,\underline{0} \# a_{n-2}$

इसलिए विकल्प A सही है।

विकल्प B पर विचार कीजिए $c_{17} \neq c_{16} + c_{15}$

$c_{15} \neq c_{14} + c_{13}$ असत्य है

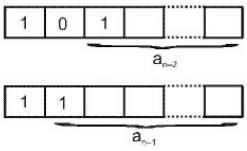
विकल्प C पर विचार कीजिए $b_{17} \neq b_{16} + c_{16}$

$a_{16} \neq a_{15} + a_{14}$ असत्य है

विकल्प D पर विचार कीजिए $a_{17} = c_{17} + b_{16}$

$a_{17} = a_{15} + a_{15}$ जो कि असत्य है

वैकल्पिक



Recursion सूत्र का उपयोग करने पर

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

इसी तरह $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$ and $c_n = c_{n-1} + c_{n-2}$ $\forall\ n \geq 3$

तथा $a_n = b_n + c_n$ $\forall\ n \geq 1$

अतः $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$, $a_4 = 5$, $a_5 = 8$..........

$b_1 = 1$, $b_2 = 1$, $b_3 = 2$, $b_4 = 3$, $b_5 = 5$, $b_6 = 8$ ....

$c_1 = 0$, $c_2 = 1$, $c_3 = 1$, $c_4 = 2$, $c_5 = 3$, $c_6 = 5$ ....

उपयोग करने पर $b_{n-1} = c_n$ $\forall\ n \geq 2$

52. b_6 का मान क्या है ?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 11

Sol. **Ans. (B)**

$b_6 = a_5$

$a_5 = \underline{1} - - - \underline{1}$ $\quad \underline{1} - - - \underline{0}$

${}^3C_0 + {}^3C_1 + 1 + {}^2C_1 + 1$

$1 + 3 + 1 + 2 + 1$

$4 + 4 = 8$

प्रश्न 53 से 54 के लिए अनुच्छेद

स्पर्श–रेखा PT वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ को बिन्दु $P(\sqrt{3}, 1)$ पर स्पर्श करती है। सरल रेखा L, PT के लम्बवत् है और वृत्त $(x - 3)^2 + y^2 = 1$ की स्पर्श–रेखा है।

53. दोनों वृत्तो की एक उभयनिष्ठ स्पर्श–रेखा (common tangent) निम्न है

(A) $x = 4$ (B) $y = 2$ (C) $x + \sqrt{3}\,y = 4$ (D) $x + 2\sqrt{2}\,y = 6$

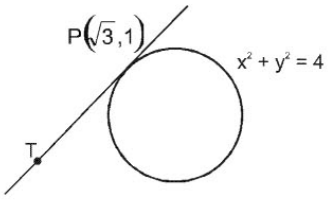
Ans. (D)

54. L का एक सम्भावित समीकरण निम्न है –

(A) $x - \sqrt{3}\,y = 1$ (B) $x + \sqrt{3}\,y = 1$ (C) $x - \sqrt{3}\,y = -1$ (D) $x + \sqrt{3}\,y = 5$

Ans. (A)

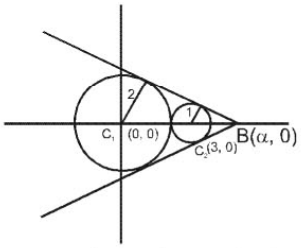
Sol. **Q.No. 53 to 54**



स्पर्शरेखा का समीकरण $(\sqrt{3}, 1)$ पर

$\sqrt{3}x + y = 4$

53.



$B, C_1\ C_2$ को 2 : 1 में बाह्य विभाजित करता है

$\therefore$ B(6, 0)

अतः उभयनिष्ट स्पर्शरेखा का समीकरण है

$y - 0 = m(x - 6)$

$mx - y - 6m = 0$

(0, 0) से स्पर्शरेखा पर लम्ब की लम्बाई = त्रिज्या

$$\left|\frac{6m}{\sqrt{1+m^2}}\right| = 2 \Rightarrow m = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

इसलिए समीकरण है $x + 2\sqrt{2}y = 6$ या $x - 2\sqrt{2}y = 6$

54. L का समीकरण है

$x - y\sqrt{3} + c = 0$

वृत्त के केन्द्र से डाले गए लम्ब की लम्बाई = वृत्त की त्रिज्या

$$\therefore \left|\frac{3+C}{2}\right| = 1 \Rightarrow C = -1, -5$$

$\therefore x - \sqrt{3}\ y = 1$ या $x - \sqrt{3}\ y = 5$

खण्ड - III : बहुल सही उत्तर प्रकार

इस खण्ड में **6 बहुविकल्प प्रश्न** है। हर प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) है जिनमें से **एक या अधिक** सही है।

55. दो घटनायें X और Y इस प्रकार की हैं कि $P(X \mid Y) = \frac{1}{2}$, $P(Y \mid X) = \frac{1}{3}$ और $P(X \cap Y) = \frac{1}{6}$। तब निम्न में से कौन कथन सही है/हैं ?

(A) $P(X \cup Y) = \frac{2}{3}$ (B) X और Y स्वतंत्र हैं (C) X और Y स्वतंत्र नहीं हैं (D) $P(X^C \cap Y) = \frac{1}{3}$

Sol. **Ans. (AB)**

$P(X/Y) = \frac{1}{2}$

$\frac{P(X \cap Y)}{P(Y)} = \frac{1}{2} \Rightarrow P(Y) = \frac{1}{3}$

$P(Y/X) = \frac{1}{3}$

$\frac{P(X \cap Y)}{P(X)} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(X) = \frac{1}{2}$

$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = \frac{2}{3}$ A सही है

$P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(X) \Rightarrow$ X और Y स्वतंत्र है B सही है

$P(X^c \cap Y) = P(Y) - P(X \cap Y)$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ D सही नही है

56. यदि सभी $x \in (0, \infty)$ के लिये $f(x) = \int_0^x e^{t^2}(t-2)(t-3)\,dt$, तब

(A) $x = 2$ पर f का स्थानीय उच्चतम (local maximum) है

(B) (2, 3) में f हासमान (decreasing) है

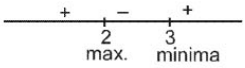
(C) किसी संख्या $c \in (0, \infty)$ के लिये $f''(c) = 0$ है

(D) $x = 3$ पर f का स्थानीय न्यूनतम (local minimum) है

Sol. **Ans. (ABCD)**

$$f(x) = \int_0^x e^{t^2} \cdot (t-2)(t-3)\,dt$$

$$f'(x) = 1 \cdot e^{x^2} \cdot (x-2)(x-3)$$



(i) $x = 2$ पर स्थानीय अधिकतम है (ii) $x = 3$ पर स्थानीय न्यूनतम है

(iii) यह $x \in (2, 3)$ के हासमान है

$$\text{(iv) } f''(x) = e^{x^2} \cdot (x-2) + e^{x^2}(x-3) + 2x e^{x^2}(x-2)(x-3)$$

$$= e^{x^2} \cdot [x - 2 + x - 3 + 2x(x-2)(x-3)]$$

$f''(x) = 0$

$$f''(x) = e^{x^2}(2x^3 - 10x^2 + 14x - 5)$$

$f''(0) < 0$ और $f''(1) > 0$

इसीलिए $f''(c) = 0$ जहाँ $c \in (0, 1)$

57. माना कि प्रत्येक पूर्णांक n के लिये, a_n और b_n वास्तविक संख्यायें हैं। फलन $f : IR \to IR$ निम्न प्रकार से परिभाषित है :

$$f(x) = \begin{cases} a_n + \sin \pi x, & \text{यदि } x \in [2n, 2n+1] \\ b_n + \cos \pi x, & \text{यदि } x \in (2n-1, 2n) \end{cases}, \text{ प्रत्येक पूर्णांक n के लिये।}$$

यदि f सतत (continuous) है, तब प्रत्येक n के लिये, निम्न में से कौन कथन सही है/हैं ?

(A) $a_{n-1} - b_{n-1} = 0$ (B) $a_n - b_n = 1$ (C) $a_n - b_{n+1} = 1$ (D) $a_{n-1} - b_n = -1$

Sol. **Ans. (BD)**

$$\left.\begin{array}{c} f(2n) = a_n \\ f(2n^+) = a_n \\ f(2n^-) = b_n + 1 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} a_n = b_n + 1 \\ a_n - b_n = 1 \\ \text{इसलिए B सत्य है।} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{c} f(2n+1) = a_n \\ f((2n+1)^-) = a_n \\ f((2n+1)^+) = b_{n+1} - 1 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} a_n = b_{n+1} - 1 \\ a_n - b_{n+1} = -1 \\ a_{n-1} - b_n = -1 \end{array}$$

इसलिए D सत्य है।

58. यदि सरल रेखायें $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{k} = \frac{z}{2}$ और $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{k}$ समतलीय (coplanar) हैं तो वह (वे) समतल जिसमें ये दोनों रेखायें स्थित हैं, निम्न है (हैं)

(A) $y + 2z = -1$ (B) $y + z = -1$ (C) $y - z = -1$ (D) $y - 2z = -1$

Sol. **Ans.** **(B,C)**

दो समतलीय रेखाओं के लिए $[\vec{a}-\vec{c}\ \vec{b}\ \vec{d}] = 0$

$\vec{a} \equiv (1, -1, 0)$, $\vec{c} = (-1, -1, 0)$

$\vec{b} = 2\hat{i} + k\hat{j} + 2\hat{k}$ $\qquad \vec{d} = 5\hat{i} + 2\hat{j} + k\hat{k}$

अब $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & k & 2 \\ 5 & 2 & k \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \pm 2$

$\vec{n}_1 = \vec{b}_1 \times \vec{d}_1 = 6\hat{j} - 6\hat{k}$, k = 2 के लिए

$\vec{n}_2 = \vec{b}_2 \times \vec{d}_2 = 14\hat{j} + 14\hat{k}$, k = – 2 के लिए

इसलिए समतल की समीकरण है $(\vec{r} - \vec{a}).\vec{n}_1 = 0 \Rightarrow y - z = -1$ ...... (1)

$(\vec{r} - \vec{a}).\vec{n}_2 = 0 \Rightarrow y + z = -1$ ...... (2)

इसलिए उत्तर (B,C) है।

59. यदि 3 × 3 आव्यूह (matrix) P का सहखंडज (adjoint) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ है तो P के सारणिक (determinant) का (के) सम्भावित मान है (हैं)

(A) –2 (B) –1 (C) 1 (D) 2

Sol. **Ans.** **(AD)**

माना $A = [a_{ij}]_{3\times3}$

$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$|\text{adj } A| = 1(3 - 7) - 4(6 - 7) + 4(2 - 1) = 4$

$\Rightarrow |A|^{3-1} = 4$

$\Rightarrow |A|^2 = 4$

$\Rightarrow |A| = \pm 2$

60. फलन $f : (-1, 1) \to IR$ इस प्रकार का है कि $f(\cos 4\theta) = \dfrac{2}{2 - \sec^2\theta}$ जहाँ $\theta \in \left(0, \dfrac{\pi}{4}\right) \cup \left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ तब $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ का (के) मान है (हैं)

(A) $1 - \sqrt{\dfrac{3}{2}}$ (B) $1 + \sqrt{\dfrac{3}{2}}$ (C) $1 - \sqrt{\dfrac{2}{3}}$ (D) $1 + \sqrt{\dfrac{2}{3}}$

Sol. **Ans.** **(AB)**

$\cos 4\theta = \dfrac{1}{3} \Rightarrow 2\cos^2 2\theta - 1 = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 2\theta = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\theta = \pm\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

अब $f(\cos 4\theta) = \dfrac{2}{2 - \sec^2\theta} = \dfrac{1 + \cos 2\theta}{\cos 2\theta} = 1 + \dfrac{1}{\cos 2\theta} \Rightarrow f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 1 \pm \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

NOTE : चूंकि फलन में किसी पूर्व प्रतिबिम्ब 1/3 की दो प्रतिबिम्ब नहीं हो सकती हैं अतः यह इस प्रश्न में अस्पष्ट है इसलिए उत्तर **A** या **B** या **AB** या सभी को अंक दिये जायेगें।

ANSWER KEY
IIT-JEE -2012 : PAPER-2
CODE-0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 & 9

	Paper-2 CODE									
Que	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	B	B	D	D	C	D	A	B	A	A
2	D	D	D	C	D	A	B	A	B	C
3	D	D	C	D	A	B	A	B	D	D
4	A	C	D	A	B	A	B	D	D	B
5	B	D	A	B	A	B	D	D	C	A
6	C	A	B	A	B	D	D	C	D	D
7	A	B	A	B	D	D	C	D	A	B
8	D	A	B	D	D	C	D	A	B	D
9	C	C	D	B	C	D	B	D	A	C
10	D	B	A	C	D	A	C	C	D	B
11	B	C	D	D	A	B	C	D	D	D
12	C	D	C	A	D	C	D	A	C	A
13	D	A	C	D	B	D	A	B	C	D
14	A	D	B	C	C	C	D	C	B	C
15	D	AC	AC	ABC	D	BD	AB	ABC	AC	AC
16	AC	AC	ABC	D	BD	AB	AC	BD	ABC	AC
17	AC	ABC	D	BD	AB	AC	AC	AB	BD	ABC
18	ABC	D	BD	AB	AC	AC	ABC	D	AB	BD
19	BD	BD	AB	AC	AC	ABC	D	AC	D	AB
20	AB	AB	AC	AC	ABC	D	BD	AC	AC	D
21	C	C	B	C	D	A	B	D	B	B
22	C	B	C	D	A	B	D	B	C	D
23	B	C	D	A	B	D	B	C	B	A
24	B	D	A	B	D	B	C	B	C	C
25	D	A	B	D	B	C	B	C	D	B
26	D	B	D	B	C	B	C	D	A	C
27	B	D	B	C	B	C	D	A	B	D
28	A	B	C	B	C	D	A	B	D	B
29	B	A	C	C	B	C	C	D	A	A
30	D	C	A	A	D	A	A	B	C	C
31	C	B	D	C	A	C	B	C	D	C
32	A	D	B	A	C	A	D	A	B	A
33	C	A	A	D	C	D	A	C	A	D
34	A	C	C	B	A	B	C	A	C	B
35	BD	AD	AC	ACD	BD	ACD	ABC	ACD	AD	AC
36	AC	AC	ACD	BD	ACD	ABC	AD	ACD	ACD	AD
37	AD	ACD	BD	ACD	ABC	AD	AC	ABC	ACD	ACD
38	ACD	BD	ACD	ABC	AD	AC	ACD	BD	ABC	ACD
39	ACD	ACD	ABC	AD	AC	ACD	BD	AC	BD	ABC
40	ABC	ABC	AD	AC	ACD	BD	ACD	AD	AC	BD
41	A	A	C	C	D	B	A	B	D	A
42	C	C	C	D	B	A	B	D	A	D
43	C	C	D	B	A	B	D	A	C	B
44	A	D	B	A	B	D	A	C	C	A
45	B	B	A	B	D	A	C	C	D	D
46	D	A	B	D	A	C	C	D	B	C
47	D	B	D	A	C	C	D	B	A	B
48	B	D	A	C	C	D	B	A	B	C
49	B	B	D	A	B	D	A	C	A	B
50	C	A	A	B	C	A	B	B	D	A
51	A	B	C	D	A	A	B	D	C	D
52	B	C	B	A	D	B	C	A	B	A
53	D	A	B	C	A	C	A	A	B	C
54	A	D	A	B	B	B	D	B	A	B
55	AB	BD	ABCD	BC	AB	AD	AB	BC	BD	ABCD
56	ABCD	ABCD	BC	AB	AD	AB	BD	AD	BC	BD
57	BD	BC	AB	AD	AB	BD	ABCD	AB	AD	BC
58	BC	AB	AD	AB	BD	ABCD	BC	AB	AB	AD
59	AD	AD	AB	BD	ABCD	BC	AB	ABCD	AB	AB
60	AB	AB	BD	ABCD	BC	AB	AD	BD	ABCD	AB